

❖ 高等院校通信与信息专业规划教材 ❖

# 数字信号处理 学习指导与习题解答 第2版

DIGITAL SIGNAL PROCESSING  
LEARNING GUIDE AND ANSWERS TO EXERCISES



张小虹 主编  
黄忠虎 邱正伦 等编著



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS



高等院校通信与信息专业规划教材

# 数字信号处理学习指导 与习题解答

(第2版)

张小虹 主编

黄忠虎 邱正伦 等编著



机械工业出版社

本书作为《数字信号处理 第2版》的配套教材,对主教材中的重点与难点进行了归纳、集中和概括,并对全部习题进行了详细、严谨的解答。通过课后练习和大量的模拟实验,学生可进一步理解、领会教学内容,增强分析问题和解决问题的能力。书中给出的一些例题程序,稍作修改就可以在工程设计中加以应用。

本书既可作为通信、电子信息等专业的教材,可也作为考研人员的参考教材,还可作为相关专业工程技术人员的参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理学习指导与习题解答 / 张小虹 主编. —2版. —北京:机械工业出版社, 2009.11

(高等院校通信与信息专业规划教材)

ISBN 978-7-111-28598-4

I. 数… II. 张… III. 数字信号—信号处理—高等学校—教学参考资料  
IV. TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 196824 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 李馨馨

责任编辑: 李馨馨 吴超莉

责任印制: 洪汉军

北京四季青印刷厂印刷 (三河市杨庄镇环伟装订厂装订)

2010 年 1 月第 2 版·第 1 次印刷

184mm×260mm·22 印张·543 千字

0001—3000 册

标准书号: ISBN 978-7-111-28598-4

定价: 35.00 元

凡购本书,如有缺页,倒页,脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心: (010) 88361066

销售一部: (010) 68326294

销售二部: (010) 88379649

读者服务部: (010) 68993821

门户网: <http://www.cmpbook.com>

教材网: <http://www.cmpedu.com>

封面无防伪标均为盗版

# 前 言

本书是《数字信号处理—第2版》的配套教材。

本书对《数字信号处理—第2版》中的重点与难点进行了归纳、集中和概括，并对书中习题进行了详细、严谨的解答。在给出的题解中，注重经典理论与现代技术的结合，不仅有传统的计算解，而且还有一定量的 MATLAB 程序解。在本书的指导下，读者能够更加系统地将“数字信号处理”知识融会贯通，为全面理解与掌握这门知识打下坚实的基础。特别是利用计算机计算验证复杂结论，节省手工运算的时间，把主要精力用在对课程内容和基本概念的理解与巩固上，体现了时代特色，符合素质教育的要求，这也是一种创新。

本书在第1版的基础上对习题解答作了相应改动。此外，考虑到《数字信号处理—第2版》中每章都有基于 MATLAB 的知识及应用程序，所以删去了第1版中有关上机操作一章；《数字信号处理—第2版》增加了一章 DSP 常用芯片知识和实际应用的介绍，所以本书也增加了一章 DSP 常用芯片知识和实际应用的习题，使内容更加充实，理论与实际结合得更加紧密。由于“数字信号处理”是不少院校的考研课程，本书还增加了数套考研仿真卷及答案，希望能对考生有所帮助。

本书概念清楚、系统性强、特色鲜明，尤其是现代教学思想与工具的引入，对于从事这门课程教学的教师来说，是一本不可多得的参考书。本书既可作为通信、电子信息类专业的教材，也可作为相关专业工程技术人员的参考书。

本书第1~8章，第10章由张小虹编写，黄忠虎、邱正伦编写了第9章。参加本书编写的还有沈越泓、高媛媛、张为民、张蔚伟、张璐。在本书的编写过程中，得到了王丽娟、王友军、李宁、贾永兴、余远德等同行的大力支持和帮助，在此表示深深的谢意。

由于编者水平有限，书中不足之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

作 者

# 目 录

## 前言

|                                  |     |
|----------------------------------|-----|
| 第 1 章 时域离散信号和系统 .....            | 1   |
| 1.1 重点与难点 .....                  | 1   |
| 1.1.1 信号与信号处理 .....              | 1   |
| 1.1.2 离散时间信号与基本运算 .....          | 1   |
| 1.1.3 时域离散系统 .....               | 3   |
| 1.1.4 卷积 .....                   | 4   |
| 1.1.5 常系数线性差分方程 .....            | 5   |
| 1.1.6 数字化处理方法 .....              | 6   |
| 1.2 习题解答 .....                   | 7   |
| 第 2 章 Z 变换与离散系统的频域分析 .....       | 28  |
| 2.1 重点与难点 .....                  | 28  |
| 2.1.1 Z 变换的定义 .....              | 28  |
| 2.1.2 Z 变换的收敛区 .....             | 28  |
| 2.1.3 逆 Z 变换 .....               | 28  |
| 2.1.4 Z 变换的性质与定理 .....           | 30  |
| 2.1.5 Z 变换与拉普拉斯变换、傅里叶变换的关系 ..... | 31  |
| 2.1.6 序列的傅里叶变换及其性质 .....         | 31  |
| 2.1.7 系统函数与系统特性 .....            | 33  |
| 2.2 习题解答 .....                   | 35  |
| 第 3 章 离散傅里叶变换 .....              | 84  |
| 3.1 重点与难点 .....                  | 84  |
| 3.1.1 周期序列的傅里叶级数——DFS .....      | 84  |
| 3.1.2 离散傅里叶变换——DFT .....         | 84  |
| 3.1.3 离散傅里叶变换的性质 .....           | 85  |
| 3.1.4 频域采样与恢复 .....              | 85  |
| 3.1.5 用离散傅里叶变换计算线性卷积 .....       | 86  |
| 3.1.6 用离散傅里叶变换作频谱分析 .....        | 87  |
| 3.2 习题解答 .....                   | 87  |
| 第 4 章 离散傅里叶变换的算法 .....           | 123 |
| 4.1 重点与难点 .....                  | 123 |
| 4.1.1 基 2FFT 算法 .....            | 123 |
| 4.1.2 $N$ 为组合数的 FFT 算法 .....     | 124 |
| 4.1.3 分裂基 FFT 算法 .....           | 125 |
| 4.1.4 线性调频 Z 变换 .....            | 125 |

|                                   |            |
|-----------------------------------|------------|
| 4.1.5 离散余弦变换 .....                | 125        |
| 4.2 习题解答 .....                    | 126        |
| <b>第 5 章 数字滤波器的结构 .....</b>       | <b>139</b> |
| 5.1 重点与难点 .....                   | 139        |
| 5.1.1 离散 LTI 系统的输入与输出关系描述 .....   | 139        |
| 5.1.2 用信号流图表示系统结构 .....           | 139        |
| 5.1.3 IIR 系统的基本结构 .....           | 140        |
| 5.1.4 FIR 系统的基本结构 .....           | 142        |
| 5.1.5 格型滤波器结构 .....               | 144        |
| 5.2 习题解答 .....                    | 146        |
| <b>第 6 章 无限冲激响应数字滤波器的设计 .....</b> | <b>172</b> |
| 6.1 重点与难点 .....                   | 172        |
| 6.1.1 IIR 数字滤波器设计的基本方法 .....      | 172        |
| 6.1.2 模拟滤波器设计方法简介 .....           | 172        |
| 6.1.3 脉冲响应不变法设计数字滤波器 .....        | 175        |
| 6.1.4 双线性变换法设计数字滤波器 .....         | 176        |
| 6.1.5 原型变换法设计数字滤波器 .....          | 176        |
| 6.1.6 IIR 数字滤波器的频域最优设计 .....      | 178        |
| 6.1.7 时域最小平方误差设计方法 .....          | 179        |
| 6.2 习题解答 .....                    | 180        |
| <b>第 7 章 有限冲激响应数字滤波器设计 .....</b>  | <b>207</b> |
| 7.1 重点与难点 .....                   | 207        |
| 7.1.1 线性相位 FIR 数字滤波器的条件和特点 .....  | 207        |
| 7.1.2 FIR 数字滤波器的窗函数设计 .....       | 209        |
| 7.1.3 FIR 数字滤波器的频率取样设计 .....      | 210        |
| 7.1.4 FIR 数字滤波器的等波纹逼近 .....       | 211        |
| 7.1.5 简单整系数线性相位 FIR 数字滤波器 .....   | 212        |
| 7.1.6 采样率转换滤波器——多采样率信号处理 .....    | 215        |
| 7.2 习题解答 .....                    | 216        |
| <b>第 8 章 有限字长效应 .....</b>         | <b>282</b> |
| 8.1 重点与难点 .....                   | 282        |
| 8.1.1 二进制表示法对量化的影响 .....          | 282        |
| 8.1.2 模拟信号量化的误差分析 .....           | 282        |
| 8.1.3 滤波器系数量化效应 .....             | 284        |
| 8.1.4 数字系统运算中的有限字长影响 .....        | 284        |
| 8.1.5 DFT 与 FFT 的有限字长影响 .....     | 285        |
| 8.2 习题解答 .....                    | 287        |
| <b>第 9 章 习题 .....</b>             | <b>322</b> |
| <b>第 10 章 考研仿真试卷及答案 .....</b>     | <b>326</b> |

|                      |     |
|----------------------|-----|
| 考研仿真试卷（一） .....      | 326 |
| 考研仿真试卷（二） .....      | 328 |
| 考研仿真试卷（三） .....      | 331 |
| 考研仿真试卷（四） .....      | 333 |
| 考研仿真试卷（一） 参考答案 ..... | 336 |
| 考研仿真试卷（二） 参考答案 ..... | 339 |
| 考研仿真试卷（三） 参考答案 ..... | 340 |
| 考研仿真试卷（四） 参考答案 ..... | 342 |

# 第 1 章 时域离散信号和系统

## 1.1 重点与难点

### 1.1.1 信号与信号处理

#### 1. 信号

信号是各类消息的运载工具，是某种变化的物理量。可从不同角度对信号进行分类，常用的有以下几类：自变量连续、幅度也连续的模拟信号；自变量连续、幅度可以不连续连续信号；自变量不连续、幅度连续的离散信号；自变量不连续、幅度被量化并编码的数字信号。

#### 2. 信号处理

信号处理是对信号进行分析、变换、综合、识别等加工，以达到提取有用信息和便于利用的目的。如果处理设备采用模拟部件，则为模拟信号处理（ASP）；若系统中的部件采用数字电路，信号也是数字信号，则这样的处理方法就为数字信号处理（DSP）。

### 1.1.2 离散时间信号与基本运算

#### 1. 常用典型序列及波形图

##### (1) 单位脉冲序列

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

单位脉冲序列如图 1.1-1 所示。

##### (2) 单位阶跃序列

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

单位阶跃序列如图 1.1-2 所示。

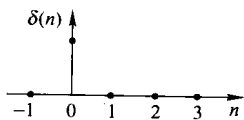


图 1.1-1 单位脉冲序列

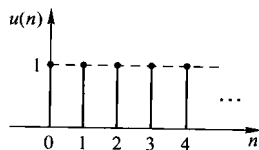


图 1.1-2 单位阶跃序列

##### (3) 单位矩形序列

$$R_N(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & n < 0, n \geq N \end{cases}$$



单位矩形序列如图 1.1-3 所示。

#### (4) 斜变序列

$$x(n) = nu(n)$$

斜变序列如图 1.1-4 所示。

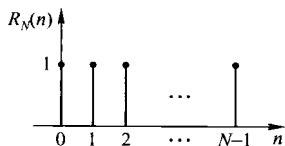


图 1.1-3 单位矩形序列

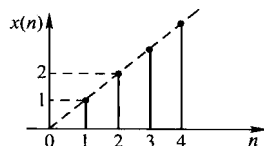


图 1.1-4 斜变序列

#### (5) 实指数序列

实指数序列的 4 种波形如图 1.1-5 所示。

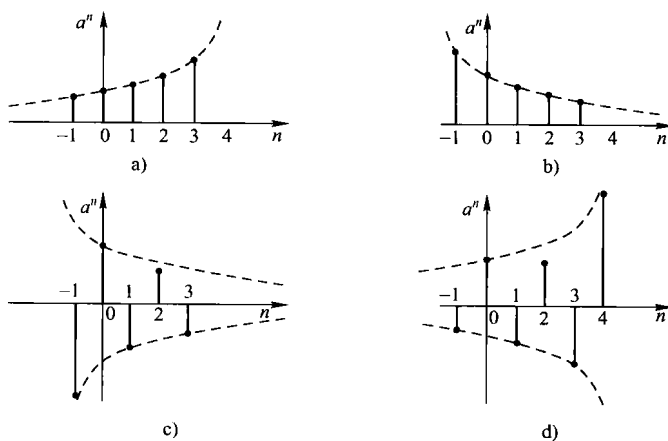


图 1.1-5 实指数序列的 4 种波形

a)  $a > 1$  b)  $0 < a < 1$  c)  $-1 < a < 0$  d)  $a < -1$

#### (6) 正弦型序列

正弦型序列如图 1.1-6 所示。

$$x(n) = A \cos(n\omega_0 + \varphi_n)$$

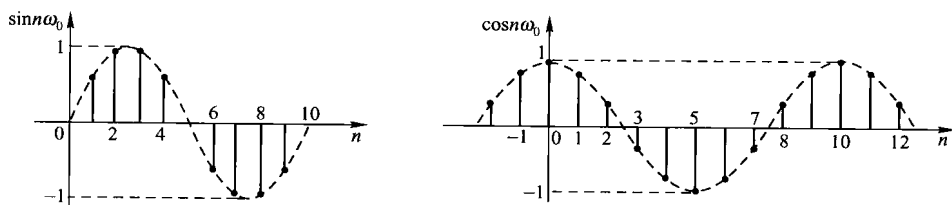


图 1.1-6 正弦型序列

#### (7) 复指数序列

$$x(n) = e^{(\sigma + j\omega_0)n} = e^{\sigma n} e^{j\omega_0 n} = e^{\sigma n} (\cos n\omega_0 + j \sin n\omega_0) = |x(n)| e^{j\varphi(n)}$$

式中,  $|x(n)|=e^{\sigma n}$ ;  $\varphi(n)=n\omega_0$ 。

(8) 周期序列

$$\tilde{x}(n) = x(n + N), \quad -\infty < n < \infty$$

对模拟正、余弦信号采样得到的序列未必是周期序列。例如, 模拟正弦型采样信号一般表示为

$$x(n) = A \cos(n\omega_0 + \varphi_n) = A \cos\left(n \frac{2\pi}{2\pi} \omega_0 + \varphi_n\right) = A \cos\left(2\pi \frac{n\omega_0}{2\pi} + \varphi_n\right)$$

$$\frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\Omega_0 T} = \frac{2\pi f_s}{\Omega_0} = \frac{f_s}{f_0}$$

式中,  $f_s$  是取样频率;  $f_0$  是模拟周期信号频率。

- 1)  $\frac{2\pi}{\omega_0} = N$ ,  $N$  为整数, 则  $x(n)$  是周期序列, 周期为  $N$ 。
- 2)  $\frac{2\pi}{\omega_0} = S = \frac{N}{L}$ ,  $L, N$  为整数, 则  $x(n)$  是周期序列, 周期为  $N=SL$ 。
- 3)  $2\pi/\omega_0$  为无理数, 则  $x(n)=A\cos(n\omega_0+\varphi_n)$  不是周期序列。

## 2. 序列的基本运算

(1) 相加

$$z(n) = x(n) + y(n)$$

(2) 相乘

$$z(n) = x(n) \cdot y(n)$$

标量相乘

$$z(n) = a x(n)$$

(3) 延时或移序

$$z(n) = x(n \pm m) \quad m > 0$$

是原序列  $x(n)$  每项左、右移  $m$  位形成的新序列。

(4) 折叠

$$y(n) = x(-n)$$

是以纵轴为对称轴翻转  $180^\circ$  形成的序列。

(5) 尺度变换

$$y(n) = x(mn)$$

$y(n)$  是只取  $x(n)$  序列中  $m$  整数倍点 (每  $m$  点取一点) 序列值形成的新序列, 即时间轴  $n$  压缩了  $m$  倍。

$$y(n) = x(n/m)$$

$y(n)$  是  $x(n)$  序列每一点加  $m-1$  个零值点形成的, 时间轴  $n$  扩展了  $m$  倍。

### 1.1.3 时域离散系统

#### 1. 线性离散系统的响应

线性离散系统的响应为

$$y(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)h_m(n)$$

## 2. 非时变离散系统的响应

离散系统的非时变性也称非移变性。若  $T[x(n)] = y(n)$ ，则非时变离散系统的响应为

$$T[x(n-n_0)] = y(n-n_0)$$

## 3. 线性非时变离散系统的响应

线性非时变离散系统，简称为 LTI 离散系统。LTI 离散系统的响应为

$$\begin{aligned} y(n) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)h(n-m) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(n-m)h(m) \\ &= x(n)*y(n) = y(n)*x(n) \end{aligned}$$

## 4. 系统的稳定性

对任意有界输入激励产生有界输出响应的系统具有稳定性。线性非时变系统稳定的充要条件是单位脉冲响应绝对可和，即

$$S = \sum_{m=-\infty}^{\infty} |h(m)| < \infty$$

## 5. 系统的因果性

线性非时变系统具有因果性的充要条件是其单位脉冲响应  $h(n) = 0, n < 0$ 。

## 6. 因果稳定系统

线性非时变系统为因果稳定的条件是

$$h(n) = \begin{cases} h(n) & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}, \text{ 且 } \sum_{n=0}^{\infty} |h(n)| < \infty$$

## 1.1.4 卷积

$$x_1(n) * x_2(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x_1(m)x_2(n-m) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x_2(m)x_1(n-m) = x_2(n) * x_1(n)$$

### 1. 卷积计算

常用卷积计算方法有图解法、相乘对位相加法。常用序列卷积结果见表 1.1-1。

表 1.1-1 常用序列卷积结果

| 序 号 | $x_1(n)$     | $x_2(n)$     | $x_1(n) * x_2(n)$                                              |
|-----|--------------|--------------|----------------------------------------------------------------|
| 1   | $\delta(n)$  | $x(n)$       | $x(n)$                                                         |
| 2   | $u(n)$       | $x(n)u(n)$   | $\sum_{m=0}^n x(m)$                                            |
| 3   | $a^n u(n)$   | $u(n)$       | $\frac{1-a^{n+1}}{1-a} u(n)$                                   |
| 4   | $u(n)$       | $u(n)$       | $(n+1)u(n)$                                                    |
| 5   | $a^n u(n)$   | $a^n u(n)$   | $(n+1)a^n u(n)$                                                |
| 6   | $a^n u(n)$   | $nu(n)$      | $\left[ \frac{n}{1-a} + \frac{a(a^n-1)}{(1-a)^2} \right] u(n)$ |
| 7   | $a_1^n u(n)$ | $a_2^n u(n)$ | $\left[ \frac{a_1^{n+1}-a_2^{n+1}}{a_1-a_2} \right] u(n)$      |

### 2. 卷积性质

1) 当  $x_1(n)$ 、 $x_2(n)$ 、 $x_3(n)$  分别满足可和条件时，卷积具有以下代数性质：

交换律:

$$\begin{aligned}x_1(n) * x_2(n) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} x_1(m)x_2(n-m) \\&= \sum_{m=-\infty}^{\infty} x_2(m)x_1(n-m) = x_2(n) * x_1(n)\end{aligned}$$

分配律:

$$x_1(n) * [x_2(n) + x_3(n)] = x_1(n) * x_2(n) + x_1(n) * x_3(n)$$

结合律:

$$x_1(n) * x_2(n) * x_3(n) = x_1(n) * [x_2(n) * x_3(n)] = x_2(n) * [x_1(n) * x_3(n)]$$

2) 任意序列与  $\delta(n)$  卷积:

$$\delta(n) * x(n) = x(n)$$

$$\delta(n-m) * x(n) = x(n-m)$$

3) 任意因果序列与  $u(n)$  卷积:

$$u(n) * x(n) = \sum_{m=0}^n x(m)$$

4) 卷积的移序:

$$y(n \pm m) = x_1(n \pm m) * x_2(n) = x_1(n) * x_2(n \pm m)$$

$$y(n \pm m_1 \pm m_2) = x_1(n \pm m_1) * x_2(n \pm m_2)$$

## 1.1.5 常系数线性差分方程

### 1. 线性非时变离散系统的数学模型

线性非时变离散系统的数学模型是常系数线性差分方程。 $N$  阶差分方程一般表示为

$$\sum_{k=0}^N a_k y(n-k) = \sum_{r=0}^M b_r x(n-r)$$

式中,  $a_k$ 、 $b_r$  为任意常数。为方便, 一般取  $a_0 = 1$ , 上式还可表示为

$$y(n) = \sum_{r=0}^M b_r x(n-r) - \sum_{k=1}^N a_k y(n-k)$$

未知(待求)序列变量的序号最高与最低值之差是差分方程的阶数; 各未知序列序号以递减方式给出  $y(n)$ ,  $y(n-1)$ ,  $y(n-2)$ ,  $\dots$ ,  $y(n-N)$ , 称为后向形式差分方程。各未知序列序号以递增方式给出  $y(n)$ ,  $y(n+1)$ ,  $y(n+2)$ ,  $\dots$ ,  $y(n+N)$ , 称为前向形式差分方程。

### 2. 经典法

(1) 齐次解  $y_h(n)$

$y_h(n)$  是齐次差分方程  $\sum_{k=0}^N a_k y(n-k) = 0$  的解。 $N$  阶齐次差分方程的特征方程为

$$\alpha^N + a_1 \alpha^{N-1} + a_2 \alpha^{N-2} + \dots + a_{N-1} \alpha + a_N = 0$$

分解特征方程因式, 可得

$$(\alpha - \alpha_1)(\alpha - \alpha_2) \cdots (\alpha - \alpha_N) = 0$$

设  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\dots$ ,  $\alpha_N$  均为  $N$  阶齐次方程的  $N$  个不相同的单根, 则  $N$  阶齐次差分方程的齐次解为

$$y_h(n) = \sum_{k=1}^N C_k (\alpha_k)^n$$

若特征方程有一个  $k$  重根, 如  $(\alpha - \alpha_1)^k$ , 其  $N$  阶齐次差分方程的齐次解为

$$y_h(n) = \sum_{i=1}^k C_i n^{k-i} (\alpha_1)^n + \sum_{i=k+1}^N C_i (\alpha_i)^n$$

## (2) 特解 $y_p(n)$

$y_p(n)$  的形式与激励  $x(n)$  的形式相同。当  $x(n)$  为指数序列时,  $y_p(n)$  为指数序列; 而当  $x(n)$  为多项式序列时,  $y_p(n)$  为多项式序列。

## (3) 完全解

由齐次解与特解可得到完全解  $y(n)$  的一般表达式

$$y(n) = y_h(n) + y_p(n)$$

将初始条件代入, 得到齐次解中的任意常系数, 解出完全解。

## 1.1.6 数字化处理方法

### 1. 时域采样

时域采样信号  $x_s(t)$  可以等效为信号  $x(t)$  与周期开关函数  $p(t)$  相乘, 即  $x_s(t) = x(t)p(t)$ 。

(1) 取样信号  $x_s(t)$  的频谱函数  $X_s(\Omega)$

$$\begin{aligned} X_s(\Omega) &= \frac{1}{2\pi} X(\Omega) * 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_n \delta(\Omega - n\Omega_s) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_n X(\Omega - n\Omega_s) \end{aligned}$$

式中,  $P_n$  为  $p(t)$  的傅里叶级数的系数。

(2) 理想取样 (周期冲激取样) 信号的频谱  $X_s(\Omega)$

当开关函数  $p(t)$  为周期冲激序列时, 也称为理想抽样, 即

$$X_s(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_n X(\Omega - n\Omega_s) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\Omega - n\Omega_s)$$

(3) 取样定理

一个频谱受限信号  $x(t)$  的最高频率为  $f_m$ , 则  $x(t)$  可以用不大于  $T=1/(2f_m)$  的时间间隔进行取样的取样值唯一地确定。

通常把允许的最低取样频率  $f_s=2f_m$  定义为奈奎斯特频率; 把允许的最大  $T_{\max} = \pi/\Omega_m = 1/(2f_m)$  定义为奈奎斯特间隔。

### 2. 原信号的恢复 (插值)

$x_s(t)$  经  $H(\Omega)=Tg_{2\Omega_c}(\Omega)$  的理想低通滤波器可以恢复为  $x(t)$ , 即

$$x(t) = x_s(t) * h(t) = \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \delta(t - nT) \right] * \frac{T\Omega_c}{\pi} \text{Sa}(\Omega_c t)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{T\Omega_c}{\pi} f(nT) \text{Sa}[\Omega_c(t-nT)]$$

若

$$\Omega_s=2\Omega_m, \quad \Omega_c=\Omega_m, \quad T=1/(2f_m)$$

则

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \text{Sa}[\Omega_m t - n\pi]$$

### 3. 窄带信号采样率的确定

窄带信号是指信号的频谱集中在信号中心频率 $\Omega_0$ 附近的一个窄的频率范围内的信号。若令其上限为 $\Omega_h$ ，下限为 $\Omega_l$ ，则带宽 $W=B_\Omega=\Omega_h-\Omega_l$ 。

窄带信号采样频谱不会混叠，其采样频率要同时满足两个条件，即

$$\frac{2\Omega_h}{N} \leq \Omega_s \leq \frac{2\Omega_l}{N-1}$$

式中， $N$  为正整数。

表 1.1-2 是  $N$  为不同值时，带宽为  $W$ ，信号频率上限 $\Omega_h=kW$  ( $k$  为正整数) 的情况下所允许的采样频率范围。

表 1.1-2 窄带信号所允许的采样频率范围

| 信号频率<br>上限 $\Omega_h$ | $N=1$             | $N=2$         | $N=3$                   | $N=4$                            | $N=5$                              | $N=6$                              | $N=7$                              | $N=8$    |
|-----------------------|-------------------|---------------|-------------------------|----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|----------|
|                       | $2W \sim \infty$  |               |                         |                                  |                                    |                                    |                                    |          |
| $2W$                  | $4W \sim \infty$  | $2W$          |                         |                                  |                                    |                                    |                                    |          |
| $3W$                  | $6W \sim \infty$  | $3W \sim 4W$  | $2W$                    |                                  |                                    |                                    |                                    |          |
| $4W$                  | $8W \sim \infty$  | $4W \sim 6W$  | $\frac{8}{3}W \sim 3W$  | $2W$                             |                                    |                                    |                                    |          |
| $5W$                  | $10W \sim \infty$ | $5W \sim 8W$  | $\frac{10}{3}W \sim 4W$ | $\frac{5}{2}W \sim \frac{8}{3}W$ | $2W$                               |                                    |                                    |          |
| $6W$                  | $12W \sim \infty$ | $6W \sim 10W$ | $4W \sim 5W$            | $3W \sim \frac{10}{3}W$          | $\frac{15}{2}W \sim \frac{5}{2}W$  | $2W$                               |                                    |          |
| $7W$                  | $14W \sim \infty$ | $7W \sim 12W$ | $\frac{14}{3}W \sim 6W$ | $\frac{14}{4}W \sim 4W$          | $\frac{14}{5}W \sim 3W$            | $\frac{14}{6}W \sim \frac{12}{5}W$ | $2W$                               |          |
| $8W$                  | $16W \sim \infty$ | $8W \sim 14W$ | $\frac{16}{3}W \sim 7W$ | $4W \sim \frac{14}{3}W$          | $\frac{16}{5}W \sim \frac{14}{4}W$ | $\frac{16}{6}W \sim \frac{14}{5}W$ | $\frac{16}{7}W \sim \frac{14}{6}W$ | $2W$     |
| $\vdots$              | $\vdots$          | $\vdots$      | $\vdots$                | $\vdots$                         | $\vdots$                           | $\vdots$                           | $\vdots$                           | $\vdots$ |

## 1.2 习题解答

1. 用单位脉冲序列及其加权和写出如图 1.2-1 所示图形的表示式。

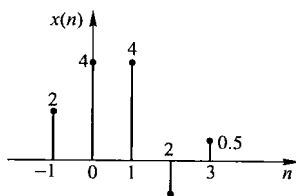


图 1.2-1

解:  $x(n)=2\delta(n+1)+4\delta(n)+4\delta(n-1)-\delta(n-2)+0.5\delta(n-3)$

2. 分别绘出以下各序列的图形。

(1)  $x_1(n)=(1/2)^n u(n)$

(2)  $x_2(n)=2^n u(n)$

(3)  $x_3(n)=(-1/2)^n u(n)$

(4)  $x_4(n)=(-2)^n u(n)$

解: 各序列的图形如图 1.2-2 所示。

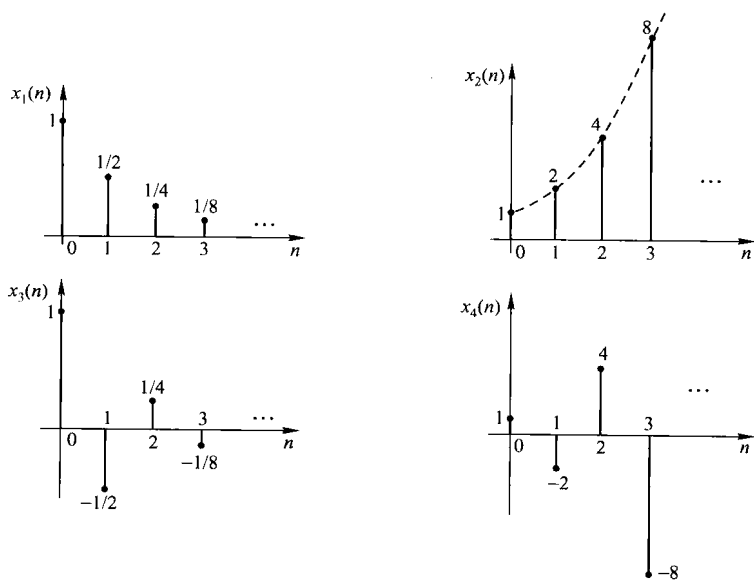


图 1.2-2

3. 分别绘出以下各序列的图形。

(1)  $x_1(n) = \sin(\pi n/5)$

(2)  $x_2(n) = \cos[(\pi n/10) - \pi/5]$

解: 各序列的图形如图 1.2-3 所示。

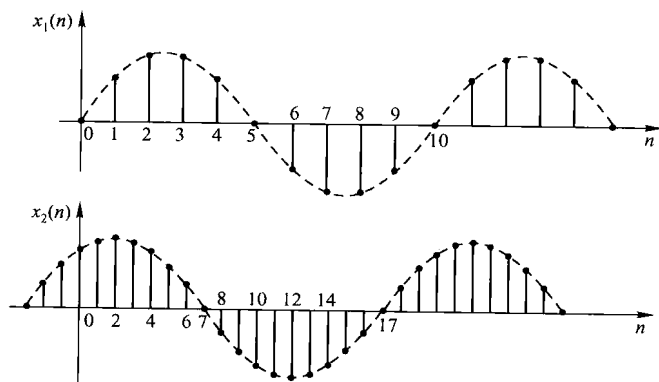


图 1.2-3

4. 已知  $x(n]$  的波形如图 1.2-4 所示, 试画出下列信号的波形。

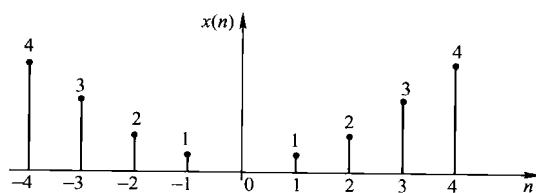


图 1.2-4

(1)  $y_1(n) = x(n+2) + x(n-2)$       (2)  $y_2(n) = x(-n+2)$

(3)  $y_3(n) = x(n) g_5(n)$       (4)  $y_4(n) = x(2n)$

注:  $g_5(n)$  是中心点在原点, 宽度为 5 的矩形序列, 以下类同。

解: (1) 的波形如图 1.2-5 所示。

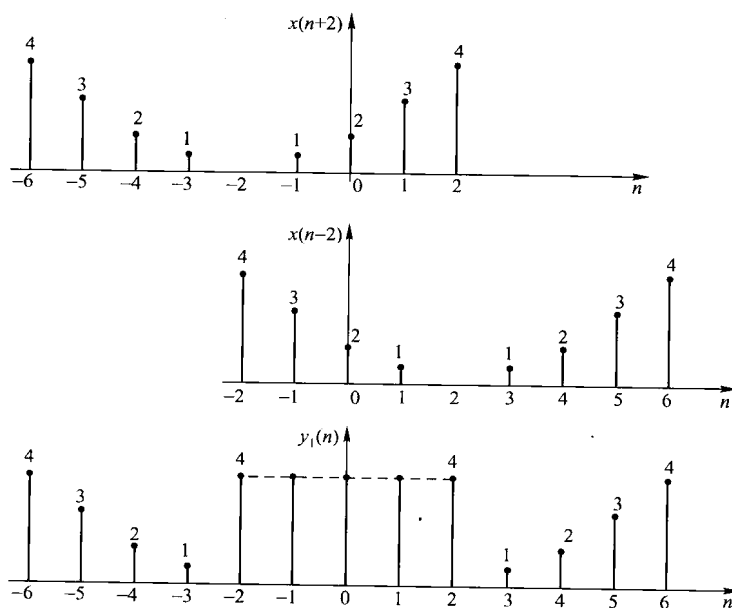


图 1.2-5

(2) 的波形如图 1.2-6 所示。

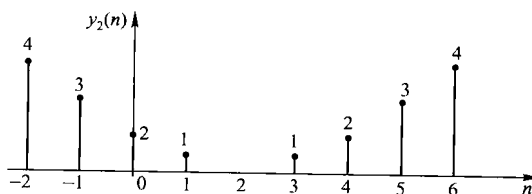


图 1.2-6

(3) 的波形如图 1.2-7 所示。

(4) 的波形如图 1.2-8 所示。



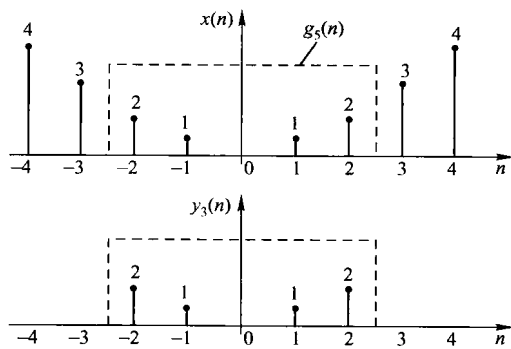


图 1.2-7

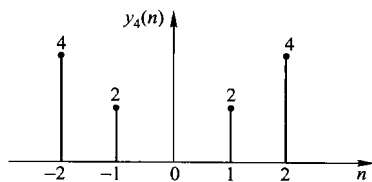


图 1.2-8

5. 已知  $x_1(n] = (-1)^n u(n-1)$ ,  $x_2(n) = g_5(n)$ , 试画出下列信号的波形。

(1)  $y_1(n) = x_1(-n) + x_2(-n)$

(2)  $y_2(n) = x_1(n) + x_2(n)$

(3)  $y_3(n) = x_1(n) \cdot x_2(n)$

(4)  $y_4(n) = x_1(n) \cdot x_2(2n)$

解: 各信号的波形如图 1.2-9 所示。

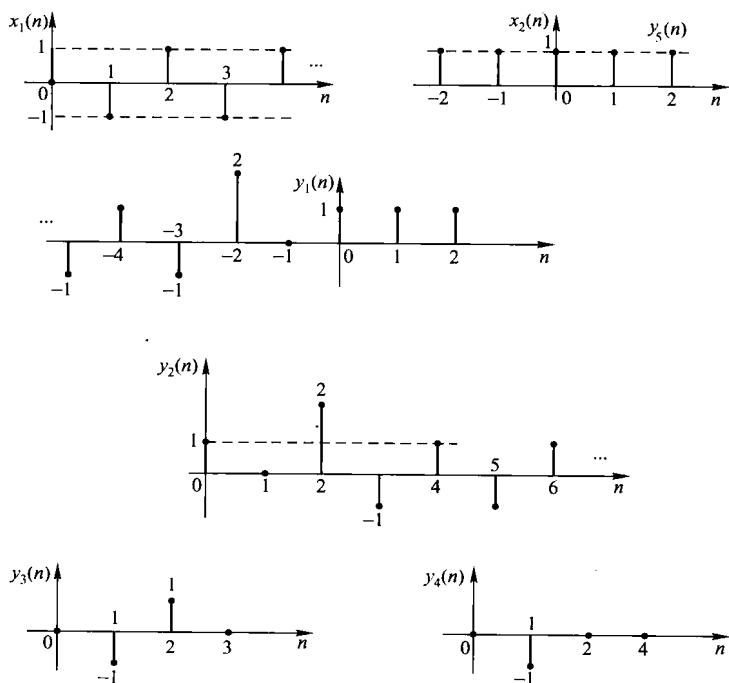


图 1.2-9

6. 试画出下列离散信号的波形。

(1)  $x_1(n) = u(-n) - u(-n+1)$

(2)  $x_2(n) = u(-n-1) - u(-n)$

(3)  $x_3(n) = \sum_{m=0}^{\infty} \delta(n-m)$

(4)  $x_4(n) = [0.5, 1.5, 2, -2, 0, 1]$

(5)  $x_5(n) = \sin(\pi n/2) - \sin[\pi(n-1)/2]$

(6)  $x_6(n) = 1^n - g_7(n)$