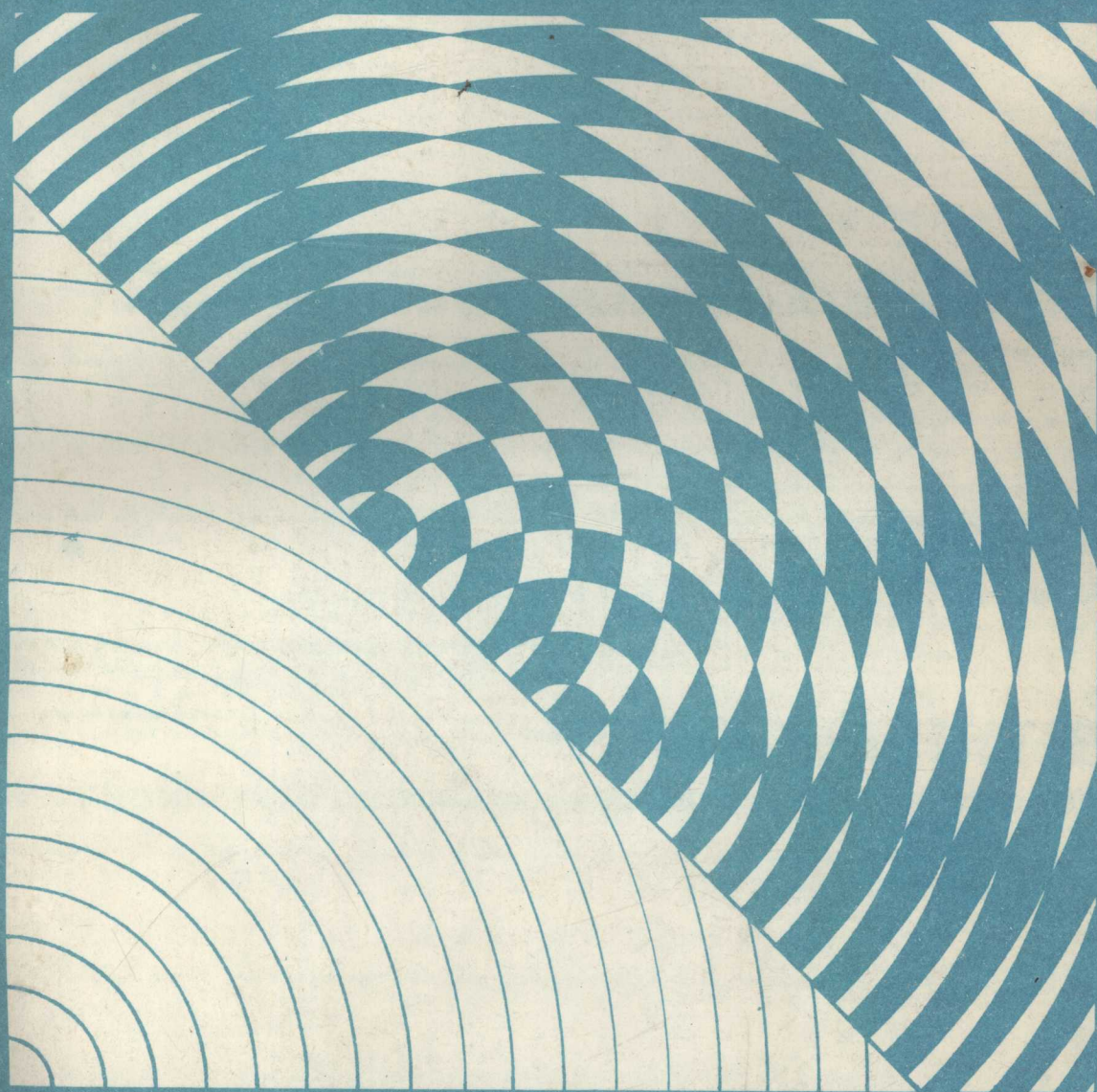


全国高等教育自学考试教材（机电一体化工程专业）

现代设计方法

应锦春主编



中国科学技术出版社

全国高等教育自学考试教材

现代设计方法

应锦春 陈锡璞 只辉 编

中国科学技术出版社

内 容 提 要

《现代设计方法》主要介绍在生产实践中获得广泛应用的设计计算方法,如:优化设计、可靠性设计和有限元法等。附录中复习了有关矩阵代数的基础知识。

本书由浅入深地介绍了这些方法的基本概念和原理,并通过大量实例帮助读者掌握求解实际问题的步骤,还介绍了一些计算机程序。

本书可作为工科大专院校的教材,并可供工程技术人员参考。

全国高等教育自学考试教材

现代设计方法

应锦春 陈锡璞 只辉 编

中国科学技术出版社出版(北京海淀区白石桥路32号)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

水电印刷厂印刷

开本: 787×1092毫米1/16 印张17.875 字数: 430千字

1990年8月第1版 1991年7月第2次印刷

印数: 20000—9000 定价: 12.00元

I BN 7-5046-0251-5/TH·4

出版前言

高等教育自学考试教材建设是高等教育自学考试工作的一项基本建设。经国家教育委员会同意，我们拟有计划、有步骤地组织编写一些高等教育自学考试教材，以满足社会自学和适应考试的需要。《现代设计方法》是为高等教育自学考试机电一体化工程专业组编的一套教材中的一种。这本教材根据专业考试计划，从造就和选拔人才的需要出发，按照全国颁布的《现代设计方法自学考试大纲》的要求，结合自学考试的特点，组织高等院校一些专家学者集体编写而成的。

机电一体化工程专业《现代设计方法》自学考试教材，是供个人自学、社会助学和国家考试使用的。无疑也适用于其他相同专业方面的学习需要。现经审定同意予以出版发行。我们相信，随着高教自学考试教材的陆续出版，必将对我国高等教育事业的发展，保证自学考试的质量起到积极的促进作用。

编写高等教育自学考试教材是一种新的尝试，希望得到社会各方面的关怀和支持，使它在使用中不断提高和日臻完善。

全国高等教育自学考试指导委员会

1990年3月

前 言

与生产实践紧密结合的工程设计的历史源远流长。近几十年来,社会急剧的进步和人类对物质和精神生活不断增长的需求促进现代设计方法的发展。同时,科学技术的发展,特别是微电子技术的飞速发展,为现代设计方法的广泛应用提供了可能性。它是现代设计理论与现代科技成果相结合的产物。

广泛地采用和推广成熟的现代设计方法以加速我国机电产品更新换代、赶超世界先进水平是当务之急。

本教材介绍理论上成熟并已获得广泛应用的一些设计计算方法。其中主要是:优化设计、可靠性设计及有限元法等。它们与计算机辅助设计与制造、机械产品艺术造型基础等许多内容共同组成现代设计方法。

优化设计跳出了传统的安全设计的思想。用于解决两类问题:一类是从大量方案中选出可行的最优者;另一类是为已确定的设计方案选定可行的最优参数。因此,在工程设计中按照给定的目标,借助于计算机的运算,经过有限次的探索寻求最优设计方案和设计参数,从而获得最优的技术经济效果。

机电产品的可靠性是指在规定的时间内、在规定的条件下完成规定功能的能力。它通过可靠度,即在此时间内、在此条件下完成功能的概率来度量。在常规设计中将影响产品性能指标的因素都视为常量。在可靠性设计中则将这些因素做为随机函数来处理。为保证产品达到可靠度的要求,首先要计算出各种元件、零部件可靠度,在此基础上预测出产品的可靠度,然后采取各种措施改进原设计,做到经济合理。

应用有限元法可以预测复杂结构的强度与刚度。其步骤是:首先将复杂结构分割成若干通过节点相连的单元;然后将求出各单元的刚度矩阵集成为总体刚度矩阵;通过对非节点载荷和约束条件的处理,写出该结构的总体刚度矩阵,最终求出各节点的位移和单元内的应力和应变。同样,这种方法可以扩展到电学、流体力学和热力学等中去。

本课程着重介绍这些方法的基本概念、基础理论以及求解实际问题的主要步骤,为在今后的设计实践中应用这些现代设计方法打下坚实的基础。

编者

1990年3月

目 录

第一章 绪论	(1)
第一节 发展中的现代设计方法.....	(1)
第二节 模型试验设计法等常用现代设计方法简介.....	(3)
第二章 优化设计	(13)
第一节 优化设计概论.....	(13)
第二节 优化设计的基本理论与概念.....	(28)
第三节 一维搜索方法与终止准则.....	(45)
第四节 无约束设计的最优化方法.....	(56)
第五节 有约束优化设计的方法.....	(73)
第六节 优化设计的若干问题.....	(92)
第七节 多目标函数的优化.....	(94)
第三章 可靠性设计	(100)
第一节 可靠性基本概念和数学基础	(100)
第二节 机电产品零部件的可靠性设计	(118)
第三节 系统的可靠性预测和可靠度分配	(150)
第四章 有限元法	(164)
第一节 有限元法概述	(164)
第二节 平面刚架的有限元法	(173)
第三节 弹性力学平面问题的有限元法	(193)
第四节 其它常用单元的刚度矩阵	(223)
第五节 求解平面刚架问题和弹性力学平面问题的Fortran程序及应用实例	(237)
附录A 矩阵代数	(263)
附录B 高斯消元法	(269)
附录C 乔列斯基分解法	(274)

第一章 绪 论

第一节 发展中的现代设计方法

工程设计是一种人类有目的的智力劳动。它是为生产实践服务的，既要求设计出的产品能达到生产实践提出的性能指标，实现技术、经济和艺术的统一；同时还要考虑生产条件，使之在现实条件下有实现的可能；此外还要充分利用现有的条件，以便可以多、快、好、省地将设计变成现实。正确的设计思想来自于生产实践，为此：设计前要广泛地收集资料、调查研究并进行必要的实验和测试；设计时要考虑现实的生产条件反复地进行方案比较，利用工程语言（如图纸、模型和计算机软件等）将设计方案表达出来，以便征求用户、制造者、管理人员等方面人员的意见，最后将设计确定下来；当设计实现后，要对制造出的产品进行检验、测试和分析，多方面地听取意见，即要经受生产实践的检验，从中汲取经验教训和改进意见。设计人员通过生产实践取得丰富的知识。

工程设计的历史几乎与人类历史同龄。我国东汉时张衡发明的地动仪，三国时期曾使用过的木牛流马，隋朝时李春营建的赵州桥等都堪称科学技术与艺术高度统一的设计杰作。

工程设计的发展经历了直觉设计、经验设计、中间试验辅助设计和现代化设计四个阶段。在前三个阶段中，设计者凭直觉和经验，借助于一些推导出的简单公式和经验公式进行计算，做小规模且粗糙的实验，对类似的产品和设计进行类比。因此，它们是一种半理论半经验的设计方法，主观随意性很大，很难获得客观存在的最优方案。

随着时代的发展，对设计的要求越来越高。例如：为了加速资金的周转，创造更高的劳动生产率，要求大大地缩短产品研制的周期，实现设计过程的自动化是重要的一环。再例如为了改善现代交通状况，要研制出高速、大容量、低成本的现代化交通工具——巨型空中公共汽车和磁悬浮列车等。从技术、经济、外观、舒适性及对环境的污染等各方面提出了一系列苛刻的要求。必须仔细地研究各种因素，进行权衡，从中选出最优的设计方案。

科学技术的发展，特别是微电子技术的发展为进行这些分析和计算提供了日臻完善的手段。现代测试技术的发展，使人们获得了许多单凭五官得不到的信息。现代化的电子仪器不仅捕捉到了它们，通过处理，还以极清晰的方式将它们展现在眼前。计算机以每秒数亿次的高速度进行计算，并可存储大量的数据、资料和信息，其计算能力和记忆力都是人类所望尘莫及的。近年来人工智能技术的发展，使计算机步入了人类所独具的创造性劳动领域，正在获得令人瞩目的成果。

伴随着现代科学技术发展而产生的现代设计方法，与传统的设计方法相比，实现了如下几方面的转变：从定性分析向定量分析、从静态分析向动态分析、从零部件计算向整机计算、从手工设计计算向自动化设计计算及由安全性设计向优化设计等。

对复杂的结构件，例如机床的床身和箱体等，过去虽然也可以利用材料力学或弹性力学的简单公式，估算改动某一部分的尺寸对整个结构刚度带来的影响。这种预测只能说明是改善了或恶化了，却难以确定该尺寸的增量与结构刚度增量间精确的关系式。因而这种分析是粗糙的，只能定性。当采用有限元法进行计算，或使用现代化测试设备进行模型试验就可较好地完成这个任务。这样，产品制造出以前，就可较准确地预测出其性能指标，基本上做到定量化。

早期的机电设备是在低速、轻载、常温、常压下运行的。工作过程平稳，不随时间而变化。因而对它进行分析时，可近似地看成是一个静态的过程。由于高速、重载、高压、高温、超低压、超低温等工况的出现，因此分析这些过程时，不能再将它们看成是平稳的，有些过程甚至随时间而急剧变化。例如火箭在飞行中会产生挠曲振动，机床在一定的切削条件下会产生自激振动，在电视机中有许多由电阻、电容、电感元件组成的回路会产生振荡等。对一些振动，如振荡回路产生的振荡信号需要利用；而另外一些振动，如火箭的挠曲振动则要避免。因此，除了进行静态分析外，还必须进行动态分析。进行动态分析的目的是要改善其动态性能。这里所指的动态性能包括：（1）它的固有特性。即各阶固有振动频率、模态振型和阻尼特性等；（2）系统在外外部激振力作用下的响应。即动态应力和动态位移等；（3）系统在工作状态下产生自激振动的可能性等。虽然振动理论早已日臻成熟，由于计算量过大，过去只能对简单的结构进行动态分析；由于测试设备的限制，对超高频和小振幅都无法测出，更谈不上对瞬态响应的测定。进行振动分析时，由于测试仪器的改进，不仅可根据理论建造数学模型，而且可以同时利用理论和测试数据建造数学模型，然后使用计算机更精确地预测产品的动态性能和改进的效果。由于学时的限制本教材难于更多地涉及这方面的内容。

在材料力学和弹塑性力学的基础上，过去可以对简单的零部件进行分析计算。对整台机器的分析计算工作由于两个原因迟迟未能进行：一方面是整机结构复杂，需要完成巨大的计算工作量；另一方面对零部件间的连接部分（称为结合部）的特性缺乏研究。按零部件间结合部的连接方式来分，可分成固定连接和滑动连接。无论是哪种连接方式，结合部都可看成由许多弹性元件和阻尼元件组成。由于材料、加工质量、连接方式、结合部内的压力、润滑等条件的不同，其弹性和阻尼特性也不同。无论是为结合部建造数学模型，还是要完成整机分析的计算任务都离不开现代化的测试手段和计算机。

计算机辅助设计技术的发展使设计人员从繁重的计算和绘图工作中解放出来。完整的现代化CAD工作站所完成的工作包括：利用计算机中的专家系统确定技术参数和总体方案；绘制总图和零件图；使用有限元法对其动静态性能等进行分析计算；通过优化设计不断地进行修改，以获得最优的设计方案；在屏幕上显示设计结果，还可用图纸和数据的形式输出。利用有关各零部件设计的信息，经过计算机辅助工艺规程编制（CAPP），可编制好加工工艺并选好工艺参数。然后，再将这些信息输入到由若干个加工中心连成一体柔性制造系统（FMS），可完成这些零部件的加工和装配。依照同样的过程，甚至可完成整机的制造任务。这种计算机集成制造系统（CIMS）已成为现实。

傻大黑粗较形象地表现出过去机械产品对安全性的重视程度。在计算和测试手段匮乏

的过去,设计者只能如此。优化设计和可靠性设计技术的发展使产品的“减肥”成为可能。但是由于客观实际的要求是多方面的,有些要求如技术性能和经济指标可以通过数学式表达,而另外一些要求如外观等由美学、心理学等多方面因素确定,无法用数学式表达,再加上还有许多不确定的因素(如材料性能的变异等)的影响,使优化设计成为一门综合利用各学科的成果,且自身内容很丰富的学科,因而一个设计要真正达到最优是不可能的。同时,机械产品艺术造型这门学科也正在为改变机械产品的不良形象做出积极的贡献。

总而言之,一方面时代的前进、科技的发展、人类对精神生活和物质生活日益增长的需求不断地向现代设计方法提出更新更高的要求;另一方面科学技术的进步,特别是微电子技术的发展,不断地为完善现代设计方法提供新的手段。它是一门发展中的新兴学科,需要综合利用各学科的研究成果。更重要的是要应用它,让它结出丰硕的果实。

第二节 模型试验设计法等常用现代设计方法简介

由于对现代设计方法尚无一个确切的、统一的定义,因而对其涉及的范围也有不同的看法。第一节在分析现代设计方法所实现的几个转变中提到了其中最主要的几种方法所起的作用。它们是:优化方法、可靠性设计、有限元法、计算机辅助设计与制造及机械产品艺术造型等。本教材主要讲授前三种方法,后两种方法另设课程介绍。本节简单地介绍其余一些常用的方法,以扩大学生的知识面。

一、键图法和边界元法

对系统和结构进行分析计算的方法,除有限元法外,常用的方法还有键图法和边界元法。

键图法是一种为系统建造数学模型的方法,它利用机、电、液等间的相似原理为各种系统(例如:机械、电气、液压和气动等系统)及其混合系统提供一种通用建模的方法。它还适用于求解非线性系统的问题。

系统中的任何元件都有两类变量:一类是原因(又叫输入),另一类是结果(又称输出)。通过“势”(例如力、电压、压力等)和“流”(例如速度、电流、流量等)将元件联成一个整体。基于这种想法,1968年由美国麻省理工学院的卡诺皮和诺森伯格两位教授首先将这种方法引入到工程实践中。

下面介绍一个简单的例子。

图1-1是一个齿轮-齿条机构简化的动力学模型。图中 $M_1(t)$ 为大齿轮上的输入扭矩。 J_1 、 J_2 分别为大、

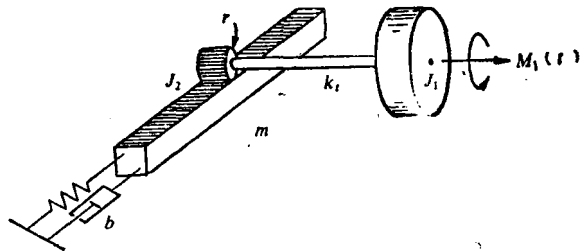


图 1-1 齿轮-齿条机构的动力学模型

小齿轮的转动惯量, k_1 是传动轴的扭转刚度系数, r 是小齿轮的半径。 m 为齿条的质量, k 和 b 分别是齿条所受阻力的刚度系数和阻尼系数。

图1-2是描述该系统的键图。

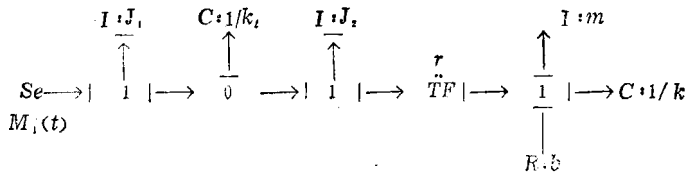


图 1-2 齿轮-齿条机构的键图

根据键图，依照一定的法则，可以很便利地写出该系统的状态方程。

将状态方程和有关的数据输入计算机，调用编好的程序，可以很快地获得计算结果。

边界元法是将被研究对象的边界分割成若干个子边界（称为边界单元）进行求解（图 1-3）。应用边界元法进行解析的过程分成两步。（1）应用积分定理将原微分方程变换成边界上的积分方程式；（2）为求解变换后的边界积分方程式，将边界离散化，成为若干个边界单元，建立关于其代表点（节点）未知函数的一次联立方程组。最后对其求解。这里第一步采用数理解析法，第二步应用数值分析法。因此它是一种数理解析法和数值分析法相结合的折衷解法。

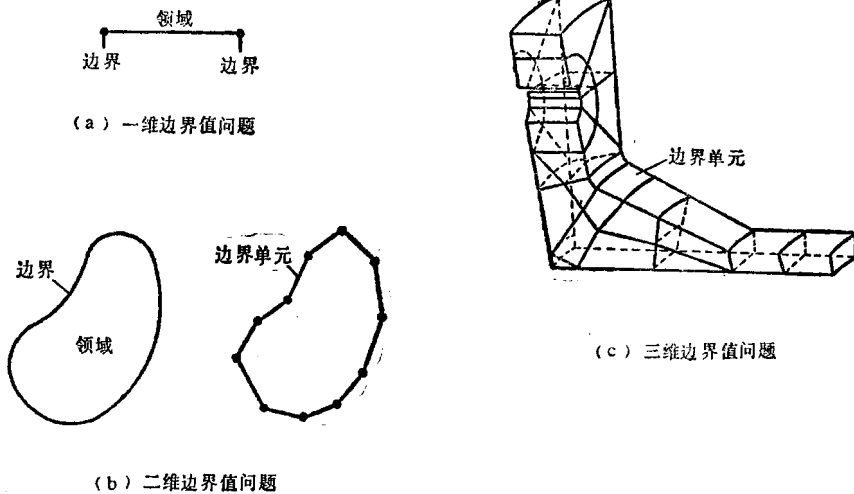


图 1-3 边界值问题

由于边界元法只在对象的边界上进行处理，因此若为一维领域边界值的问题，其边界就是点，可按零维问题处理。对二维问题，就变成只在边界线上处理的一维问题。对三维问题，只对其包容面进行单元分割，因而成为二维问题。总而言之，它使所考虑的维数比实际对象的维数少一维，减少了所需计算机的容量和计算时间。它特别适用于解决有龟裂弹性体的“奇异应力”的问题（图1-4）。

二、设计方法学

设计方法学是门新兴的学科。关于其研究对象和范围等，当前尚无确切的、大家公认的定义。一般认为设计方法学是在深入研究设计过程规律和本质的基础上，以系统的观点、控制论的观点研究设计的一般进程（即战略问题）和解决具体设计问题的方法（即战

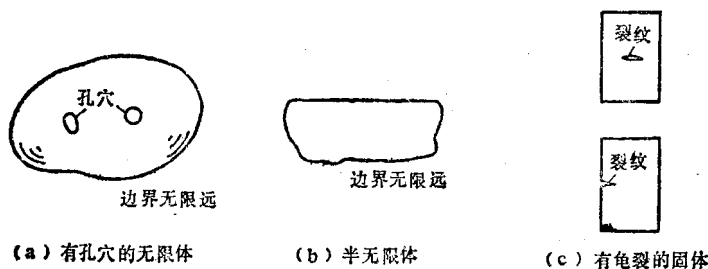


图 1-4 边界元法容易解决的问题例

术问题) 的科学。

设计方法学与设计人员的哲学观点及逻辑思维方法关系极大, 因而它也是现代哲学和思维科学发展的一个重要组成部分。

设计方法学以近代发展起来的理论为基础, 研究先进科学技术成果在设计领域中的应用。设计方法学的研究将在提高设计人员素质、减少设计失误、提高设计质量、加速设计人员的成长及加快设计进度等方面发挥重大的作用。

三、模型试验设计法

对结构特别复杂的零件, 设计时常需要知道危险点上的最大应力和变形量等, 这是无法用解析法求出的。使用现代计算方法如有限元法和边界元法等也常受条件的限制, 对三维复杂结构问题更为突出。由于种种原因, 有时也难于在实物上进行测试。例如: 实物尚未造出, 无法进行实测; 虽然实物已造出, 由于变形量很小、应力很低测量不便; 实物造价过高, 做破坏性试验不经济等。在这些情况下, 模型试验设计就成为重要的设计手段。

模型实验设计的过程包括: 设计制造出实物的模型; 根据设计的要求对其加载进行测试, 以判定其结构和尺寸是否合理; 根据实测数据, 对原设计进行修改, 更加完善化。

模型试验设计的主要优点是可以在时间、材料和仪器等花费都不太大的情况下, 对多种模型进行分析比较, 以获得更好的设计方案, 加速新产品的开发。

由于模型在结构的相似性和测试条件上毕竟与实物有差异, 所以模型试验的结果就会有一定的误差, 这就是它的局限性。

1. 模型设计中的相似条件

用模型试验设计法进行设计, 第一个关键问题是进行模型设计。要保证做试验的模型与实物原型相似, 这就要求模型满足有关的相似条件并与实物原型有相同的相似判据。按力学问题, 相似条件包括: 力学相似、材料相似、初始条件相似及边界条件相似。

(1) 力学相似

在进行机械零部件模型设计时, 首先要做到力学相似。根据所研究问题的不同, 要部分或全部满足以下四个相似条件。

①几何相似

模型（用下标 m 表示）和原型（用下标 e 表示）间任何相对应的线性尺寸之比恒等，而任意两条对应直线间的夹角保持不变，称为几何相似。用公式表示为

$$C_L = \frac{L_{ei}}{L_{mi}} \quad (1-1a)$$

式中： C_L ——尺寸比例尺，对选定的模型是一个常数； L_{ei} ——原型的第 i 个线性长度； L_{mi} ——模型上相应的线性长度。

不难看出，当尺寸比例尺 $C_L > 1$ 时，模型小于实物，即用同一比例将原型缩小制出模型。相应的截面尺寸比例尺 C_A 和体积比例尺 C_V 分别为

$$C_A = \frac{A_{ei}}{A_{mi}} = C_L^2 \quad (1-1b)$$

$$C_V = \frac{V_{ei}}{V_{mi}} = C_L^3 \quad (1-1c)$$

②运动相似

模型和原型相对应点的位移量 u （在刚度问题中一般为变形量）、速度 du/dt 及加速度 d^2u/dt^2 保持同一恒定的比例，叫做运动相似。用公式表示为

$$C_u = \frac{u_{ei}}{u_{mi}} \quad (1-2a)$$

式中： C_u ——位移比例尺。

已知位移比例尺 C_u ，不难推出当时间比例尺为 1 时速度和加速度比例尺为

$$C_v = \frac{du_e/dt}{du_m/dt} = C_u \quad (1-2b)$$

$$C_a = \frac{d^2u_e/dt^2}{d^2u_m/dt^2} = C_u \quad (1-2c)$$

可以看出，当时间比例尺为 1 时，位移、速度和加速度的比例尺相等。

③动力相似

作用在模型和原型上的外力必须保持恒定的比例，称为动力相似，用公式表示为

$$C_p = \frac{P_e}{P_m} \quad (1-3)$$

④质量相似

在研究动力学问题时，模型和原型间在质量及其分布上必须保持恒定的比例，称为质量相似。质量比例尺为

$$C_m = \frac{m_e}{m_m} \quad (1-4)$$

质量分布的情况应按尺寸比例尺决定。

由于这些基本量的比例尺已经确定，由它们导出的物理量（如应力等）的比例尺就不能任意选取。例如应力比例尺 C_σ 为

$$C_\sigma = \frac{\sigma_e}{\sigma_m} = \frac{P_e/A_e}{P_m/A_m} = \frac{P_e/P_m}{A_e/A_m} = \frac{C_p}{C_L^2} \quad (1-5)$$

(2) 材料的相似

制造模型常选用与原型不同的材料，这是出于以下几方面的考虑：首先，要降低成本；其次，要便于制造；此外，还要利于进行测试。例如有机玻璃等材料常被采用。它具有稍加热即可成型，易粘接，弹性模量小，变形量易测出等许多优点。有时一个模型的部分由不同种的材料制成，这时要考虑材料的相似。

与材料有关的物理量主要有弹性模量 E 和 G ，泊松比 μ 以及单位体积的重量 γ 等。这些量的相似条件为模型与原型相对应点上的量分别符合自己恒定的比例，即

$$C_E = \frac{E_e}{E_m}, \quad C_\mu = \frac{\mu_e}{\mu_m}, \quad C_\gamma = \frac{\gamma_e}{\gamma_m} \quad (1-6a)$$

式中： C_E 、 C_μ 、 C_γ ——弹性模量、泊松比及单位体积重量的比例尺。

当比例尺 C_L 和 C_P 已定时， C_E 和 C_γ 最好能符合以下关系

$$C_E = C_\sigma = \frac{C_P}{C_L^2} \quad (1-6b)$$

$$C_\gamma = \frac{C_P}{C_L^3} \quad (1-6c)$$

当实物原型和模型分别用单一材料制成时，一定满足式 (1-6a)。但由于模型材料的品种有限，常难于满足式 (1-6b) 及 (1-6c)。这种模型称为原型实物的不完全相似模型。

(3) 初始条件的相似

对于动态过程，各物理量在某瞬时的值一方面取决于该现象的变化规律，另一方面也取决于初始条件，即各变量的初始值，例如初始位移、初始速度及加速度等。模型与原型初始条件之间的比例尺也应当等于其相应参数的比例尺。

(4) 边界条件的相似

研究材料、形状和尺寸都相同的两根梁，只是边界条件不同（例如一根是简支梁，另一根是悬臂梁），虽然描述这两根梁的微分方程相同，但求挠度和转角的方程不同，因而两根间不能互为模型。因此要求模型的边界条件要与原型的边界条件相同。

2. 模型设计中的相似判据

(1) 相似判据的概念

根据相似定理，在两个相似的现象中，必须有相同的相似判据。相似判据是由一组物理量按一定规则组合成的无量纲量。现举例说明如下。

悬臂梁任意截面 AA (图1-5) 上的弯曲应力 σ_b 为

$$\sigma_b = \frac{Px}{W} \quad (a)$$

式中： W ——梁横截面的抗弯断面系数。

最大弯曲应力发生在固定端的截面上，即

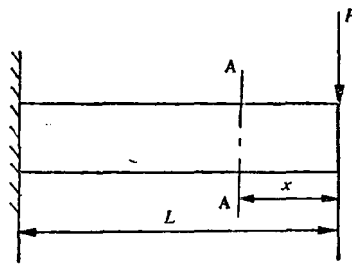


图 1-5

$$\sigma_{b \max} = \frac{PL}{W} \quad (b)$$

方程式(a)及(b)为描述该现象物理过程的表达式。根据方程式量纲齐次的原则，方程式两边每一项的量纲都一样。所以可获得一个无量纲的量

$$K = \frac{PL}{\sigma_{b \max} W} = 1 \quad (1-7)$$

这个无量纲的量就是悬臂梁按强度做模型设计时必须满足的相似判据。即对原型和模型，如果两者相似，则必须

$$\frac{P_e L_e}{\sigma_{be} W_e} = \frac{P_m L_m}{\sigma_{bm} W_m} \quad (c)$$

根据式(c)即可找出由模型实测所得的应力 σ_{bm} 还原到原型上的应力的复原公式

$$\sigma_{be} = \sigma_{bm} \frac{P_e L_e / W_e}{P_m L_m / W_m} = \sigma_{bm} \frac{C_P C_L}{C_W} \quad (1-8)$$

式中： $C_W = \frac{W_e}{W_m}$ ——抗弯断面系数比例尺。

将式(1-8)进行变换，则

$$\frac{C_P C_L}{C_\sigma C_W} = 1 \quad (1-9)$$

上式称为比例尺方程。它表示了原型和模型各物理量比例尺间应当满足的条件。它说明了模型设计时不是所有物理量的比例尺都可以任意独立地选取，它们之间必须满足该物理过程所具有的比例尺方程，确定相似判据的方法将在后面讲述。

如前所述，进行模型设计时为保证模型与原型的相似性，除两者需有相同的相似判据外，还需满足有关的相似条件。这里所指的有关的相似条件因问题而异。例如在研究静强度问题时，不存在初始条件相似的要求，同时在力学相似中也无质量相似的要求。

(2) 确定相似判据的方法

常用的确定相似判据的方法有以下两种。

① 分析方程式法

以牛顿第二定律为例加以说明。

牛顿第二定律的微分方程为

$$F = m \frac{d^2 u}{dt^2}$$

原型和模型微分方程分别为

$$F_e = m_e \frac{d^2 u_e}{dt_e^2} \quad (1-10)$$

$$F_m = m_m \frac{d^2 u_m}{dt_m^2} \quad (1-11)$$

令 F 、 m 、 u 、 t 的比例尺分别为 C_F 、 C_m 、 C_u 、 C_t ，即

$$F_e = C_F F_m, \quad m_e = C_m m_m, \quad u_e = C_u u_m, \quad (1-12)$$

因此

$$\frac{d^2 u_e}{dt_e^2} = \frac{C_u}{C_t^2} \frac{d^2 u_m}{dt_m^2} \quad (1-13)$$

将式(1-12)及(1-13)代入式(1-10), 得

$$C_F F_m = C_m m_m \frac{C_u d^2 u_m}{C_t^2 dt_m^2} \quad (1-14)$$

式(1-14)除以式(1-11), 得

$$C_F = \frac{C_m C_u}{C_t^2}$$

即得比例尺方程

$$\frac{C_m C_u}{C_F C_t^2} = 1 \quad (1-15)$$

因而相似判据为

$$K = \frac{mu}{Ft^2} \quad (1-16)$$

这种方法的求解过程为: 首先将描述该现象的方程(包括微分方程)改写成原型的方程; 然后将该方程中的所有物理量都乘上相应的比例尺; 将所获得的方程与原型方程逐项进行对比, 可获得一个或一组比例尺方程, 进而确定相应的相似判据。

②量纲分析法

量纲分析法基于这样的想法: 力学中的一切物理量的量纲都可以用三个基本测量单位(长度 L 、质量 M 、时间 T)来表示。例如: 弹性模量 E 的量纲为 $[ML^{-1}T^{-2}]$; 密度 ρ 的量纲为 $[ML^{-3}]$ 等。任何方程式等号两边的量纲必须相等。

下面以研究梁做无阻尼自由振荡时确定相似判据为例说明量纲分析法的应用。

假设从理论分析和实验研究中已知道描述这个过程的物理量有: 线长度 l , 线位移 u , 密度 ρ , 弹性模量 E , 泊松比 μ , 振动频率 f 等。

因为未写出表示振动现象的微分方程, 所以可用量纲分析法确定相似判据。从上述物理量中可选出三个互相独立的物理量作为基本量, 例如可选长度 l , 密度 ρ , 弹性模量 E 做为基本量。将其它物理量分别用这三个基本量表示, 分析比较它们之间的量纲, 即可得到所需要的相似判据。

以求振动频率 f 为例加以说明。设频率 f 与三个基本量量纲间的关系为

$$f = l^x E^y \rho^z \quad (1-17)$$

式中: x, y, z ——未知量。

首先将所有物理量的量纲都用力学中的三个基本测量单位表示。

除前述 E 和 ρ 的量纲外, 线性长度和频率的量纲都很简单: $[l] = [L]$, $[f] = [T^{-1}]$ 。

代入式(1-17)得

$$\begin{aligned} [T^{-1}] &= [L^x (ML^{-1}T^{-2})^y (ML^{-3})^z] \\ &= [L^{x-y-3z}] [M^{y+z}] [T^{-2y}] \end{aligned}$$

比较上式等号两边各基本测量单位的指数, 得一组方程

$$\begin{cases} -2y = -1 \\ y + z = 0 \\ x - y - 3z = 0 \end{cases}$$

解方程组，可得

$$x = -1, \quad y = \frac{1}{2}, \quad z = -\frac{1}{2}$$

代入式(1-17)，则

$$f = l^{-1} E^{\frac{1}{2}} \rho^{-\frac{1}{2}}$$

由此可得比例尺方程为

$$\frac{C_f C_l C_\rho^{1/2}}{C_E^{1/2}} = 1 \quad (1-18)$$

包括振动频率的相似判据为

$$K_f = \frac{f l \rho^{1/2}}{E^{1/2}} \quad (1-19)$$

对其它物理量如载荷等也可导出有关它与三个基本量间的相似判据，这里不再介绍。相似定理说明：如一物理现象中参与的物理量有 n 个，其中包括 i 个基本量，则可得到 $n - i$ 个无量纲的相似判据。

3. 模型试验的方法

(1) 应力应变的测试

任何一种测试应力和应变的方法都可用于对模型进行应力应变分析。比较常用的方法有脆膜法、电阻应变片法和光弹测定法等。下面介绍这三种简便易行的方法。

① 脆膜法

这是一种全域性的实验应力分析法。先把一种叫脆膜漆的涂料均匀地涂在模型表面上。模型加载时，虽然应变值很小，但当模型表面上应变值达到一定值时漆层产生裂纹，这些裂纹就是等应变迹线。该线的法向即为该点的主应变方向。随着载荷的增大，在模型表面上先后生成许多等应变迹线，根据这些迹线出现时载荷的大小及迹线的密集程度，可以估计出主应力的分布情况。这种方法简便易行，但精度不高，一般用来做定性试验。

② 电阻应变片法

电阻应变片的工作原理是：当应变片上很细的电阻丝受拉或受压时，由于截面积和长度的改变使其电阻值发生变化，通过惠斯顿电桥测出微小的变化量，再经过放大后，将应变数值显示出来。使用时，将电阻应变片贴在最大应变区或设计者感兴趣的位置上，则可测出该处的应变值。

由于电阻应变片价格便宜，测试精度高，适用范围广阔（既可测静态应力也可测动态应力；既可用于极低温，又可用于近千度的高温），频率响应可达数十万赫兹，还可用于遥测，使其成为应用最广泛的应力分析方法。

③ 光弹测定法

用有机玻璃、环氧树脂等透明材料制成零部件的模型。测试时，使偏振光通过加载后的模型，由于光的干涉现象，产生条纹。分析条纹的图形，即可知道模型内部的应力分布情况。应用弹性理论，可计算出模型内各点应力的数值。这种方法直观性强，可靠性高，适应性广，有足够的精度，特别适用于分析形状复杂、载荷复杂并有应力集中的构件。

(2) 刚度的测试

刚度是抵抗载荷的能力。当载荷恒定时，称为静刚度；当载荷交变时，称为动刚度。静刚度定义为

$$K = \frac{P}{\delta} \quad (1-20)$$

式中： P ——静载荷；

δ ——在载荷方向上的变形。

当一个系统受简谐激振力的作用时，工程中一般采用动刚度的倒数值——动柔度描述该系统的抗振性。动柔度的定义为

$$W = \frac{Y}{P} \quad (1-21)$$

式中： P ——简谐激振力的振幅，其频率为 ω ；

Y ——在 P 力作用下受迫振动的振幅。

很显然，动柔度不仅与被测系统的固有特性有关，而且将随激振力的频率 ω 而变化。

测定静刚度时，可以用重力加载或弹性加载。弹性加载是利用弹性元件（如圆环、II形板等）的弹性变形对模型加载，根据弹性元件的变形量可以确定出载荷的数值。测量变形最常用的工具是千分表。

测定动柔度时，一般都使用激振器进行加载。液压激振器具有低频、重载的特点，电磁激振器适用于高频、轻载和非接触的场合。振幅的测量一般用非接触式的位移传感器，如电容式和电感式拾振器，近年来也广泛地采用加速度计和激光全息摄影技术来测振幅。

加速度计的原理是：装在其中的质量块加速运动时产生惯性力，该力作用在压电晶体上产生一定量的电荷，经过电荷放大器可测得该加速度的数值，加速度经过对时间的两次积分获得振幅的幅值。

利用激光全息摄影技术测振幅的基本原理是：用全息摄影对作稳定周期振动的物体长时间的曝光，将振动体在两个极限位置间所有连续过渡的情况都记录下来。再现时，这些轮廓面散出的光波波面相干迭加的结果形成干涉条纹。分析这些干涉条纹可得知物体表面振幅分布的情况。

小 结

本章主要介绍了现代设计方法产生的背景及主要特征。简介了一些常用的现代设计计算方法，其中重点讲述了模型试验设计法。

贯彻在其中的是设计工作必须为生产实践服务，必须和实际相结合的观点。

本章的重点是：与传统的设计方法相比，现代设计方法所实现的几个方面的转变及模