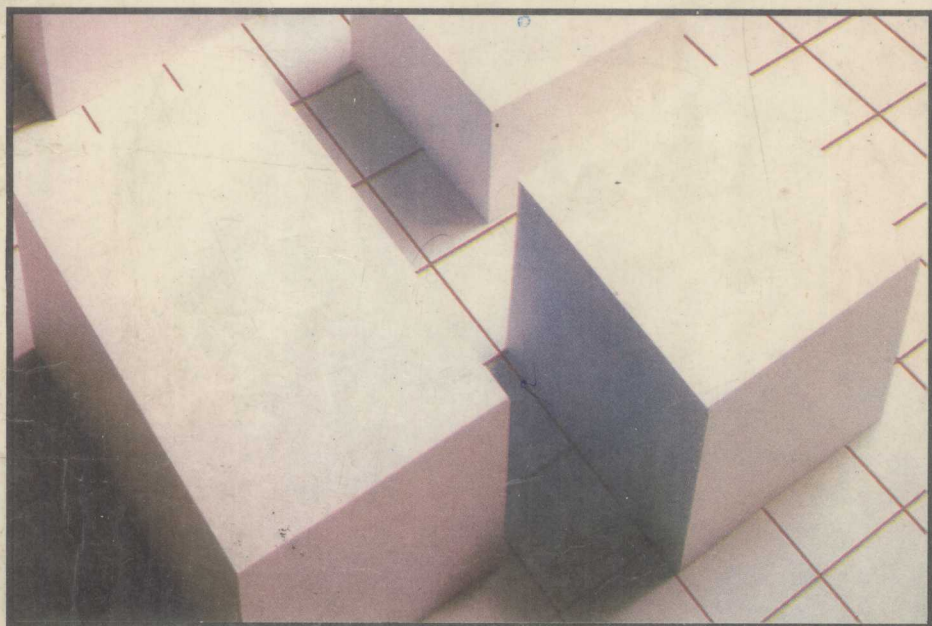


九年义务教育教材(人教版)教案系列丛书

九年义务教育三年制初级中学

几何第三册教案



人民教育出版社
东北朝鲜民族教育出版社

教育部《普通高中课程标准实验教科书》

普通高中课程标准实验教科书

几何第三册教案

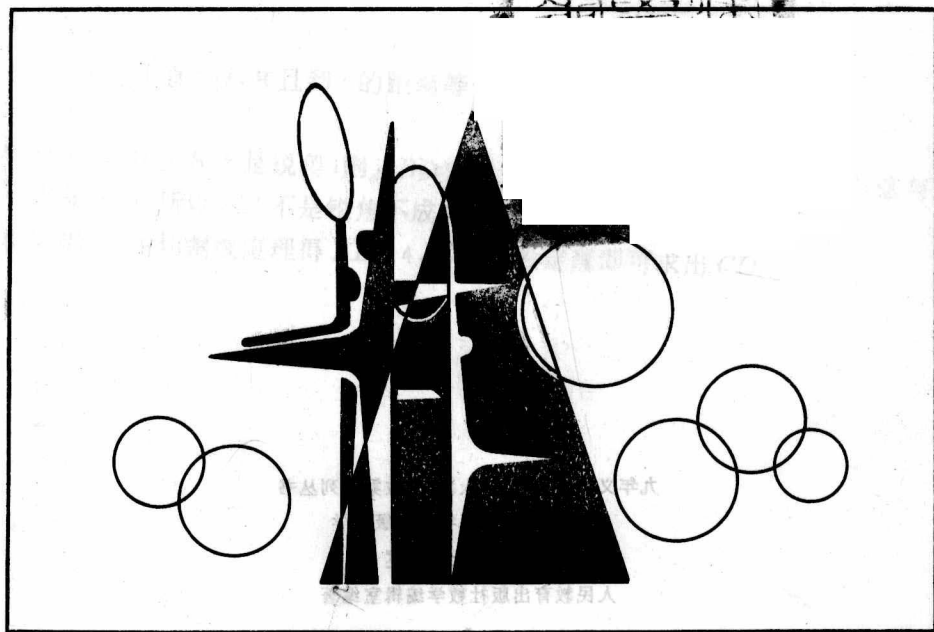


人民教育出版社
北京

九年义务教育教材(人教版)教案系列丛书

九年义务教育三年制初级中学

几何第三册教案



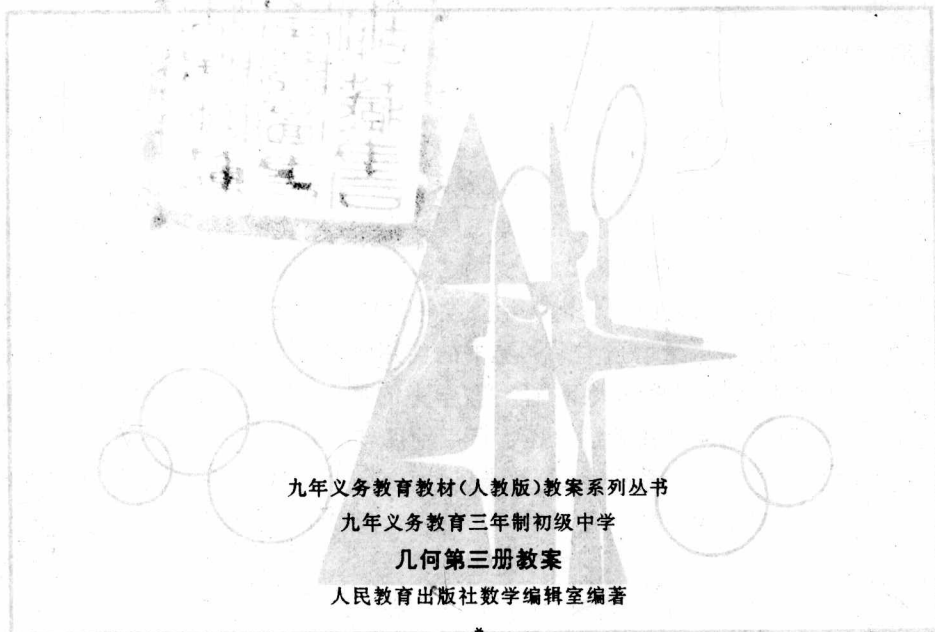
人民教育出版社
东北朝鲜民族教育出版社

编写者：蔡上鹤 康合太 杨万里 许纛阁 高存明

审阅者：吕学礼

责任编辑：田载今 韩成文

几何第三册教案



九年义务教育教材(人教版)教案系列丛书

九年义务教育三年制初级中学

几何第三册教案

人民教育出版社数学编辑室编著

人民教育出版社 出版发行
东北朝鲜民族教育出版社

延边新华印刷有限公司印刷

787×1092毫米 16开本 13.5印张 334千字

1995年5月第1版 1999年4月第2版第2次印刷

ISBN 7-5437-1929-0/G·2033(课)

印数：25 001—50 000册 定价：11.50元

邮编：133000 地址：吉林省延吉市友谊路11号 电话：(0433)2913930

如发现印装质量有问题，请与印厂联系调换。

说 明

根据国家教委的有关规定,我国 1993 年开始执行实施九年义务教育课程计划,即 1993 年秋季入学的小学一年级和初中一年级将正式使用九年义务教育新教材。

根据国家教委规划,人民教育出版社编写了五四学制和六三学制两套教材,包括小学和初中的所有学科共计 22 门学科。这两套教材已从 1990 年秋季起,在全国 28 个省、市、自治区,几十万学生中试验,受到广大教师和学生的喜爱和欢迎。

这两套教材的总体设计思想是以教科书为基础,是具有整体性的系列化教材,除教科书外,还有教师教学用书、挂图、图册、课外读物、实验手册、课外习题集、幻灯片、投影片、录音带和录像带等配套教材。

为了有利于全体学生生动、主动、全面地发展,系列化教材体现了全国统一的教学要求,即教学大纲的要求,使学生打下最必要的、共同的、扎实的基础,系列化教材同时适应不同地区和学校师资、学生基础、办学条件的不同,充分考虑到学生的不同爱好和特长,有利于因地、因校制宜和因材施教。

为了帮助广大教师和教研人员更好地了解和使用人民教育出版社新编九年义务教育系列化教材,由人民教育出版社组织编写,人民教育出版社和东北朝鲜民族教育出版社联合出版《九年义务教育教材教案系列丛书》。本系列丛书是专门为使用人民教育出版社新编九年义务教育教材的学校的教师编写的,与人民教育出版社的教材配套使用。

本系列丛书包括与五四学制和六三学制教材配套使用的教案各一套,按照一本教科书一本教案的原则编写。编写按教学进度要求,每一课时都配有一份教案。

本系列丛书的编写队伍由人民教育出版社各学科教科书编写者和全国各地优秀教师共同组成,以充分发挥各自优势,尽量增强本系列丛书的实用性。编写者充分注意到已有的教师教学用书的内容,编写教案时紧扣教学大纲,针对教学中的重点、难点以及经常遇到的问题详加说明、分析,同时还结合不同课型及教学内容的特点辅以教学原则、教学方法等方面的内容。在编写这部分内容时则力求理论联系实际、深入浅出。其中部分教案直接取自在试验人民教育出版社新编教材中各地涌现出的好教案,这些教案有些出自具有丰富教学经验的老教师之手,有些则是年富力强的中青年教师的宝贵的教学经验的总结。这其中凝结着许许多多辛勤耕耘的园丁们的智慧。在编写过程中,编写者力图使用生动活泼的语言,并配以丰富的插图,使教案与教师教学用书互为补充、相得益彰。对于如何更好地使用人民教育出版社编写的其他系列化教材,教案中也根据具体情况做了必要的说明。

本系列丛书将完全按照教学进度要求,与九年义务教育教材同时供应。

我们将根据教学实践中广大教师提出的意见,不断进行修改、充实,并注意吸收在教学实践中涌现出的好教案,努力提高丛书的质量,把丛书编写得更好。

人民教育出版社

1995 年 1 月

目 录

第六章 解直角三角形	1
第 1 课 正弦和余弦(1)	1
第 2 课 正弦和余弦(2)	3
第 3 课 正弦和余弦(3)	6
第 4 课 正弦和余弦(4)	8
第 5 课 正弦和余弦(5)	10
第 6 课 正弦和余弦(6)	12
第 7 课 正切和余切(1)	14
第 8 课 正切和余切(2)	17
第 9 课 正切和余切(3)	19
第 10 课 解直角三角形	21
第 11 课 应用举例(1)	23
第 12 课 应用举例(2)	25
第 13 课 应用举例(3)	27
第 14 课 应用举例(4)	29
第 15 课 应用举例(5)	31
第 16 课 实习作业	33
第 17 课 小结与复习(1)	35
第 18 课 小结与复习(2)	37
第七章 圆	39
第 1 课 圆(1)	40
第 2 课 圆(2)	44
第 3 课 * 点的轨迹	46
第 4 课 过三点的圆	48
第 5 课 * 反证法	50
第 6 课 垂直于弦的直径(1)	52
第 7 课 垂直于弦的直径(2)	54
第 8 课 垂直于弦的直径(3)	57
第 9 课 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系(1)	60
第 10 课 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系(2)	63
第 11 课 圆周角(1)	67
第 12 课 圆周角(2)	71
第 13 课 圆周角(3)	73
第 14 课 圆的内接四边形	75
第 15 课 直线和圆的位置关系	77
第 16 课 切线的判定和性质(1)	80
第 17 课 切线的判定和性质(2)	82
第 18 课 切线的判定和性质(3)	85
第 19 课 三角形的内切圆	87
第 20 课 * 切线长定理	90

第 21 课	* 弦切角(1)	(92)
第 22 课	* 弦切角(2)	(95)
第 23 课	* 和圆有关的比例线段(1)	(99)
第 24 课	* 和圆有关的比例线段(2)	(102)
第 25 课	* 和圆有关的比例线段(3)	(104)
第 26 课	圆和圆的位置关系(1)	(107)
第 27 课	圆和圆的位置关系(2)	(109)
第 28 课	两圆的公切线(1)	(111)
第 29 课	两圆的公切线(2)	(113)
第 30 课	两圆的公切线(3)	(115)
第 31 课	相切在作图中的应用(1)	(117)
第 32 课	相切在作图中的应用(2)	(119)
第 33 课	正多边形和圆(1)	(120)
第 34 课	正多边形和圆(2)	(122)
第 35 课	正多边形和圆(3)	(124)
第 36 课	正多边形有关计算(1)	(126)
第 37 课	正多边形有关计算(2)	(129)
第 38 课	画正多边形(1)	(131)
第 39 课	画正多边形(2)	(133)
第 40 课	圆的周长、弧长(1)	(135)
第 41 课	圆的周长、弧长(2)	(137)
第 42 课	圆面积和扇形的面积	(139)
第 43 课	弓形面积的计算	(141)
第 44 课	正多边形与圆有关计算的复习	(143)
第 45 课	圆柱的侧面展开图	(145)
第 46 课	圆锥的侧面展开图	(148)
第 47 课	小结与复习(1)	(151)
第 48 课	小结与复习(2)	(153)
第 49 课	小结与复习(3)	(156)
第 50 课	小结与复习(4)	(158)
几何总复习		(162)
第 1 课	命题、定理和证明	(162)
第 2 课	线段与角的度量	(164)
第 3 课	平行线与三角形内角和	(167)
第 4 课	三角形与轴对称	(169)
第 5 课	平行四边形	(172)
第 6 课	勾股定理	(174)
第 7 课	相似形	(175)
第 8 课	解直角三角形	(177)
第 9 课	圆	(179)
第 10 课	综合练习	(181)
附录 教科书习题答案或提示		(184)

第六章 解直角三角形

第1课 正弦和余弦(1)

一、目的要求

1. 使学生了解本章所要解决的新问题是:已知直角三角形的一条边和另一个元素(一条边或一个锐角),求这个直角三角形的其他元素(直角除外).

2. 使学生了解下列事实:在直角三角形中,当锐角 A 取固定值时,它的对边与斜边的比值也是一个固定值.

二、内容分析

本节课的课题是“实际问题”,这有两个方面的含义:第一是实际问题的需要,教科书在本章一开始安排了一个引例.在这个例子中,直角三角形斜边 AB 的长度和锐角 A (不一定是特殊角)的度数都可通过测量量得,但由于直角顶点 C 不可到达,沿地面的直角边 AC 的长度无法直接量得,所以无法直接运用勾股定理算出另一条直角边 BC 的长度(教科书中指出,由于 C 点不可到达,直接测量 BC 的长度也是做不到的).用画图的方法可以吗?理论上是可以的,先根据测得的坡角的度数在平地或一张大纸上画出 $\angle A$,再把 $\angle A$ 的始边、终边延长得很长很长,假设测得水管的长度为 200 米,那就在 $\angle A$ 的终边上截取 $AB=200$ 米,再自 B 引 $\angle A$ 始边的垂线,垂足为 C ,量出 BC 的长度就可以了.但这样做必须有很大面积的平地或纸张,实际上也是难以实现的.那么,怎样利用上面的已知数(即直角三角形中一个锐角的度数和斜边的长度),求得 B 处离水平面的高度 BC (即这个直角三角形中与已知锐角相对的直角边的长度)呢?

第二是数学本身的需要.这就是说,对于仅仅通过测量或作(画)图难以解决的问题(其已知条件从数学上来说已经足够了,但在实际操作时遇到了困难),能不能通过式子变形及运算来求出答案?上面的引例中的问题可以归结为:“在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角,如果已知 $\angle A$ 和斜边 AB ,能否求出 $\angle A$ 的对边 BC ?”在这一章里,学生将学会通过式子变形及运算的新方法来解决这个问题.

为了学习这种新方法,教科书先把上面引例中的问题简化,从每一名学生都携有的三角尺出发,指出,尽管三角尺的大小不同,但:

1. 在所有不等腰的那块三角尺中, 30° 角所对的直角边与斜边的比都等于 $\frac{1}{2}$;

2. 在所有等腰的那块三角尺中, 45° 角所对的直角边与斜边的比都等于 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

然后,利用学生上学期期末刚学过不久的相似三角形的知识,让学生了解到这样一个事实:在直角三角形中,当锐角 A 取固定值(不管它是不是特殊角)时,它的对边与斜边的比值也是一个固定值.应当说,这就是“正弦”概念的奠基石,也是相似三角形知识的一项重要应用.

三、教学过程

复习提问:

1. 什么叫做直角三角形?

2. 如果直角三角形 ABC 中, $\angle C$ 为直角,它的直角边是什么?斜边是什么?这个直角三角

形可以用什么记号来表示?

3. 对于一个直角三角形来说,除了一个内角是直角外,还有两个内角是锐角,有三条边.在这除了直角以外的5个“元素”中,已知几个“元素”,通过什么可以求出未知的其他“元素”?

(已知2个“元素”,可以求出其他“元素”:

(1) 已知两条边,可以通过勾股定理求出第三条边;画出这个直角三角形并量出它的两个锐角的度数.

(2) 已知一条边和一个锐角,可以画出这个直角三角形,并量出或通过勾股定理求出它的其他“元素”的值.)

新课讲解:

1. 让学生阅读教科书第1页上的插图和引例(时间3分).然后提问:

(1) 这个有关测量的实际问题有什么特点?(有一个重要的测量点不可到达.)

(2) 把这个实际问题化为数学模型后,其图形是什么图形?(直角三角形.)

(3) 能不能根据已知条件,在地面上或纸上画出另一个与它全等的直角三角形,并在这个全等图形上进行测量?(不一定能,因为斜边即水管的长度是一个较大的数值,这样做就需要较大面积的平地或纸张,再说画图也不方便.)

(4) 想想看,除了测量、作图或画图等方法外,我们还学过哪些方法?(计算与证明.)

(5) 这个实际问题可以归结为怎样一个数学问题?(在 $Rt\triangle ABC$ 中,已知锐角 A 和斜边,求 $\angle A$ 的对边 BC .)

这时指出:由于 $\angle A$ 不一定是特殊角,我们难以运用学过的定理来证明 BC 的长度.因此在下面考虑能不能通过式子变形和计算来求得 BC 的值.这就是我们在这一章中要学习的一项新知识.

2. 让学生阅读教科书第2页至第3页第3行的内容,要求一边阅读,一边观察自己随身携带的两块三角尺(时间5分).然后提问:

(1) (出示自己带来的教具之一——不等腰的那把木制三角尺)在这把三角尺中, 30° 角所对的直角边与斜边之间有什么关系?(30° 角所对的直角边等于斜边的一半.)你们的三角尺中,这个结论是不是也都成立?

(2) (用小黑板出示图6—1(1))我们把这个结论化为数学式子,可以得到什么?
($\frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{2}$.)

(3) 这就是说,当 $\angle A = 30^\circ$ 时,不管直角三角形的大小如何, $\angle A$ 的对边与斜边的比值都等于 $\frac{1}{2}$.那么,根据这个比值 $\frac{1}{2}$,如果已知斜边 AB 的长,怎样算出 $\angle A$ 的对边 BC 的长呢?

($BC = \frac{1}{2} AB$.)

(4) (出示自己带来的另一教具——等腰的那把木制三角尺和小黑板上的图6—1(2))类似地,运用勾股定理,在所有等腰的那块三角尺中,我们可以发现什么?($\frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{BC}{AB} =$

$$\frac{BC}{\sqrt{BC^2 + BC^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.)$$

(5) 这就是说,当 $\angle A = 45^\circ$ 时,不管直角三角形的大小如何, $\angle A$ 的对边与斜边的比值都等于 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.那么,根据这个比值 $\frac{\sqrt{2}}{2}$,如果已知斜边 AB 的长,怎样算出 $\angle A$ 的对边 BC 的长

呢? ($BC = \frac{\sqrt{2}}{2} AB$.)

3. 那么, 当锐角 A 取其他固定值时, $\angle A$ 的对边与斜边的比值能否也是一个固定值呢? 为了回答这一问题, 请同学们阅读教科书第 3 页第 3 行下面的正文内容(时间 4 分). 然后提问:

(1) 在直角三角形中, 如果有一个锐角取固定值, 而夹这个锐角的一条直角边和斜边的长都可以变化, 那么, 当我们把有这样特点的直角三角形中取固定值的锐角叠合在一起, 并把夹这个锐角的直角边重合在一条直线上时, 斜边会出现什么情况? (斜边也会重合在一条直线上.)

(2) (出示小黑板上的图 6—2) $Rt\triangle AB_1C_1$, $Rt\triangle AB_2C_2$, $Rt\triangle AB_3C_3$, $\dots$ 之间有什么关系? (彼此相似.) 为什么? (它们有公共的锐角 A .)

(3) 那么, $\frac{B_1C_1}{AB_1}$, $\frac{B_2C_2}{AB_2}$, $\frac{B_3C_3}{AB_3}$ 这些比值之间有什么关系? (彼此相等.) 为什么? (相似三角形中对应边的比相等.)

(4) 由此可得什么结论? (在直角三角形中, 当一个锐角取固定值时, 它的对边与斜边的比也取一个固定值.)

课堂练习:

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角.

1. 如果 $\angle A = 60^\circ$, 那么 $\angle B$ 的对边与斜边的比值是多少?

2. 如果 $\angle A = 60^\circ$, 那么 $\angle A$ 的对边与斜边的比值是多少?

3. 如果 $\angle A = 30^\circ$, 那么 $\angle B$ 的对边与斜边的比值是多少?

4. 如果 $\angle A = 45^\circ$, 那么 $\angle B$ 的对边与斜边的比值是多少?

课堂小结:

在这一节课中, 我们获得了一个重要结论: 在直角三角形中, 当一个锐角 ($\angle A$) 取固定值时, 它的对边与斜边的比值 ($\frac{BC}{AB}$) 也是一个固定值. 如果后者 (即 $\frac{BC}{AB}$) 能够由前者 (即 $\angle A$) 求出, 那么引例中的实际问题 (求 BC 的长) 就可以解决了. 所以, 从下节课起, 我们将进一步研究这类比值 (即 $\frac{BC}{AB}$ 等) 的特点, 从而得以求出它们.

四、课外作业

复习教科书第 1~3 页上的全部内容.

第 2 课 正弦和余弦(2)

一、目的要求

1. 使学生了解直角三角形中锐角的正弦和余弦的概念, 能够正确地应用 $\sin A$, $\cos A$ 表示直角三角形中两条边的比.

2. 使学生熟记 30° , 45° , 60° 角的正弦值和余弦值, 会计算含有这些特殊锐角的三角函数式 (不超过两“项”, 并且不含“繁分式”) 的值, 会由一个特殊锐角的正弦值或余弦值, 求出它所对应的角度.

二、内容分析

在上节课中, 我们已经得出一个重要结论: 在直角三角形中, 当一个锐角 ($\angle A$) 取固定值

时,它的对边与斜边的比值($\frac{BC}{AB}$)也是一个固定值.这就是说,后者(即 $\frac{BC}{AB}$)的取值取决于前者(即 $\angle A$)的值.由于 $\angle A$ 为锐角, $0^\circ < \angle A < 90^\circ$,且直角三角形中斜边最长,所以用记号 $\sin A$ 来表示的

$$\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{BC}{AB},$$

实际上是一个函数关系,它的自变量的取值范围为大于 0° 且小于 90° 的所有角度,函数值的范围为大于 0 且小于 1 的所有值.这个函数就是“锐角三角函数”中的重要一员——正弦.由于学生尚未接触函数概念,所以教科书中的“锐角三角函数”是作为一个专有名词来要求学生了解的,不要求学生弄清自变量与函数的对应关系,而只要求了解“正弦”概念及其取值范围.

类似地,在直角三角形中,当 $\angle A$ 取固定值时, $\angle A$ 的邻边与斜边的比值 $\frac{AC}{AB}$ 也是一个固定值,用记号 $\cos A$ 来表示的

$$\cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}} = \frac{AC}{AB},$$

实际上也是一个函数关系.它的自变量的取值范围、函数值的范围分别与 $\sin A$ 一致,但当 $\angle A$ 为锐角时, $\sin A$ 是增函数,而 $\cos A$ 是减函数. $\cos A$ 也是“锐角三角函数”中的重要一员,被称作“余弦”.以上这些也不要求学生弄清,而只要求他们了解“余弦”概念及其取值范围.

在这一节课里,还将给出并要求学生熟记 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 角的正弦值和余弦值,要求他们会计算含有这些特殊锐角的三角函数式(“项数”不超过 2,且不含“繁分式”)的值,并且会由一个特殊锐角的正弦值或余弦值,求出它所对应的角度.

三、教学过程

复习提问:

1. 已知在直角三角形 ABC 中, $\angle C$ 为直角.什么是 $\angle A$ 的对边?
2. 如果 $\angle A$ 取固定值,那么 $\angle A$ 的对边与斜边的比是否也取一个固定值?
3. 在直角三角形中,如果 $\angle A=30^\circ$,那么它的对边与斜边的比值等于什么? $\angle A=45^\circ$ 呢? $\angle A=60^\circ$ 呢?

新课讲解:

1. 让学生阅读教科书第 4 页上的内容(时间 4 分),然后提问:

(1)(出示画在小黑板上的图 6—3)我们已经知道,在直角三角形中,如果一个锐角取固定值,那么它的对边与斜边的比也取一个固定值.这就是说,当直角三角形中的某锐角取固定值时,要考察其对边与斜边的比值,只要取任意一个以上述固定锐角为其一个内角的直角三角形就行了.图 6—3 就是这样任意取出的一个直角三角形.在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角, $\angle A$ 代表固定锐角.这时,我们把 $\angle A$ 的对边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的正弦,记作 $\sin A$,即

$$\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}}.$$

这个式子告诉我们:当 A 取固定值时, $\sin A$ 即 $\angle A$ 的正弦是否也取一个固定值?

(2)如果按图 6—3 所示,把 $\angle A$ 的对边 BC 记作 a , $\angle C$ 的对边 AB (即斜边)记作 c ,那么 $\sin A$ 等于什么? ($\frac{a}{c}$.)

(3)于是,当 $\angle A=30^\circ$ 时, $\sin A$ 等于什么? $\angle A=45^\circ$ 时呢? $\angle A=60^\circ$ 时呢?(在结果的式子四周画上红框)

(4)当锐角 A 由小到大变化时, $\frac{a}{c}$ 在什么范围内变化? ($0 < \frac{a}{c} < 1$.) 那么 $\sin A$ 在什么范围内变化呢?

2. (出示抄画在小黑板上的例 1)

(1)这道题目已知什么? 求什么?

(2)求 $\sin A$ 就是求什么值? 求 $\sin B$ 呢?

(3)已知直角三角形中的两条直角边, 要求出斜边, 可以运用什么定理?

请两名学生上黑板分别做第(1), (2)小题, 其余学生分成两组在下面做, 然后由教师评析解答.

(4) $\sin A, \sin B$ 的值是否都在 0 与 1 之间?

3. 让学生阅读教科书第 5 页倒数第 5 行起至第 6 页第 9 行的内容(3 分时间), 然后提问:

(1)(在图 6—3 中 AC 边的下侧加上“邻边”两字)什么叫做 $\angle A$ 的余弦? 用什么记号来表示? 写成什么式子? (在黑板上写出式子

$$\cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}}.)$$

(2)如果我们将 $\angle B$ 的对边(即 $\angle A$ 的邻边)记作 b (在图 6—3 中 AC 边的上侧加上字母“ b ”), 那么 $\cos A$ 等于什么? ($\frac{b}{c}$.)

(3)于是, 当 $\angle A = 60^\circ$ 时, $\cos A$ 等于什么? $\angle A = 45^\circ$ 时呢? $\angle A = 30^\circ$ 时呢? (在结果的式子四周画上红框)

(4)当锐角 A 由小到大变化时, $\frac{b}{c}$ 在什么范围内变化? ($0 < \frac{b}{c} < 1$.) 那么 $\cos A$ 在什么范围内变化呢?

4. 在黑板上写出例 2 的题目, 请两名学生上黑板分别做第(1), (2)小题, 其余学生分成两组在下面做, 然后由教师评析解答.

课堂练习:

1. 教科书第 7 页上练习的全部或一部分.

2. (口答)根据下列条件说出锐角 A 等于什么:

$$(1) \sin A = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$(2) \cos A = \frac{1}{2};$$

$$(3) \cos A = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$(4) \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$(5) \cos A = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$(6) \sin A = \frac{1}{2}.$$

课堂小结:

在这一节课里, 我们学习了直角三角形中锐角的正弦 $\sin A$ 与余弦 $\cos A$ 的概念, 知道了以下事实:

$$1. \sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c}, \cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}} = \frac{b}{c};$$

$$2. 0 < \sin A < 1, 0 < \cos A < 1;$$

$$3. \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}.$$

(答案应由学生齐声回答,教师记在黑板上.)

我们还运用以上知识计算了一些式子的值. 这些知识十分重要,今后要大量用到,我们必须熟记,并且要尽量避免将 $\sin A$ 与 $\cos A$ 混淆,或者将对边与邻边, 30° 与 60° 的正弦、余弦值混淆.

四、课外作业

教科书第 17~18 页上 A 组的 2~3 题的全部或一部分.

第 3 课 正弦和余弦(3)

一、目的要求

1. 使学生了解锐角的正弦与余角的余弦之间的关系,为下一节课使用同一张“正弦和余弦表”查一个锐角的正弦值或余弦值作好准备.
2. 使学生学会通过锐角的正弦与余角的余弦之间的关系,把一个锐角的正弦改写成它的余角的余弦,或者把一个锐角的余弦改写成它的余角的正弦.

二、内容分析

在上一节课中,我们已经学习了锐角的正弦与余弦,本节课将要研究锐角的正弦与余角的余弦之间的关系,为什么要这样做呢? 这是因为:

1. 只有明白了锐角的正弦与余角的余弦之间的关系,才能明白为什么可以使用同一张“正弦和余弦表”来查得一个锐角的正弦值或余弦值;才能在画图和查表的辅助下,真正了解当角度在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 间变化时,正弦值随着角度的增大(或减小)而增大(或减小),余弦值却随着角度的增大(或减小)而减小(或增大).
2. 明白了锐角的正弦与余角的余弦之间的关系,大大有利于解直角三角形,有时可以减少解法步骤,从而使解法简便.
3. 学习锐角的正弦与余角的余弦之间的关系,也是为学生在初中后学习同角的正弦与余弦之间的关系打好基础.

不过,这样的关系式只要求学生了解就行了,不要求运用它们来进行证明. 所以教科书中虽然用了黑体字,但没有冠以“定理”两字.

在给出了锐角的正弦与余角的余弦之间的关系式和它们的文字语言叙述之后,教科书还给出了一个例题和几个练习、习题,要求学生会把一个锐角的正弦改写成它的余角的余弦,或者把一个锐角的余弦改写成它的余角的正弦.

三、教学过程

复习提问:

1. 已知在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别记为 a 、 b 、 c . 什么叫做 $\angle A$ 的正弦? 什么叫做 $\angle A$ 的余弦? 它们分别用什么记号表示?
2. 当 $\angle A$ 为锐角时, $\angle A$ 的正弦值与余弦值分别在什么范围内?
3. (口答) $\sin 30^\circ = ?$ $\sin 45^\circ = ?$ $\sin 60^\circ = ?$
 $\cos 30^\circ = ?$ $\cos 45^\circ = ?$ $\cos 60^\circ = ?$
(学生回答后教师把答案写到等号右边,不要擦去,下面还有用.)
4. (口答)

(1) 已知 $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 求锐角 A ;

(2) 已知 $\cos A = \frac{1}{2}$, 求锐角 A ;

(3) 已知 $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 求锐角 B ;

(4) 已知 $\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 求锐角 B ;

(5) 已知 $\cos B = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 求锐角 B ;

(6) 已知 $\sin A = \frac{1}{2}$, 求锐角 A .

新课讲解:

1. 请学生阅读教科书第7页倒数第2行至第10页第8行(时间3分), 然后指着黑板上复习提问时的第3道口答题及其答案, 用彩色粉笔把 $\sin 30^\circ$ 与 $\cos 60^\circ$ 、 $\sin 45^\circ$ 与 $\cos 45^\circ$ 、 $\sin 60^\circ$ 与 $\cos 30^\circ$ 连起来.

2. 通过这样的观察, 我们可以得到以下三个式子:

$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ (= \frac{1}{2}),$$

$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ (= \frac{\sqrt{2}}{2}),$$

$$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ (= \frac{\sqrt{3}}{2}).$$

3. 我们怎样表述这些结果呢? 这些结果表明: 30° 、 45° 、 60° 角的正弦值, 分别等于它们的余角 60° 、 45° 、 30° 的余弦值; 反过来, 30° 、 45° 、 60° 角的余弦值, 分别等于它们的余角 60° 、 45° 、 30° 的正弦值.

4. 请学生接着阅读教科书第8页第11行至第9页第2行(时间5分). 然后在黑板上画出图6-5, 对学生作以下讲解:

(1) 刚才我们的结果可以归纳成一句话: “特殊锐角的正弦值等于它的余角的余弦值, 特殊锐角的余弦值等于它的余角的正弦值.” 现在我们的问题是: 这句话中的“特殊”两字(有两处)能否改成“任意”两字? 同学们阅读了有关的课文, 下面我们请两位同学上黑板, 根据图6-5分别证明:

$$\textcircled{1} \sin A = \cos B;$$

$$\textcircled{2} \cos A = \sin B.$$

(其他同学可以分两组在下面做.)

(2) (评析在黑板上作业的学生的证明, 如有错误帮助改正) 从这两个式子, 以及“直角三角形的两个锐角互余”的性质, 我们得到:

$$\sin A = \cos(90^\circ - A),$$

$$\cos A = \sin(90^\circ - A).$$

于是我们的问题得到了肯定的答案——“特殊”两字可以换成“任意”两字. 换了以后, 就得到教科书第9页头两行中的黑体字: “任意锐角的正弦值等于它的余角的余弦值, 任意锐角的余弦值等于它的余角的正弦值.” 这就是 $\sin A = \cos(90^\circ - A)$ 与 $\cos A = \sin(90^\circ - A)$ 这两个式子的

文字语言叙述.

5. 请学生继续阅读教科书第9页上的例3(时间3分),然后出示已抄上例3题目的黑板,问:

(1)在第(1)小题中, $\angle A$ 与 $\angle B$ 是什么关系?(互余.) $\sin A$ 与 $\cos B$ 之间有什么关系?(相等.)

(2)在第(2)小题中, 35° 与 55° 之间有什么关系?(互余.)

(3)在第(3)小题中, $47^\circ 6'$ 角的余角是多少度?($42^\circ 54'$.)

请三名学生上黑板分别解这三道小题,其余学生分成三组在下面做.待上黑板的学生解完后,即可进行讲评.

课堂练习:

1. 教科书第9页上练习的第1,2题.

2. 教科书第9页上练习的第3题的全部或一部分(提示学生:求锐角的正弦或余弦值前,要先求出斜边 c 的长.如果已知条件只给出直角边 a 、 b 的值,那么可利用勾股定理求出 c).

课堂小结:

在这一节课中,我们研究了锐角的正弦与余角的余弦之间的关系,得出了两个关系式(式中 $\angle A$ 为锐角):

$$\sin A = \cos(90^\circ - A),$$

$$\cos A = \sin(90^\circ - A).$$

通过课堂练习,我们知道,在直角三角形中,如果已知两条边长,那么可以利用勾股定理求出第三条边长,这时,此直角三角形两个锐角的正弦值与余弦值就都可以求出或说出来了.

四、课外作业

教科书第18页上A组的第4,5题.

第4课 正弦和余弦(4)

一、目的要求

1. 使学生学会查“正弦和余弦表”,会由已知锐角求它的正弦值与余弦值.
2. 使学生通过“正弦和余弦表”进一步了解到:当角度在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 间变化时,正弦值随着角度的增大(或减小)而增大(或减小),余弦值却随着角度的增大(或减小)而减小(或增大).

二、内容分析

查表求值,学生过去已多次接触过.“正弦和余弦表”与学生遇到过的表格有以下几点不同:

1. 一份表格同时具备了四种功能:

(1) 由锐角求正弦值;

(2) 已知正弦值,求对应的锐角;

(3) 由锐角求余弦值(倒着查);

(4) 已知余弦值,求对应的锐角(倒着查).

2. 表“正弦和余弦表”,实质上是在一个60进位数与一个10进位数之间进行转换,而不像学生过去接触的仅仅是两个10进位数之间的互相转换;

3. 由于余弦函数是减函数,所以在查表使用修正值时,要注意角度增大(或减小)余弦值反而减小(或增大)的特点,而这一点恰是学生未接触过的,因此经常出错.

4. 学生过去接触的数学用表,表内取值范围有限,超出这个范围时,一般通过移动小数点的位置来解决;这次遇到的“正弦和余弦表”,由于牵涉到两种不同的进位制,不好移动小数点了,但根据正弦函数和余弦函数的特点(指它们的周期性和奇偶性),使得这张表可以适用于任意角,这不能不说又是数学中的一个奇观.

除此以外,请教师认真阅读与教科书配套的教师教学用书第 27~29 页上的第 6,7 点说明,就能较准确地把握住这部分内容.

三、教学过程

复习提问:

1. 已知 $\angle A$ 为锐角,当 $\angle A$ 的值固定时,它的正弦与余弦是否都取固定的值?

2. (画一个以 $\angle C$ 为直角的直角三角形)从图上观察:当 $\angle A$ 在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 间变化时, $\sin A$ 的值是否随着 $\angle A$ 的增大(或减小)而增大(或减小)? (是.) $\cos A$ 的值是否随着 $\angle A$ 的增大(或减小)而减小(或增大)? (是.) 再通过锐角 A 的正弦与余角的余弦之间的关系式

$$\sin A = \cos(90^\circ - A),$$

$$\cos A = \sin(90^\circ - A)$$

来验证这些结论. 这个结论表示,对于锐角来说,我们有:

角大正弦大,

角小正弦小;

角大余弦小,

角小余弦大.

新课讲解:

1. (要求学生把《中学数学用表》打开,翻到“正弦和余弦表”;在黑板上写出例 4 的题目)我们先从这张表上查 $\sin 30^\circ$ 的值. $\sin 30^\circ$ 等于什么? ($\frac{1}{2}$.) 好, 30° 从哪儿找? (左边第一列.) $\frac{1}{2}$ 即 0.5000 从哪儿找? (在以 30° 为左端的那一行中靠 30° 右边的数.) $\sin 45^\circ$ 呢? 这说明查正弦表时应该顺着查还是倒着查? (顺着查.) 也就是要“从上到下,从左到右”地查,即正弦表左上角箭头所示.

2. 正弦表的第一行的前 11 个值表示什么? ($\angle A$ 的度后面所带的分值.) 那么,我们观察一下,要求 $\sin 37^\circ 24'$ 的值,应该怎样查表(分析完后,直接写出解——答案).

3. (在黑板上写出例 5 的题目)正弦表的第一行的最后 3 个值表示什么? (表示修正值.) 为什么只有 3 个值? (因为前面给的分值是每 $6'$ 为一个间隔.) 使用修正值时应注意什么? (应注意是加上还是减去修正值.)

4. 当角度在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 间变化时,表中告诉我们正弦值是怎样变化的? (当角度在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 间变化时,正弦值随着角度的增大(或减小)而增大(或减小).) 这就启发我们怎样使用修正值. 那么,我们观察一下,要求 $\sin 37^\circ 26'$ 的值,应该怎样查表(分析时,要强调“加上” $2'$ 的修正值 0.0005,然后写出解答).

5. (在黑板上写出例 6 的题目)我们再看一个例子,要求 $\sin 37^\circ 23'$ 的值,应该怎样查表(分析时,要强调“减去” $1'$ 的修正值 0.0002,然后写出解答).

6. 请学生对照“正弦和余弦表”,阅读教科书第 12 页的头 7 行字(时间 2 分),然后提问:

(1)余弦表右下角箭头表示什么意思?(表示查余弦表时应该倒着查,也就是要“从下到上,从右到左”地查.)

(2)当角度在 $0^\circ\sim 90^\circ$ 间变化时,表中告诉我们余弦值是怎样变化的?(当角度在 $0^\circ\sim 90^\circ$ 间变化时,余弦值随着角度的增大(或减小)而减小(或增大).)

7. (在黑板上写出例7的题目)那么,我们再看一个有比较的例题. 要求 $\cos 43^\circ$ 的值,查表结果是什么? ($\cos 43^\circ = 0.7314$.) 要求 $\cos 43^\circ 24'$ 的值,查表结果是什么? ($\cos 43^\circ 24' = 0.7266$.) 好,再观察要求 $\cos 43^\circ 26'$ 和 $\cos 43^\circ 22'$ 的值,应该怎样查表(分析时,要强调前者要“减去”2'的修正值0.0004,而后者要“加上”这个修正值,然后如同教科书那样写出可供比较的解答).

8. 通过这份“正弦和余弦表”,我们还可以查得:

$$\sin 0^\circ = 0, \sin 90^\circ = 1;$$

$$\cos 0^\circ = 1, \cos 90^\circ = 0.$$

所以,当 $0^\circ \leq \angle A \leq 90^\circ$ 时,我们有 $0 \leq \sin A \leq 1, 0 \leq \cos A \leq 1$.

课堂练习:

教科书第13页上练习的全部或一部分(可以把学生分成小组做不同的题目).

课堂小结:

在这一节课里,我们学习了“正弦和余弦表”的查法. 通过查表,我们对以下事实加深了认识:当角度在 $0^\circ\sim 90^\circ$ 间变化时,正弦值随着角度的增大(或减小)而增大(或减小),余弦值却随着角度的增大(或减小)而减小(或增大),由此要特别注意使用修正值时是“加上”还是“减去”. 通过查表,我们还了解到:

$$\sin 0^\circ = 0, \sin 90^\circ = 1;$$

$$\cos 0^\circ = 1, \cos 90^\circ = 0.$$

四、课外作业

教科书第18页上A组的第6,7题.

第5课 正弦和余弦(5)

一、目的要求

1. 使学生学会查“正弦和余弦表”,会由已知的正弦值或余弦值求出它所对应的锐角.
2. 使学生通过“正弦和余弦表”进一步了解到:当正弦值在 $0\sim 1$ 间变化时,所对应的锐角随着正弦值的增大(或减小)而增大(或减小);当余弦值在 $0\sim 1$ 间变化时,所对应的锐角却随着余弦值的增大(或减小)而减小(或增大).

二、内容分析

通过查“正弦和余弦表”,“由已知的正弦值或余弦值求出它所对应的锐角”,是“由已知锐角求它的正弦值与余弦值”的逆过程. 通过学习这两种互逆的求值过程,可以使学生对以下关系有进一步的了解:设 $0^\circ \leq \angle A \leq 90^\circ$,那么:

(1) $\angle A$ 从 0° 增加到 $90^\circ \Leftrightarrow \sin A$ 从0增加到1;

(2) $\angle A$ 从 90° 减小到 $0^\circ \Leftrightarrow \sin A$ 从1减小到0;

(3) $\angle A$ 从 0° 增加到 $90^\circ \Leftrightarrow \cos A$ 从1减小到0;

(4) $\angle A$ 从 90° 减小到 $0^\circ \Leftrightarrow \cos A$ 从0增加到1.