高等院校通信与信息专业规划教材

数字信号处理学习指导与习题解答

第2版

DIGITAL SIGNAL PROCESSING LEARNING GUIDE AND ANSWERS TO EXERCISES

张小虹　主编
黄忠虎　邱正伦　等编著

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

高等院校通信与信息专业规划教材

数字信号处理学习指导与习题解答

（第2版）

张小虹　主编

黄忠虎　邱正伦　等编著

机械工业出版社

本书作为《数字信号处理 第 2 版》的配套教材，对主教材中的重点与难点进行了归纳、集中和概括，并对全部习题进行了详细、严谨的解答。通过课后练习和大量的模拟实验，学生可进一步理解、领会教学内容，增强分析问题和解决问题的能力。书中给出的一些例题程序，稍作修改就可以在工程设计中加以应用。

本书既可作为通信、电子信息等专业的教材，可也作为考研人员的参考教材，还可作为相关专业工程技术人员的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

数字信号处理学习指导与习题解答 / 张小虹主编. —2 版. —北京：机械工业出版社，2009.11
（高等院校通信与信息专业规划教材）
ISBN 978-7-111-28598-4

Ⅰ. 数… Ⅱ. 张… Ⅲ. 数字信号—信号处理—高等学校—教学参考资料 Ⅳ. TN911. 72

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 196824 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）
策划编辑：李馨馨
责任编辑：李馨馨 吴超莉
责任印制：洪汉军

北京四季青印刷厂印刷 （三河市杨庄镇环伟装订厂装订）

2010 年 1 月第 2 版 • 第 1 次印刷
184mm×260mm • 22 印张 • 543 千字
0001— 3000 册
标准书号：ISBN 978-7-111-28598-4
定价：35. 00 元

凡购本书，如有缺页，倒页，脱页，由本社发行部调换

电话服务
社服务中心：（010）88361066
销 售 一 部：（010）68326294
销 售 二 部：（010）88379649
读者服务部：（010）68993821

网络服务
门户网：http://www.cmpbook.com
教材网：http://www.cmpedu.com
封面无防伪标均为盗版

前　言

本书是《数字信号处理—第 2 版》的配套教材。

本书对《数字信号处理—第 2 版》中的重点与难点进行了归纳、集中和概括，并对书中习题进行了详细、严谨的解答。在给出的题解中，注重经典理论与现代技术的结合，不仅有传统的计算解，而且还有一定量的 MATLAB 程序解。在本书的指导下，读者能够更加系统地将“数字信号处理”知识融会贯通，为全面理解与掌握这门知识打下坚实的基础。特别是利用计算机计算验证复杂结论，节省手工运算的时间，把主要精力用在对课程内容和基本概念的理解与巩固上，体现了时代特色，符合素质教育的要求，这也是一种创新。

本书在第 1 版的基础上对习题解答作了相应改动。此外，考虑到《数字信号处理—第 2 版》中每章都有基于 MATLAB 的知识及应用程序，所以删去了第 1 版中有关上机操作一章；《数字信号处理—第 2 版》增加了一章 DSP 常用芯片知识和实际应用的介绍，所以本书也增加了一章 DSP 常用芯片知识和实际应用的习题，使内容更加充实，理论与实际结合得更加紧密。由于“数字信号处理”是不少院校的考研课程，本书还增加了数套考研仿真卷及答案，希望能对考生有所帮助。

本书概念清楚、系统性强、特色鲜明，尤其是现代教学思想与工具的引入，对于从事这门课程教学的教师来说，是一本不可多得的参考书。本书既可作为通信、电子信息类专业的教材，也可作为相关专业工程技术人员的参考书。

本书第 1～8 章，第 10 章由张小虹编写，黄忠虎、邱正伦编写了第 9 章。参加本书编写的还有沈越泓、高媛媛、张为民、张蔚伟、张璐。在本书的编写过程中，得到了王丽娟、王友军、李宁、贾永兴、余远德等同行的大力支持和帮助，在此表示深深的谢意。

由于编者水平有限，书中不足之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

作　者

目　录

第 1 章　时域离散信号和系统

1.1　重点与难点

1.1.1　信号与信号处理

1．信号

信号是各类消息的运载工具，是某种变化的物理量。可从不同角度对信号进行分类，常用的有以下几类：自变量连续、幅度也连续的模拟信号；自变量连续、幅度可以不连续的连续信号；自变量不连续、幅度连续的离散信号；自变量不连续、幅度被量化并编码的数字信号。

2．信号处理

信号处理是对信号进行分析、变换、综合、识别等加工，以达到提取有用信息和便于利用的目的。如果处理设备采用模拟部件，则为模拟信号处理（ASP）；若系统中的部件采用数字电路，信号也是数字信号，则这样的处理方法就为数字信号处理（DSP）。

1.1.2　离散时间信号与基本运算

1．常用典型序列及波形图

（1）单位脉冲序列

$$\delta(n)=\begin{cases}1 & n=0\\ 0 & n\neq 0\end{cases}$$

单位脉冲序列如图 1.1-1 所示。

（2）单位阶跃序列

$$u(n)=\begin{cases}1 & n\geqslant 0\\ 0 & n<0\end{cases}$$

单位阶跃序列如图 1.1-2 所示。

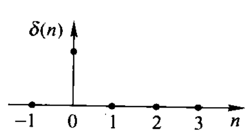

图 1.1-1　单位脉冲序列

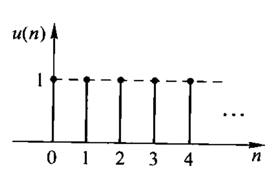

图 1.1-2　单位阶跃序列

（3）单位矩形序列

$$R_N(n)=\begin{cases}1 & 0\leqslant n\leqslant N-1\\ 0 & n<0,\ \ n\geqslant N\end{cases}$$

单位矩形序列如图 1.1-3 所示。

（4）斜变序列

$$x(n) = nu(n)$$

斜变序列如图 1.1-4 所示。

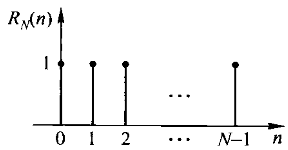

图 1.1-3　单位矩形序列

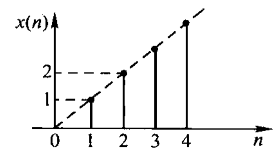

图 1.1-4　斜变序列

（5）实指数序列

实指数序列的 4 种波形如图 1.1-5 所示。

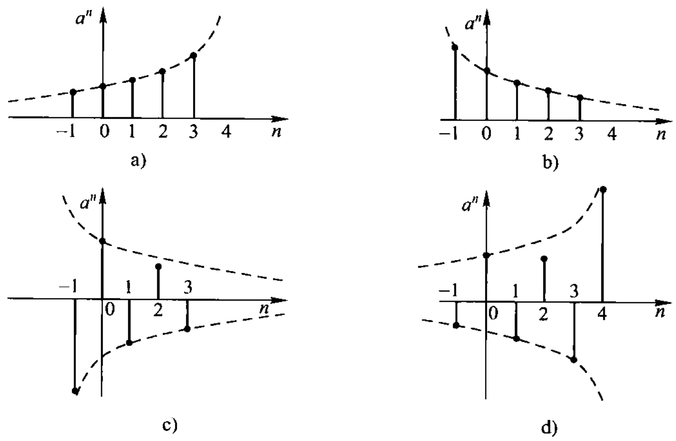

图 1.1-5　实指数序列的 4 种波形

a) $a>1$　b) $0<a<1$　c) $-1<a<0$　d) $a<-1$

（6）正弦型序列

正弦型序列如图 1.1-6 所示。

$$x(n)=A\cos(n\omega_0+\varphi_n)$$

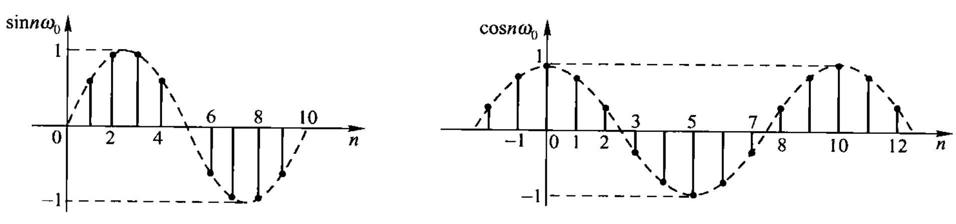

图 1.1-6　正弦型序列

（7）复指数序列

$$x(n)=\mathrm{e}^{(\sigma+\mathrm{j}\omega_0)n}=\mathrm{e}^{\sigma n}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 n}=\mathrm{e}^{\sigma n}(\cos n\omega_0+\mathrm{j}\sin n\omega_0)=|x(n)|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi(n)}$$

式中，$|x(n)|=e^{\sigma n}$；$\varphi(n)=n\omega_0$。

（8）周期序列

$$\tilde{x}(n)=x(n+N)\,,\qquad -\infty<n<\infty$$

对模拟正、余弦信号采样得到的序列未必是周期序列。例如，模拟正弦型采样信号一般表示为

$$x(n)=A\cos(n\omega_0+\varphi_n)=A\cos\left(n\frac{2\pi}{2\pi}\omega_0+\varphi_n\right)=A\cos\left(2\pi\frac{n\omega_0}{2\pi}+\varphi_n\right)$$

$$\frac{2\pi}{\omega_0}=\frac{2\pi}{\Omega_0 T}=\frac{2\pi f_s}{\Omega_0}=\frac{f_s}{f_0}$$

式中，f_s是取样频率；f_0是模拟周期信号频率。

1）$\dfrac{2\pi}{\omega_0}=N$ ，N为整数，则$x(n)$是周期序列，周期为N。

2）$\dfrac{2\pi}{\omega_0}=S=\dfrac{N}{L}$ ，L、N为整数，则$x(n)$是周期序列，周期为$N=SL$。

3）$2\pi/\omega_0$为无理数，则$x(n)=A\cos(n\omega_0+\varphi_n)$不是周期序列。

2．序列的基本运算

（1）相加

$$z(n)=x(n)+y(n)$$

（2）相乘

$$z(n)=x(n)\cdot y(n)$$

标量相乘

$$z(n)=a\,x(n)$$

（3）延时或移序

$$z(n)=x(n\pm m)\quad m>0$$

是原序列$x(n)$每项左、右移m位形成的新序列。

（4）折叠

$$y(n)=x(-n)$$

是以纵轴为对称轴翻转180°形成的序列。

（5）尺度变换

$$y(n)=x(mn)$$

$y(n)$是只取$x(n)$序列中m整数倍点（每m点取一点）序列值形成的新序列，即时间轴n压缩了m倍。

$$y(n)=x(n/m)$$

$y(n)$是 $x(n)$序列每一点加$m-1$个零值点形成的，时间轴n扩展了m倍。

1.1.3 时域离散系统

1．线性离散系统的响应

线性离散系统的响应为

$$y(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)h_m(n)$$

2．非时变离散系统的响应

离散系统的非时变性也称非移变性。若 $T[x(n)]=y(n)$，则非时变离散系统的响应为

$$T[x(n-n_0)]=y(n-n_0)$$

3．线性非时变离散系统的响应

线性非时变离散系统，简写为 LTI 离散系统。LTI 离散系统的响应为

$$\begin{aligned}y(n)&=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)h(n-m)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(n-m)h(m)\\&=x(n)*y(n)=y(n)*x(n)\end{aligned}$$

4．系统的稳定性

对任意有界输入激励产生有界输出响应的系统具有稳定性。线性非时变系统稳定的充要条件是单位脉冲响应绝对可和，即

$$S=\sum_{m=-\infty}^{\infty}|h(m)|<\infty$$

5．系统的因果性

线性非时变系统具有因果性的充要条件是其单位脉冲响应 $h(n)=0$，$n<0$。

6．因果稳定系统

线性非时变系统为因果稳定的条件是

$$h(n)=\begin{cases}h(n) & n\geqslant 0\\0 & n<0\end{cases}，且\sum_{n=0}^{\infty}|h(n)|<\infty$$

1.1.4 卷积

$$x_1(n)*x_2(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x_1(m)x_2(n-m)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x_2(m)x_1(n-m)=x_2(n)*x_1(n)$$

1．卷积计算

常用卷积计算方法有图解法、相乘对位相加法。常用序列卷积结果见表 1.1-1。

表 1.1-1　常用序列卷积结果

序　号	$x_1(n)$	$x_2(n)$	$x_1(n)*x_2(n)$
1	$\delta(n)$	$x(n)$	$x(n)$
2	$u(n)$	$x(n)u(n)$	$\sum_{m=0}^{n}x(m)$
3	$a^n u(n)$	$u(n)$	$\frac{1-a^{n+1}}{1-a}u(n)$
4	$u(n)$	$u(n)$	$(n+1)u(n)$
5	$a^n u(n)$	$a^n u(n)$	$(n+1)a^n u(n)$
6	$a^n u(n)$	$nu(n)$	$\left[\frac{n}{1-a}+\frac{a(a^n-1)}{(1-a)^2}\right]u(n)$
7	$a_1^n u(n)$	$a_2^n u(n)$	$\left[\frac{a_1^{n+1}-a_2^{n+1}}{a_1-a_2}\right]u(n)$

2．卷积性质

1）当 $x_1(n)$、$x_2(n)$、$x_3(n)$分别满足可和条件时，卷积具有以下代数性质：

交换律：

$$x_1(n)*x_2(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x_1(m)x_2(n-m)$$

$$=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x_2(m)x_1(n-m)=x_2(n)*x_1(n)$$

分配律：

$$x_1(n)*[x_2(n)+x_3(n)]=x_1(n)*x_2(n)+x_1(n)*x_3(n)$$

结合律：

$$x_1(n)*x_2(n)*x_3(n)=x_1(n)*[x_2(n)*x_3(n)]=x_2(n)*[x_1(n)*x_3(n)]$$

2）任意序列与 $\delta(n)$ 卷积：

$$\delta(n)*x(n)=x(n)$$

$$\delta(n-m)*x(n)=x(n-m)$$

3）任意因果序列与 $u(n)$ 卷积：

$$u(n)*x(n)=\sum_{m=0}^{n}x(m)$$

4）卷积的移序：

$$y(n\pm m)=x_1(n\pm m)*x_2(n)=x_1(n)*x_2(n\pm m)$$

$$y(n\pm m_1\pm m_2)=x_1(n\pm m_1)*x_2(n\pm m_2)$$

1.1.5 常系数线性差分方程

1．线性非时变离散系统的数学模型

线性非时变离散系统的数学模型是常系数线性差分方程。N 阶差分方程一般表示为

$$\sum_{k=0}^{N}a_k y(n-k)=\sum_{r=0}^{M}b_r x(n-r)$$

式中，a_k、b_r 为任意常数。为方便，一般取 $a_0=1$，上式还可表示为

$$y(n)=\sum_{r=0}^{M}b_r x(n-r)-\sum_{k=1}^{N}a_k y(n-k)$$

未知（待求）序列变量的序号最高与最低值之差是差分方程的阶数；各未知序列序号以递减方式给出 $y(n)$，$y(n-1)$，$y(n-2)$，…，$y(n-N)$，称为后向形式差分方程。各未知序列序号以递增方式给出 $y(n)$，$y(n+1)$，$y(n+2)$，…，$y(n+N)$，称为前向形式差分方程。

2．经典法

（1）齐次解 $y_h(n)$

$y_h(n)$是齐次差分方程 $\sum_{k=0}^{N}a_k y(n-k)=0$ 的解。N 阶齐次差分方程的特征方程为

$$\alpha^N+a_1\alpha^{N-1}+a_2\alpha^{N-2}+\cdots+a_{N-1}\alpha+a_N=0$$

分解特征方程因式，可得

$$(\alpha-\alpha_1)(\alpha-\alpha_2)\cdots(\alpha-\alpha_N)=0$$

设α_1，α_2，…，α_N均为 N 阶齐次方程的 N 个不相同的单根，则 N 阶齐次差分方程的齐次解为

$$y_h(n)=\sum_{k=1}^{N}C_k(\alpha_k)^n$$

若特征方程有一个 k 重根，如$(\alpha-\alpha_1)^k$，其 N 阶齐次差分方程的齐次解为

$$y_h(n)=\sum_{i=1}^{k}C_i n^{k-i}(\alpha_1)^n+\sum_{i=k+1}^{N}C_i(\alpha_i)^n$$

（2）特解 $y_p(n)$

$y_p(n)$的形式与激励 $x(n)$的形式相同。当 $x(n)$为指数序列时，$y_p(n)$为指数序列；而当 $x(n)$为多项式序列时，$y_p(n)$为多项式序列。

（3）完全解

由齐次解与特解可得到完全解 $y(n)$的一般表达式

$$y(n)=y_h(n)+y_p(n)$$

将初始条件代入，得到齐次解中的任意常系数，解出完全解。

1.1.6 数字化处理方法

1．时域采样

时域采样信号 $x_s(t)$可以等效为信号 $x(t)$与周期开关函数 $p(t)$相乘，即 $x_s(t)=x(t)\,p(t)$。

（1）取样信号 $x_s(t)$的频谱函数 $X_s(\Omega)$

$$X_s(\Omega)=\frac{1}{2\pi}X(\Omega)*2\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}P_n\delta(\Omega-n\Omega_s)$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}P_nX(\Omega-n\Omega_s)$$

式中，P_n 为 $p(t)$ 的傅里叶级数的系数。

（2）理想取样（周期冲激取样）信号的频谱 $X_s(\Omega)$

当开关函数 $p(t)$ 为周期冲激序列时，也称为理想抽样，即

$$X_s(\Omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}P_nX(\Omega-n\Omega_s)=\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}X(\Omega-n\Omega_s)$$

（3）取样定理

一个频谱受限信号 $x(t)$的最高频率为 f_m，则 $x(t)$可以用不大于 $T=1/(2f_m)$的时间间隔进行取样的取样值唯一地确定。

通常把允许的最低取样频率 $f_s=2f_m$ 定义为奈奎斯特频率；把允许的最大 $T_{\max}=\pi/\Omega_m=1/(2f_m)$ 定义为奈奎斯特间隔。

2．原信号的恢复（插值）

$x_s(t)$经 $H(\Omega)=Tg_{2\Omega_c}(\Omega)$的理想低通滤波器可以恢复为 $x(t)$，即

$$x(t)=x_s(t)*h(t)=\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(nT)\delta(t-nT)\right]*\frac{T\Omega_c}{\pi}\mathrm{Sa}(\Omega_c t)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{T\Omega_c}{\pi} f(nT) \mathrm{Sa}\left[\Omega_c\left(t - nT\right)\right]$$

若 $\Omega_s=2\Omega_m$，$\Omega_c=\Omega_m$，$T=1/(2f_m)$

则 $$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \mathrm{Sa}\left[\Omega_m t - n\pi\right]$$

3．窄带信号采样率的确定

窄带信号是指信号的频谱集中在信号中心频率Ω_0附近的一个窄的频率范围内的信号。若令其上限为Ω_h，下限为Ω_l，则带宽 $W=B_\Omega=\Omega_h-\Omega_l$。

窄带信号采样频谱不会混叠，其采样频率要同时满足两个条件，即

$$\frac{2\Omega_h}{N} \leqslant \Omega_s \leqslant \frac{2\Omega_l}{N-1}$$

式中，N 为正整数。

表 1.1-2 是 N 为不同值时，带宽为 W，信号频率上限$\Omega_h=kW$（k 为正整数）的情况下所允许的采样频率范围。

表 1.1-2　窄带信号所允许的采样频率范围

信号频率上限Ω_h	N=1	N=2	N=3	N=4	N=5	N=6	N=7	N=8
	$2W \sim \infty$							
$2W$	$4W \sim \infty$	$2W$						
$3W$	$6W \sim \infty$	$3W \sim 4W$	$2W$					
$4W$	$8W \sim \infty$	$4W \sim 6W$	$\frac{8}{3}W \sim 3W$	$2W$				
$5W$	$10W \sim \infty$	$5W \sim 8W$	$\frac{10}{3}W \sim 4W$	$\frac{5}{2}W \sim \frac{8}{3}W$	$2W$			
$6W$	$12W \sim \infty$	$6W \sim 10W$	$4W \sim 5W$	$3W \sim \frac{10}{3}W$	$\frac{15}{2}W \sim \frac{5}{2}W$	$2W$		
$7W$	$14W \sim \infty$	$7W \sim 12W$	$\frac{14}{3}W \sim 6W$	$\frac{14}{4}W \sim 4W$	$\frac{14}{5}W \sim 3W$	$\frac{14}{6}W \sim \frac{12}{5}W$	$2W$	
$8W$	$16W \sim \infty$	$8W \sim 14W$	$\frac{16}{3}W \sim 7W$	$4W \sim \frac{14}{3}W$	$\frac{16}{5}W \sim \frac{14}{4}W$	$\frac{16}{6}W \sim \frac{14}{5}W$	$\frac{16}{7}W \sim \frac{14}{6}W$	$2W$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

1.2　习题解答

1．用单位脉冲序列及其加权和写出如图 1.2-1 所示图形的表示式。

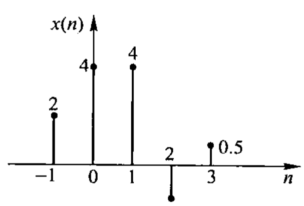

图　1.2-1

解：$x(n)=2\delta(n+1)+4\delta(n)+4\ \delta(n-1)-\delta(n-2)+0.5\delta(n-3)$

2．分别绘出以下各序列的图形。

（1）$x_1(n)=(1/2)^n u(n)$　　（2）$x_2(n)=2^n u(n)$

（3）$x_3(n)=(-1/2)^n u(n)$　　（4）$x_4(n)=(-2)^n u(n)$

解：各序列的图形如图 1.2-2 所示。

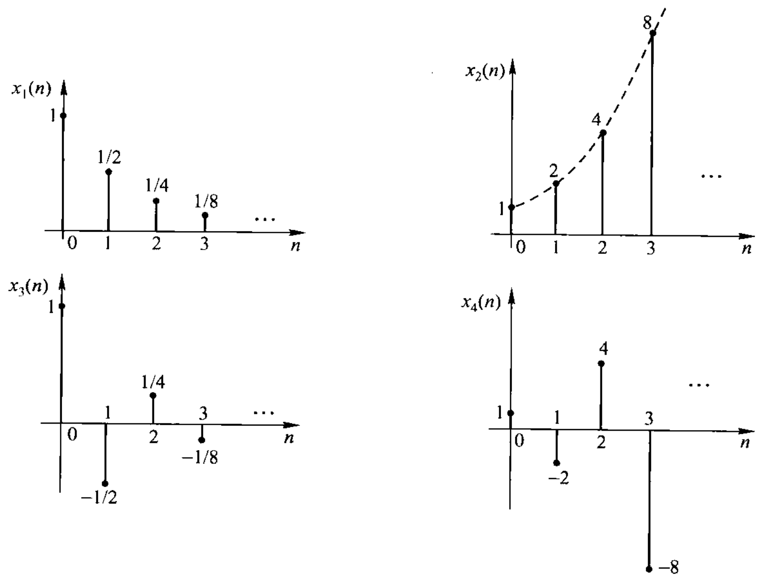

图　1.2-2

3．分别绘出以下各序列的图形。

（1）$x_1(n)=\sin(\pi n/5)$

（2）$x_2(n)=\cos[(\pi n/10)-\pi/5]$

解：各序列的图形如图 1.2-3 所示。

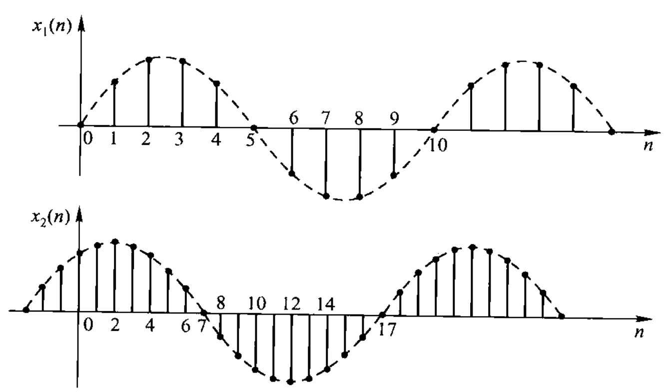

图　1.2-3

4．已知 $x(n)$的波形如图 1.2-4 所示，试画出下列信号的波形。

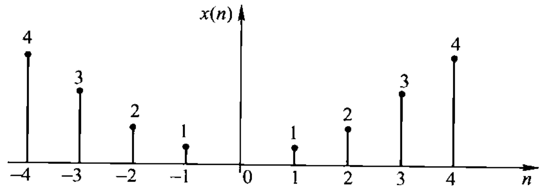

图 1.2-4

（1）$y_1(n)=x(n+2)+x(n-2)$　　（2）$y_2(n)=x(-n+2)$

（3）$y_3(n)=x(n)\,g_5(n)$　　（4）$y_4(n)=x(2n)$

注：$g_5(n)$ 是中心点在原点，宽度为 5 的矩形序列，以下类同。

解：（1）的波形如图 1.2-5 所示。

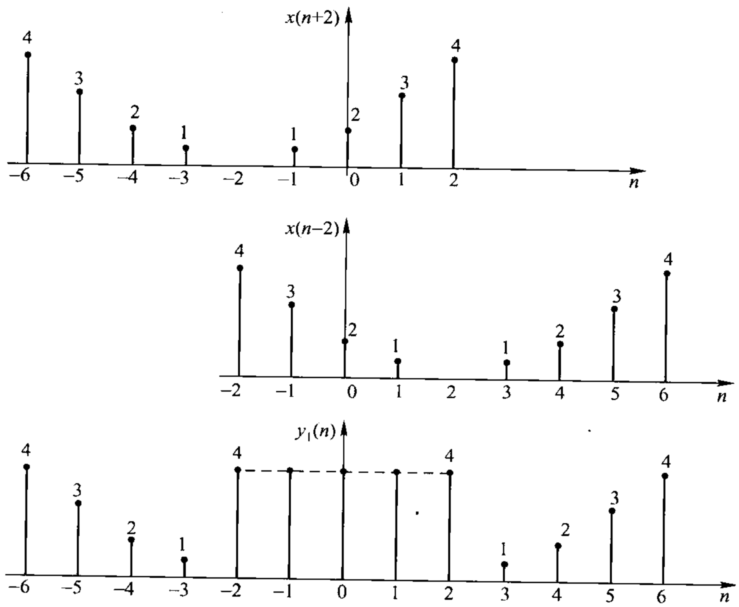

图 1.2-5

（2）的波形如图 1.2-6 所示。

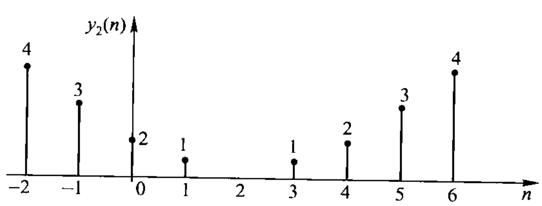

图 1.2-6

（3）的波形如图 1.2-7 所示。

（4）的波形如图 1.2-8 所示。

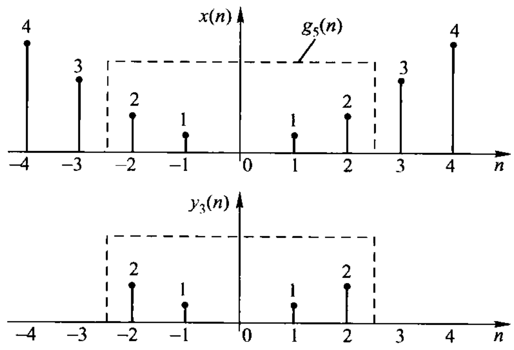

图　1.2−7

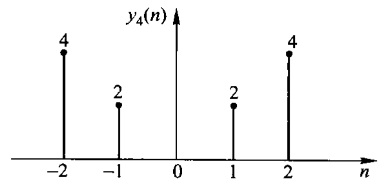

图　1.2−8

5．已知 $x_1(n)=(-1)^n u(n-1)$，$x_2(n)=g_5(n)$，试画出下列信号的波形。

（1）$y_1(n)=x_1(-n)+x_2(-n)$　　（2）$y_2(n)=x_1(n)+x_2(n)$

（3）$y_3(n)=x_1(n)\cdot x_2(n)$　　（4）$y_4(n)=x_1(n)\cdot x_2(2n)$

解：各信号的波形如图 1.2−9 所示。

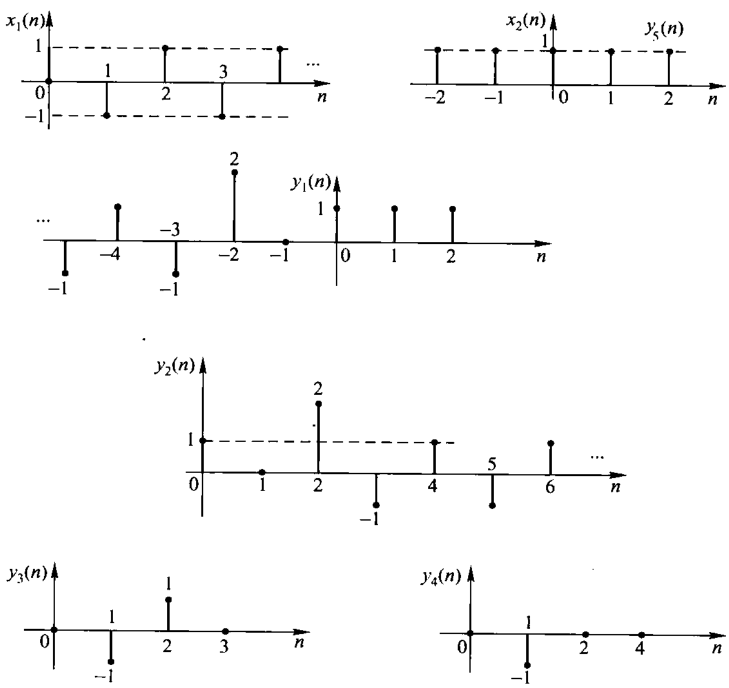

图　1.2−9

6．试画出下列离散信号的波形。

（1）$x_1(n)=u(-n)-u(-n+1)$　　（2）$x_2(n)=u(-n-1)-u(-n)$

（3）$x_3(n)=\sum\limits_{m=0}^{\infty}\delta(n-m)$　　（4）$x_4(n)=[0.5,\ 1.5,\ \underset{\uparrow}{2},\ -2,\ 0,\ 1]$

（5）$x_5(n)=\sin(\pi n/2)-\sin[\pi(n-1)/2]$　　（6）$x_6(n)=1^n-g_7(n)$