



新课程学习能力评价课题研究资源用书

主编 刘德 林旭

编写 新课程学习能力评价课题组

中国教育学会《中国教育学刊》推荐学生用书

学习高手

状元塑造车间

学习技术化

TECHNOLOGIZING
STUDY

配华东师大版

数学 八年级下册

推开这扇窗

- 全解全析
- 高手支招
- 习题解答
- 状元笔记



光明日报出版社



新课程学习能力评价课题研究资源用书

学习高手

状元塑造车间

主 编 刘 德 林 旭

本册主编 郑爱侠

本册编委 朱春华 王淑惠

数学 八年级下册

配华东师大版

光明日报出版社

图书在版编目(CIP)数据

学习高手. 数学. 八年级. 下册/刘德, 林旭主编. —北京: 光明日报出版社, 2009. 11
配华东师大版
ISBN 978-7-5112-0249-9

I. 学… II. ①刘… ②林… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 159729 号

学习高手

数学/八年级下册(华东师大版)

主 编: 刘 德 林 旭

责任编辑: 温 梦
策 划: 聂电春
版式设计: 邢 丽

责任校对: 徐为正
责任印制: 胡 骑

出版发行: 光明日报出版社
地 址: 北京市崇文区珠市口东大街 5 号, 100062
电 话: 010-67078249(咨询)
传 真: 010-67078255
网 址: <http://book.gmw.cn>
E-mail: gmcbs@gmw.cn
法律顾问: 北京市华沛德律师事务所张永福律师

印 刷: 淄博鲁中晨报印务有限公司
装 订: 淄博鲁中晨报印务有限公司
本书如有破损、缺页、装订错误, 请与本社发行部联系调换。

开 本:	890×1240	1/32	印 张:	9
字 数:	260 千字		印 次:	2009 年 11 月第 1 次
版 次:	2009 年 11 月第 1 版			
书 号:	ISBN 978-7-5112-0249-9			

定价: 14.90 元

版权所有 翻印必究

目录

第 17 章 分式 1

§ 17.1 分式及其基本性质 ... 2

高手支招 1 细品教材 2

高手支招 2 归纳整理 6

高手支招 3 典例精析 6

高手支招 4 链接中考 9

高手支招 5 思考发现 9

高手支招 6 体验成功 10

§ 17.2 分式的运算 12

高手支招 1 细品教材 12

高手支招 2 归纳整理 15

高手支招 3 典例精析 15

高手支招 4 链接中考 18

高手支招 5 思考发现 19

高手支招 6 体验成功 19

§ 17.3 可化为一元一次方程的

分式方程 22

高手支招 1 细品教材 22

高手支招 2 归纳整理 25

高手支招 3 典例精析 25

高手支招 4 链接中考 28

高手支招 5 思考发现 29

高手支招 6 体验成功 30

§ 17.4 零指数幂与负整数指数幂

..... 33

高手支招 1 细品教材 33

高手支招 2 归纳整理 34

高手支招 3 典例精析 35

高手支招 4 链接中考 37

高手支招 5 思考发现 38

高手支招 6 体验成功 38

本章总结 40

第 18 章 函数及其图象 43

§ 18.1 变量与函数 45

高手支招 1 细品教材 45

高手支招 2 归纳整理 47

高手支招 3 典例精析 48

高手支招 4 链接中考 50

高手支招 5 思考发现 51

高手支招 6 体验成功 51

§ 18.2 函数的图象 54

高手支招 1 细品教材 54

高手支招 2 归纳整理 57

高手支招 3 典例精析 58

高手支招 4 链接中考	61	高手支招 5 思考发现	94
高手支招 5 思考发现	62	高手支招 6 体验成功	94
高手支招 6 体验成功	63	本章总结	98
§ 18.3 一次函数	65	第 19 章 全等三角形	101
高手支招 1 细品教材	65	§ 19.1 命题与定理	102
高手支招 2 归纳整理	68	高手支招 1 细品教材	103
高手支招 3 典例精析	68	高手支招 2 归纳整理	105
高手支招 4 链接中考	71	高手支招 3 典例精析	105
高手支招 5 思考发现	72	高手支招 4 链接中考	107
高手支招 6 体验成功	73	高手支招 5 思考发现	108
§ 18.4 反比例函数	75	高手支招 6 体验成功	109
高手支招 1 细品教材	75	§ 19.2 三角形全等的判定	111
高手支招 2 归纳整理	77	高手支招 1 细品教材	111
高手支招 3 典例精析	78	高手支招 2 归纳整理	114
高手支招 4 链接中考	81	高手支招 3 典例精析	115
高手支招 5 思考发现	82	高手支招 4 链接中考	119
高手支招 6 体验成功	82	高手支招 5 思考发现	120
§ 18.5 实践与探索	85	高手支招 6 体验成功	120
高手支招 1 细品教材	85	§ 19.3 尺规作图	124
高手支招 2 归纳整理	87	高手支招 1 细品教材	124
高手支招 3 典例精析	88	高手支招 2 归纳整理	128
高手支招 4 链接中考	92	高手支招 3 典例精析	128

高手支招 4 链接中考	132	高手支招 3 典例精析	169
高手支招 5 思考发现	133	高手支招 4 链接中考	172
高手支招 6 体验成功	134	高手支招 5 思考发现	173
§ 19.4 逆命题与逆定理	137	高手支招 6 体验成功	173
高手支招 1 细品教材	137	§ 20.3 菱形的判定	176
高手支招 2 归纳整理	140	高手支招 1 细品教材	176
高手支招 3 典例精析	141	高手支招 2 归纳整理	178
高手支招 4 链接中考	146	高手支招 3 典例精析	178
高手支招 5 思考发现	147	高手支招 4 链接中考	182
高手支招 6 体验成功	147	高手支招 5 思考发现	183
本章总结	150	高手支招 6 体验成功	183
第 20 章 平行四边形的判定	155	§ 20.4 正方形的判定	187
§ 20.1 平行四边形的判定	156	高手支招 1 细品教材	187
高手支招 1 细品教材	156	高手支招 2 归纳整理	189
高手支招 2 归纳整理	159	高手支招 3 典例精析	189
高手支招 3 典例精析	160	高手支招 4 链接中考	192
高手支招 4 链接中考	163	高手支招 5 思考发现	194
高手支招 5 思考发现	164	高手支招 6 体验成功	194
高手支招 6 体验成功	164	§ 20.5 等腰梯形的判定	198
§ 20.2 矩形的判定	167	高手支招 1 细品教材	198
高手支招 1 细品教材	167	高手支招 2 归纳整理	199
高手支招 2 归纳整理	169	高手支招 3 典例精析	200

高手支招 4 链接中考 203

高手支招 5 思考发现 204

高手支招 6 体验成功 204

本章总结 208

第 21 章 数据的整理与初步处理

..... 213

§ 21.1 算术平均数与加权平

均数 214

高手支招 1 细品教材 215

高手支招 2 归纳整理 217

高手支招 3 典例精析 217

高手支招 4 链接中考 221

高手支招 5 思考发现 221

高手支招 6 体验成功 222

§ 21.2 平均数、中位数和众数的

选用 225

高手支招 1 细品教材 225

高手支招 2 归纳整理 227

高手支招 3 典例精析 228

高手支招 4 链接中考 232

高手支招 5 思考发现 233

高手支招 6 体验成功 233

§ 21.3 极差、方差与标准差 ... 236

高手支招 1 细品教材 236

高手支招 2 归纳整理 238

高手支招 3 典例精析 238

高手支招 4 链接中考 242

高手支招 5 思考发现 243

高手支招 6 体验成功 243

本章总结 246

附录 教材习题点拨 252

第 17 章 分式



本章要点导读

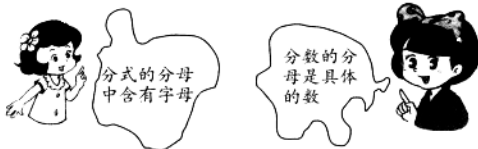
BENZHANGYAO DIANDAO DU

知识要点	课标要求	学习策略
分式及其基本性质	了解分式的概念,掌握分式的基本性质并能用来进行约分和通分.	1. 通过与分数概念的类比,学习分式的概念. 2. 通过与分数的基本性质类比,学习分式的基本性质. 3. 约分和通分时,一般要先将多项式分解因式.
分式的运算	理解和掌握分式加减、乘除的运算法则,会进行简单的分式加、减、乘、除运算.	1. 特别注意与分数的加、减、乘、除类比学习分式的加、减、乘、除. 2. 运算过程中通常要将分子、分母分别分解因式,及时约分,简化运算,减少失误. 3. 注意运算结果不是最简分式时,应通过约分,化为最简形式.
可化为一元一次方程的分式方程	1. 了解分式方程的概念,会解一些简单的可化为一元一次方程的分式方程. 2. 理解解分式方程可能产生增根,理解检验的必要性并会进行检验.	1. 解分式方程的关键是把分式方程转化为整式方程. 2. 特别注意解分式方程一定要验根. 3. 列分式方程解应用题关键是要审清题意,合理地设未知数,正确地用分式表示数量关系,找出相等关系,列出方程.
零指数幂与负整数指数幂	1. 理解零指数幂及负整数指数幂的意义. 2. 会用科学记数法表示绝对值小于 1 的数.	注意通过与正整数指数幂的性质联系,学习零指数幂及负整数指数幂的意义.



§ 17.1 分式及其基本性质

中国有句古话：处处留心皆学问。在一次课间休息时间，两位同学在做猜谜语游戏，一位同学说：“七上八下，猜猜一个数。”另一个同学略作思考回答说：“这个数是 $\frac{7}{8}$ 。”我们都知道 $\frac{7}{8}$ 是个分数，但如果把分母中的8换成字母 x ，即得 $\frac{7}{x}$ ，那么它还是一个分数吗？如果不是，它究竟又是什么呢？通过学习本节内容相信你会很轻松地得到问题的答案。



高手支招 ① 细品教材

一、分式的概念 ★★★

形如 $\frac{A}{B}$ (A, B 是整式，且 B 中含有字母， $B \neq 0$) 的式子，叫做分式。其中 A 叫做分式的分子， B 叫做分式的分母。

1. 分式的分子中可以含有字母，也可以不含字母，分式的分母中必须含有字母。如 $\frac{1}{x}$ ， $\frac{a}{2b}$ 都是分式。

2. 分式中，分母的值不能为零。如果分母的值是零，则分式没有意义。如分式 $\frac{1}{y-1}$ 中， $y-1 \neq 0$ ，即 $y \neq 1$ 。反之，若分式没有意义，则分式的分母的值为零。如若分式 $\frac{a}{m-2}$ 无意义，则 $m-2=0$ ，即 $m=2$ 。

3. 如无特别说明，分式都是有意义的。也就是说，分式中分母的值不等于零。如分式 $\frac{a}{x-1}$ 中隐含着条件 $x-1 \neq 0$ ，即 $x \neq 1$ 。

4. 分式的值为零必须在分式有意义的前提下讨论。分式有意义，分式的值可能为零，可能不为零；分式无意义，分式的值不存在，更不可能为零了。

分式的值为零,必须同时满足两个条件:

①分子等于零;②分母不等于零,二者缺一不可.

5. 整式和分式统称有理式,即有理式

整式、分式和整式的区别是:分母中含有字母的是分式;分母中不含字母的是整式. 如 $\frac{x}{3}$, $\frac{x^2+1}{2}$

是整式,而 $\frac{2}{x}$, $\frac{3}{m+n}$ 是分式. 注意 π 是常数,不是

字母,所以 $\frac{2}{\pi}$ 是整式,而不是分式.

【示例】下列各式中,哪些是整式? 哪些是分式?

(1) $\frac{2}{y}$; (2) $\frac{x}{2}$; (3) $\frac{2xy}{x+y}$; (4) $\frac{2x-y}{3}$; (5) $\frac{a+1}{\pi}$.

思路分析: 判断一个有理式是整式还是分式,就是看分母中是否含有字母,若分母中含有字母,则是分式;否则是整式,而不必对式子作其他的变形.

解: (2)(4)(5)是整式; (1)(3)是分式.

二、分式的基本性质 ★★★

分式的基本性质与分数的基本性质类似,即:分式的分子与分母都乘以(或除以)同一个不

为零的整式,分式的值不变. 用字母表示为 $\frac{A}{B} =$

$\frac{A \times M}{B \times M}$, $\frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M}$ (M 是不等于 0 的整式).

1. 应用分式的基本性质时,要深刻理解“都”与“同”的含义.

“都”的意思是分子与分母必须同时乘以(或除以)同一个整式,不能只有分子乘以(或除以)这个整式,也不能只有分母乘以(或除以)这个整式.

“同”的意思是分子与分母都乘以(或除以)的整式必须是同一个整式.

2. 对于分式的基本性质 $\frac{A}{B} = \frac{A \times M}{B \times M}$, $\frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M}$ (M 是整式且 $M \neq 0$) 中的 A 、

B 、 M 表示的都是整式,其中 $B \neq 0$ 是已知条件中隐含的条件,不需要强调;而 $M \neq 0$ 是解题过程中附加的条件,运用分式的基本性质时,必须强调 $M \neq 0$ 这个前提条件.

如 $\frac{bc}{a} = \frac{abc}{a^2}$, 在从左到右的变化过程中,由于分式中隐含着 $a \neq 0$ 这一条件,所

以分式的分子与分母都乘以 a 是正确的,而在 $\frac{b}{a} = \frac{bc}{ac}$ 从左到右的这一变化过程

分式的分数线有除号

和括号两个作用. 如 $\frac{a-b}{a+b}$ 可

表示为 $(a-b) \div (a+b)$, 而不能表示为 $a-b \div a+b$, 同样 $(a-b) \div (a+b)$ 写成分式形式时不需带括号.

运用分式的基本性质时,必须特别注意分子、分母同时乘以(或除以)的相同整式不能为零.



中,由于没有 $c \neq 0$ 这一条件,所以应用分式的基本性质是错误的.

【示例】写出下列等式中的分子或分母:

$$(1) \frac{a+b}{ab} = \frac{(\quad)}{a^2b}; (2) \frac{x}{x(x-y)} = \frac{1}{(\quad)}.$$

思路分析: (1)先观察分母,等式左边分式的分母是 ab ,等式右边分式的分母是 a^2b ,显然 a^2b 是由 $ab \cdot a$ 得到的,由分式的基本性质可知,等式右边分式的分子由等式左边分式的分子乘以 a 而得到,则等式右边分式的分子为 $a(a+b)$.

(2)先观察分子,等式左边分式的分子为 x ,等式右边分式的分子为 1 ,显然 1 是由 $x \div x$ 得到的,由分式的基本性质可知,等式左边分式的分母也要除以 x ,则等式右边分式的分母为 $x-y$.

答案

$$(1) a(a+b) \quad (2) x-y$$

三、约分 ★★

约分就是根据分式的基本性质,把分子、分母的公因式约去.它是分式的基本性质的具体应用.

1. 约分的关键是正确找出分子与分母的最大公因式.

(1)若分子与分母是单项式,它们的系数的最大公约数与它们的相同字母的最低次幂的积是分子与分母的最大公因式;

(2)若分子、分母是多项式,应先把它们分解因式,然后再确定分子与分母的系数的最大公约数与它们的相同因式的最低次幂的积,即分子与分母的最大公因式.

2. 约分要彻底,即约去的应是分子、分母的最大公因式,约分的结果是最简分式或整式.

【示例】约分:

$$(1) \frac{-2mn^2}{8m^5n^3}; (2) \frac{x-y}{x^2-2xy+y^2}; (3) \frac{n-m}{m^2-n^2}.$$

思路分析: (1)中分子、分母都是单项式,应约去它们系数的最大公约数与相同字母的最低次幂的积,即 $2mn^2$. (2)和(3)中分子、分母都是多项式,应先将能分解因式的多项式分解因式,再确定公因式、约分.

$$\text{解: (1)} \frac{-2mn^2}{8m^5n^3} = -\frac{2mn^2 \cdot 1}{2mn^2 \cdot 4m^4n} = -\frac{1}{4m^4n}.$$

$$(2) \frac{x-y}{x^2-2xy+y^2} = \frac{x-y}{(x-y)^2} = \frac{1}{x-y}.$$

约分时,分子、分母的整体都要除以同一个公因式.当分子或分母是多项式时,要用分子、分母的公因式去除整个多项式,不能只除某一项,更不能减去某一项.

$$(3) \frac{n-m}{m^2-n^2} = \frac{-(m-n)}{(m+n)(m-n)} = -\frac{1}{m+n}.$$

四、最简分式 ★

分子与分母没有公因式的分式称为最简分式.

1. 判断一个分式是否是最简分式, 就是确定分式的分子与分母是否有公因式. 若没有公因式, 就是最简分式.

2. 分式约分的结果应是最简分式或整式.

五、通分 ★★

通分就是根据分式的基本性质把几个异分母的分式分别化为与原来的分式相等的同分母的分式. 通分的关键是确定最简公分母.

确定最简公分母的一般方法:

1. 如果各分母都是单项式, 那么最简公分母就是各系数的最小公倍数、相同字母的最高次幂及所有不同字母的积;

2. 如果各分母都是多项式, 就要先把它分解因式, 然后把每个因式当作一个因式(或一个字母), 再按照单项式求最简公分母的方法, 从系数、相同因式、不同因式三个方面去求.

分式的通分和约分是两种相反的变化过程, 约分是指把分式化简, 是针对一个分式而言的, 约分后的分式是一个最简分式; 通分则是把分式化繁, 目的是把几个分式的分母化成相同的, 这个相同的分母应是最简公分母, 即一般取各分母的所有因式的最高次幂的积作公分母.

【示例】通分: (1) $\frac{3}{4a^2b}, -\frac{5}{6b^2c}, \frac{1}{2ac^2}$;

$$(2) \frac{x+2}{2x+2}, \frac{x}{x^2-x-2}, \frac{3}{8-4x}.$$

思路分析: 通分的关键是确定最简公分母, 依据分式的基本性质, 将分式的分子、分母同乘以最简公分母.

解: (1) ∵ 最简公分母是 $12a^2b^2c^2$,

$$\therefore \frac{3}{4a^2b} = \frac{3 \times 3bc^2}{4a^2b \times 3bc^2} = \frac{9bc^2}{12a^2b^2c^2}, -\frac{5}{6b^2c} = -\frac{5 \times 2a^2c}{6b^2c \times 2a^2c} = -\frac{10a^2c}{12a^2b^2c^2},$$

$$\frac{1}{2ac^2} = \frac{1 \times 6ab^2}{2ac^2 \times 6ab^2} = \frac{6ab^2}{12a^2b^2c^2}.$$

(2) ∵ 最简公分母是 $4(x+1)(x-2)$,

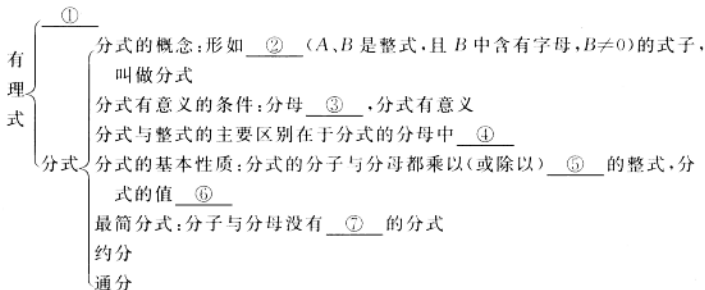
$$\therefore \frac{x+2}{2x+2} = \frac{(x+2) \times 2(x-2)}{2(x+1) \times 2(x-2)} = \frac{2(x+2)(x-2)}{4(x+1)(x-2)},$$

$$\frac{x}{x^2-x-2} = \frac{x \times 4}{(x-2)(x+1) \times 4} = \frac{4x}{4(x+1)(x-2)},$$

$$\frac{3}{8-4x} = \frac{3 \times (x+1)}{-4(x-2) \times (x+1)} = -\frac{3(x+1)}{4(x+1)(x-2)}.$$

**高手支招② 归纳整理**

本节主要内容是分式的概念及分式的基本性质,分式的概念只要求了解,分式的基本性质则要求理解、会用,它是约分与通分的依据,是分式运算的基础.因此,本节的重点是理解和掌握分式的基本性质.

**答案**

① 整式 ② $\frac{A}{B}$ ③ 不为零 ④ 含有字母 ⑤ 同一个不为零 ⑥ 不变 ⑦ 公因式

**高手支招③ 典例精析****一、基础知识题型**

【例 1】若分式 $\frac{x+y}{x-y}$ 中, x, y 的值都变为原来的 3 倍,则此分式的值 $\dots$ ()

A. 不变

B. 是原来的 3 倍

C. 是原来的 $\frac{1}{3}$ D. 是原来的 $\frac{1}{6}$

思路分析:把分式中的 x 和 y 分别用 $3x$ 和 $3y$ 进行替换,然后利用分式的基本性质进行化简即可.

答案: A

技术化提示 “ x, y 的值都变为原来的 3 倍”是指 x, y 分别变成了 $3x, 3y$.

【例 2】不改变分式的值,使下列分式的分子和分母都不含“-”号:

$$\frac{-3b}{2a} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad -\frac{5y}{-7x^2} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \frac{-a-2b}{2a+b} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

思路分析: 利用分式的变号法则不难解答此题: $\frac{-3b}{2a} = -\frac{3b}{2a}$; $-\frac{5y}{-7x^2} = \frac{5y}{7x^2}$;

$$\frac{-a-2b}{2a+b} = -\frac{a+2b}{2a+b}.$$

答案

$$-\frac{3b}{2a} \quad \frac{5y}{7x^2} \quad -\frac{a+2b}{2a+b}$$

(技术化提示) 分式的符号变化规律可以概括为: $\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B} = -\frac{A}{-B} = -\frac{-A}{B}$ (其中 $B \neq 0$).

【例 3】 当 x 取何值时, 下列分式有意义?

$$(1) \frac{1}{x+5}; (2) \frac{x+1}{x^2-1}; (3) \frac{x^2-1}{x-1}; (4) \frac{1}{x^2+1}.$$

思路分析: 只要未知数的取值使分式的分母不为零, 那么分式就有意义.

解: (1) 由分母 $x+5=0$, 得 $x=-5$, 所以当 $x \neq -5$ 时, 分式 $\frac{1}{x+5}$ 有意义.

(2) 由分母 $x^2-1=0$, 得 $x=\pm 1$, 所以当 $x \neq \pm 1$ 时, 分式 $\frac{x+1}{x^2-1}$ 有意义.

(3) 由分母 $x-1=0$, 得 $x=1$, 所以当 $x \neq 1$ 时, 分式 $\frac{x^2-1}{x-1}$ 有意义.

(4) 由于无论 x 取何值时 x^2+1 的值均不为零, 所以 x 取任意值, 分式 $\frac{1}{x^2+1}$

都有意义.

(技术化提示) 求使分式有意义的未知数的取值, 常先令分母等于零, 求出使分式无意义的未知数的值, 再确定使分式有意义的未知数的取值范围.

$$\text{【例 4】约分: (1) } \frac{y^2+y-2}{y^2+4y+4}; (2) \frac{3a^2-ab}{9a^2-6ab+b^2}.$$

思路分析: 分子或分母是多项式的, 约分时要先分解因式, 然后确定公因式.

再约分.

$$\text{解: (1) 原式} = \frac{(y+2)(y-1)}{(y+2)^2} = \frac{y-1}{y+2}; (2) \text{原式} = \frac{a(3a-b)}{(3a-b)^2} = \frac{a}{3a-b}.$$

(技术化提示) 约分的结果必须是最简分式或整式, 即约分约去的应是分子、分母的最大公因式.



二、综合拓展题型

【例 5】不改变分式的值,把下列各式的分子与分母中各项的系数化为整数.

$$(1) \frac{\frac{2}{3}a - \frac{3}{2}b}{\frac{3}{2}a + \frac{2}{3}b}; (2) \frac{0.01x - 0.5}{0.04x + 0.3}.$$

思路分析: 含有分数的分式,要将分子、分母都乘以分子、分母系数的最小公倍数;对于含有小数的分式,若绝对值最小的系数有 m 位小数,则要将分子、分母都乘以 10^m .

$$\text{解: (1) 原式} = \frac{(\frac{2}{3}a - \frac{3}{2}b) \times 6}{(\frac{3}{2}a + \frac{2}{3}b) \times 6} = \frac{4a - 9b}{9a + 4b};$$

$$(2) \frac{0.01x - 0.5}{0.04x + 0.3} = \frac{(0.01x - 0.5) \times 100}{(0.04x + 0.3) \times 100} = \frac{x - 50}{4x + 30}.$$

(技术化提示) 将分式中分子、分母的系数化为整数,改变的只是分式的形式,分式的值不变.

三、探究创新题型

【例 6】已知 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2$, 求 $\frac{3x + 5xy - 3y}{x - 3xy - y}$ 的值.

思路分析: 可将所求的式子用 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ 来表示,也可将已知式子和要求的式子分别变形.

解: 方法一: 因为 $x \neq 0, y \neq 0$,

$$\text{所以 } \frac{3x + 5xy - 3y}{x - 3xy - y} = \frac{(3x + 5xy - 3y) \div xy}{(x - 3xy - y) \div xy} = \frac{\frac{3}{y} + 5 - \frac{3}{x}}{\frac{1}{y} - 3 - \frac{1}{x}} = \frac{-3(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}) + 5}{-(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}) - 3}.$$

$$\text{又因为 } \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2, \text{ 所以原式} = \frac{-3 \times 2 + 5}{-2 - 3} = \frac{1}{5}.$$

方法二: 由 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2$, 得 $x - y = -2xy$,

$$\text{所以 } \frac{3x + 5xy - 3y}{x - 3xy - y} = \frac{3(x - y) + 5xy}{(x - y) - 3xy} = \frac{3 \times (-2xy) + 5xy}{-2xy - 3xy} = \frac{-xy}{-5xy} = \frac{1}{5}.$$

(技术化提示) 已知含有两个字母以上的式子的值的求值问题,常用的解法有三种: ①化条件至可直接代入求值; ②化结论至可直接应用条件求值; ③既化条件,又化结论,直至可代入求值.



高手支招④ 链接中考

分式的概念及分式的基本性质是中考重点考查的内容之一,尤其是分式基本性质的应用,如分式有意义的条件、分式值为零的条件,将分式的分子、分母的系数化为整数及分式的符号法则等是中考的热点,考查形式主要是填空题和选择题,分值一般在3分左右.

学习分式的概念注意类比分数的概念,通过观察、分析、归纳出分式的特点,并与整式进行对比,找出它们的异同.分式基本性质的学习,应类比分数的基本性质予以掌握,并通过分式的通分、约分、变号、系数化为整数加以理解、巩固,同时要注意复习有理数除法法则和因式分解等有关知识,为学习本节内容扫清障碍.

【例1】(福建福州)若分式 $\frac{2}{x-1}$ 有意义,则 x 的取值范围是……………()

A. $x \neq 1$

B. $x > 1$

C. $x = 1$

D. $x < 1$

答案: A



点拨 只要字母的取值使分式的分母不为零,则分式有意义.

【例2】(广西玉林)当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时,分式 $\frac{x+1}{x}$ 没有意义.

答案:

0



点拨 字母的取值使分式的分母等于0,则分式没有意义.



高手支招⑤ 思考发现

1. 判断一个式子是否为分式时,只看式子本身分母中是否含有字母,切不可对式子进行变形再作出判断,同时还应注意 π 是一个数.

2. 分式中,分母所含的未知数使分母的值为零,则分式无意义;分母的值不为零,分式才有意义.没有特别说明,分式都是有意义的.有些分式,无

论分母中的未知数取何值,它都有意义,如 $\frac{1}{x^2+1}$, $\frac{m}{|n|+2}$ 等.

3. 分式的值为零的条件:(1)分子等于零;(2)分母不等于零,两者缺一不可.在求解的过程中,一般都是求出使分子为零的未知数的值,然后再验证此时分母是否为零,若未知数的值使得分母为零,则必须舍去.



4. 分式的约分、通分、系数化为整数的依据都是分式的基本性质, 改变的是分式的形式, 没有改变分式的值.

5. 在进行分式的约分时, 必须先

找出分子、分母的公因式, 若分子、分母是多项式, 则必须先把它分解因式, 然后再约分.



高手支招 ⑥ 体验成功

基础巩固

1. 下列式子是分式的是 ()

A. $2 + \frac{2}{a}$

B. $\frac{x-3y}{3}$

C. $\frac{1}{\pi}$

D. $\frac{1}{2}(a+b)$

2. 分式 $\frac{a}{3x}$, $\frac{x-y}{x^2-y^2}$, $\frac{x+y}{x^2+y^2}$ 中, 最简分式有 ()

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

3. 分式 $-\frac{5}{6x^2y}$ 和 $\frac{3}{4xyz}$ 的最简公分母是 ()

A. $12xyz$

B. $12x^2yz$

C. $24xyz$

D. $24x^2yz$

4. 若分式 $\frac{x-4}{(x-2)(x+3)}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()

A. $x \neq 2$

B. $x \neq 2$ 或 $x \neq -3$

C. $x \neq -3$

D. $x \neq 2$ 且 $x \neq -3$

5. 若分式 $\frac{x^2-4}{x^2-x-2}$ 的值为零, 则 x 的值是 ()

A. 2 或 -2

B. 2

C. -2

D. 4

6. 若 $a - \frac{2}{a} = 1$, 则 $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 等于 ()

A. 5

B. 3

C. 1

D. -1

综合应用

7. 若 $\frac{|x|-1}{x^2+2x-3}$ 的值为零, 则 x 的值是 ()

A. ± 1

B. 1

C. -1

D. 不存在

8. 已知 $x^2 + 4y^2 = 4xy$, 求 $\frac{x+2y}{x-y}$ 的值.

探究创新

9. 如果记 $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$, 并且 $f(1)$ 表示当 $x=1$ 时, $f(x)$ 的值, 即 $f(1) = \frac{1^2}{1^2+1} =$

