

大學叢書

電學原理

下冊

裴濟亞丹姆斯著

楊肇癭譯

商務印書館發行

電學原理

下冊

裴濟亞丹姆斯著

楊肇燦譯

中華教育文化基金董事會

編譯委員會編輯

商務印書館發行

◆(51779平)

叢大
書學

電學原理(全二冊)

Principles of Electricity

原著者 L. I. P a d a m s

譯述者 楊 肇 熾

編輯者 中華教育文化基金會
董事會編譯委員會

發行者 商務印書館
上海河南中路二二一號

印刷者 商務印書館

發行所 商務印書館
上海及各地

★版權所有★

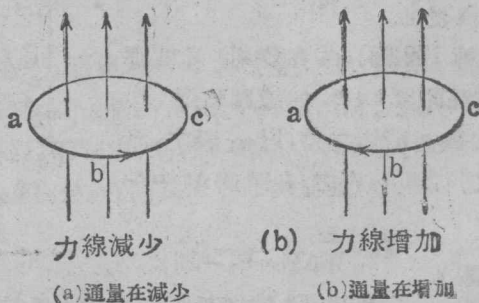
1940年6月初版
1950年12月6版

基價 38 元

第九章 電磁感應

85. **法拉第定律** 因為已經知道電流發生磁場，法拉第在1831年就料到磁體會在鄰近的固定電路內感生電流。雖然他驗出固定電路縱在不動的磁體的附近，其中並無電流發生，他卻又察見若令磁體趨近或離開電路，路中的電流計即受有偏轉。進一步的考察就證明若取另一通有電流的電路，令其趨近或離開第一電路，或者令其不動而變其電流，第一電路中的電流計均顯同一效應。電流感應的現象，美國的亨利(Henry)發見得還在早，但通常皆歸功於法拉第，因為他是首先發表這宗結果的人。

法拉第的實驗指示我們，凡穿過一固定電路的磁感應通量有變，即發生一電勢，通量之變不止，電勢不滅，此應電勢之數量與通量改變的時率成正比例。若穿過電路的通量在減少，則應電勢所取之向為一依着通量穿過電路之向前進的右手螺旋旋轉之向，如第 171a 圖所示，但若通量在增加，則應電勢即取相反之向，如第 171b 圖。現在假設取圖中電路向上的一面為正，以使穿過電路的通量為正。那麼，若依照第 8 段所述的成例，來規定循行任一面的周緣的正向和該面法線正向的關係，則由 a 至 b 至 c 即為循行周緣之正向。由此推之，在



第 171 圖

通量減少的(a)例中，應電勢為正，而在通量增加的(b)例中，應電勢為負。因為要發生與外加磁場同向的通量，電路中的電流得取由 a 至 b 至 c 之向，可見若外源所生之通量在減少，應電勢作用所增通量與外加通量同向，若外源所生的通量在增加，應電勢所增的通量與外加通量反向。無論如何，應電勢作用之向是要反抗其所由生的通量的變更。

若 B 為磁感應強度， ds 為任一以電路為周緣的曲面 s 的分素，而 γ 為感應線與面素正法線之間的角，則穿過 s 全面的感應通量為

$$N = \int_s B \cos \gamma \, ds = \int_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}.$$

若顧及電路正面和循行其周緣所取正向的關係，則法拉第定律宣示吾人：變更穿固因定電路的感應通量，即生電勢，所生的電勢 ϵ 等於通量減少的時率，這就是說，

$$\epsilon = - \frac{dN}{dt}, \quad (85-1)$$

或為

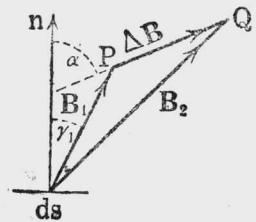
$$\epsilon = - \int_s \frac{\partial}{\partial t} (B \cos \gamma) \, ds, \quad (85-2)$$

式中不但要取 B 的導數，還要取 $\cos \gamma$ 的導數，因為不但感應強度的數量可與時俱變，即其向亦可與時俱變也。

現令 B_1 (第 172 圖) 為在時刻 t 的感應強度，而 B_2 為在時刻 $t + \Delta t$ 的感應強度； B_1 與面素 ds 的法線 n 所作之角，以 γ_1 表之，而 B_2 與 n 所作之角，以 γ_2 表之。在時間 Δt 中矢量 B 的增加為

$$\Delta B = B_2 - B_1,$$

其向為 PQ 之向，而 B 在時刻 t 的增加時率亦為一矢量：



第 172 圖

$$\left. \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right|_{\Delta t=0} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{B}}{\Delta t},$$

其向爲 PQ 線隨 Δt 漸近於零時所取的極限向。

倘以 $|\Delta \mathbf{B}|$ 表矢量 $\Delta \mathbf{B}$ 的數量，則從上圖知

$$|\Delta \mathbf{B}| \cos \alpha = B_2 \cos \gamma_2 - B_1 \cos \gamma_1,$$

以 Δt 除上式，即得

$$\left| \frac{\Delta \mathbf{B}}{\Delta t} \right| \cos \alpha = \frac{B_2 \cos \gamma_2 - B_1 \cos \gamma_1}{\Delta t},$$

然後令 Δt 趨近於零，又得

$$\left| \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right| \cos \alpha = \frac{\partial}{\partial t} (B \cos \gamma), \quad (85-3)$$

至此 PQ 及法線之間的 α 角已得其極限值。所以法拉第定律變爲

$$\epsilon = - \int_s \left| \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right| \cos \alpha \, ds = - \int_s \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot ds. \quad (85-4)$$

上面取 \mathbf{B} 對於時刻的導數，我們所標的符號係取偏導數而非全導數，其原因在於就一般而論， \mathbf{B} 不僅是時刻的函數，而且是空間坐標的函數。在(85-4)式中。我們所涉及的乃一固定電路，而且僅與 \mathbf{B} 在每點變更的時率有關。

讀者務須謹記， $\left| \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right|$ 與 $\frac{\partial B}{\partial t}$ 絕非同一之量，前者乃矢量 \mathbf{B} 增加時率之數量，而後者乃 B 之數量增加之時率。舉例以明此說，就一數量恆定的轉動矢量而言，後一導數消滅，而前一導數則否也。

在現所討論的例中，電勢 ϵ 就是(48-5)式所表周歷電路所取電場強度 \mathbf{E} 的線積分，我們又可將(85-4)式寫爲

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_s \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot ds, \quad (85-5)$$

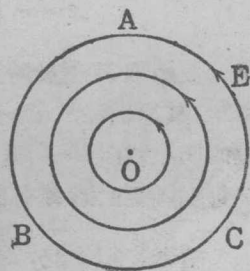
祇要 \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 皆以電磁單位表之。

至此有一重要之點須加注意，即法拉第定律適用於任何閉合曲線，無論其是否有一導線與之密合，不過祇有在有導電電路時，電勢方始發生電流。在一切情況中，法拉第定律告知我們，周歷任一固定閉合曲線所取電場強度的線積分，等於穿過該曲線的磁感應通量減少的時率。上面的(85-5)式與(72-3)式所表安培定律的周路式十分相似，讀者應當互相參較，尤其是把安培定律寫成下式：

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 4\pi \int_s \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s}, \quad (85-6)$$

則更為顯然，此式之求得，祇要以佈於任一面 s 上的電流密度 \mathbf{j} 來表示 \mathbf{i} ，但 s 的周緣須與取 \mathbf{H} 線積分所歷之路線密合。

法拉第定律含有一重要之義，即磁感應強度變更所生之電力線皆為閉合曲線，猶之導線中電流所生之磁力線皆為閉合曲線。舉例來說，設持一磁體（第 173 圖）臨於紙面之上，令其軸線在 O 點與紙面正交，而北極一端較近於 O 。倘使此刻運磁體向紙面進行，則紙平面中的電力線，由於對稱性，皆為以 O 為中心之圓，而電場強之向則如箭鏃所示。若反轉運行磁體之向，其效僅為反 \mathbf{E} 之向而已。若有一導線與 ABC 線密合，則電場對於其中自由電子所施之力處處取與導線相切之向，因此有一電流發生。很顯然的，在這類的電場中，絕沒有無向電位存在，因為如其有之，則循着電場強之向而行，由 A 至 B 至 C ，以復返於 A ，無向電位就會逐漸減低，以致周歷全路回至起點時，所得電位值異於出發時之值。



第 173 圖

在現所討論的例中，導線 ABC 並無任何部分帶有電荷。然而倘使我們在 A 點將導線割斷，而連入一平行板容電器，如第 174 圖，情形就改變了。此時磁感應強度變更所生之電場 \mathbf{E} 驅使陽電累積於 a ，陰電累積於 b ，這些電荷在容電器兩板間所生之電位差 $V_a - V_b$ 逐漸

增加，直至等於電場強度 E 沿着導線由 b 至 c 至 a 的線積分所代表的電勢 ϵ_1 為止，換言之，

$$V_a - V_b = \int_{bca} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \epsilon_1.$$

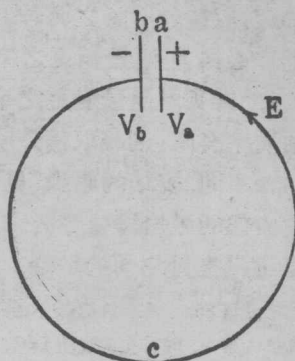
因為運一電子由 b 經過導線以達於 a ，所作之總功，惟有在此項條件滿足時，方始為零，而且惟有此時電子的流動方能停止。倘使容電器兩板間的距離 d 比周歷電路的長度 l 小， $\epsilon_1 = (1 - d/l)\epsilon$ 。所以，要得平衡，

$$V_a - V_b = \left(1 - \frac{d}{l}\right)\epsilon.$$

在兩板之間的區域中，電場強度並非 $(V_a - V_b)/d$ ，而為 $(V_a - V_b)/d + E$ 。雖然如此，容電器上的電荷仍然由 $(V_a - V_b)/d$ 單獨定之，至少在兩板間介質的比感電容為壹時為如此，因為電場 E 的力線並不終止於兩板上，所以並不引起增添的電荷。

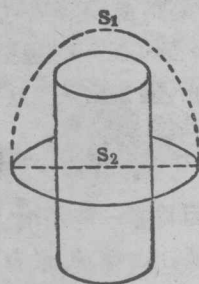
與此相關的有一點必須牢記，即靜電荷所生的電場絕不能發生周及一閉合電路的電勢。因為每一靜電力場皆具有電位，所以電場強周歷任何閉合曲線的線積分消滅，如在第 48 段中所證。由此推之，磁通量變更所生周及閉合曲線的電勢，儘管有靜電荷存在，如第 174 圖中容電器兩板上的電荷，並不受絲毫影響。

在虛無的空間中， B 和 H 相同，若有一電路在空間中，則穿過電路的磁感應通量等於磁場強通量，而法拉第定律可以改訂如下：應電勢等於磁場強通量減少的時率。若電路包有磁心，如第 175 圖，則磁通量可由兩種方法決定，或者徧歷全在空間中的面 s_1 取積分，或徧歷割截磁心的面 s_2 取積分。但經過磁心的表面， B 線是連續的，而 H 線則否。所以穿過 s_1 的通量 $H = B$ 等於穿過 s_2 的 B 通量。因此我們



第 174 圖

知道，取積分所歷之面若經過導磁的介質，則應電勢必與 B 通量變更之率有關，如 (85-2) 式所表，而非與 H 通量變更之率有關，因為倘使與 H 的變率有關，則視取積分所歷之面為 S_1 或 S_2 而結果不同。安培的磁論（見第 75 段）需要導磁介質內部的平均場強等於 B ，以他的理論為根據，也可以推得相同的結論。



第 175 圖

習題 85a 有一長螺線管，每單位長度內的匝數為 n_1 ，其截面積為 A ，載有交變電流 $i = i_0 \sin \omega t$ 。管心的導磁係數為 μ 。設有一圍繞螺線管的閉合曲線，求穿過這曲線的 B 通量，並計算周及全曲線的電勢。

$$\text{答： } N = 4\pi n_1 i_0 \mu A \sin \omega t, \quad e = -4\pi n_1 i_0 \mu A \omega \cos \omega t。$$

習題 85b 有一交變電流 $i = i_0 \sin \omega t$ 在一很長的直導線中流通。設想在一容有此導線的平面中畫一長方形。其長為 h ，寬為 d ，長為 h 的兩邊與導線平行，一邊距導線之距離為 R ，另一邊的為 $R+d$ 。計算穿過此長方形的通量和周及全形的電勢。

$$\text{答： } N = 2i_0 h \log_e \left(1 + \frac{d}{R} \right) \sin \omega t, \quad e = -2i_0 h \log_e \left(1 + \frac{d}{R} \right) \omega \cos \omega t。$$

習題 85c 若第 173 圖的磁體有一磁矩 M ，到 O 點的距離為 h ，而以速度 v 趨近於 O ，並取一以 O 為中心而半徑為 p 的圓，求穿過此圓的通量及在圓平面中去 O 距離為 p 處的電場強度。

$$\text{答： } N = \frac{2\pi M p^2}{(h^2 + p^2)^{3/2}}, \quad E = -\frac{3M p h v}{(h^2 + p^2)^{5/2}}。$$

習題 85d 第 174 圖中容電器全板之間隔有比感電容為 k 的電介質。證明（略去邊緣作用）兩板每單位面積上的電荷為

$$\sigma = \frac{1}{4\pi d} \{ \epsilon_1 + (n-1)\epsilon \}。$$

習題 85e 設

$$H_z = \frac{A}{r} \cos \sigma r \cos \omega t,$$

式中 $r^2 = x^2 + y^2$ 。若在 XY 平面中有一電路，此電路應具如何形式及大小，應電勢方為最大？最大之電勢為何？

答：電路應為正圓，其半徑為 $\left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{\sigma}$ ，式中 n 為正整數。

$$e = \frac{2\pi \omega A}{\sigma} \sin \omega t。$$

86. 動生電勢 在前一段中，我們所注意的問題，以對於觀察人爲固定的電路中的電勢爲限。現設有一長爲 l 的導線，相對於觀察人以速度 \mathbf{v} 運動，並橫截一磁場的力線，我們所要決定的乃沿線的電勢。在這宗情形下，我們無須訴諸實驗，因爲從表示運動導線中電子受力的(76-2)式，立可推出電勢。從這方程式可以看出磁場對每單位電荷所施之力爲

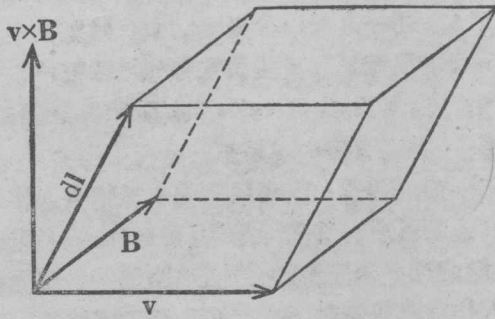
$$\mathbf{E}_v = \mathbf{v} \times \mathbf{B},$$

其中 \mathbf{v} 代表導線的速度。因此，若以 $d\mathbf{l}$ 爲導線的矢長分素，則動生電勢爲

$$\varepsilon = \int_l \mathbf{E}_v \cdot d\mathbf{l} = \int_l (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l}, \quad (86-1)$$

其向爲 $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ 沿導線的部分的向。

現要進而一考 \mathbf{v} , \mathbf{B} 和 $d\mathbf{l}$ 三矢量所成的矩體 (第 176 圖)。圖中 $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ 一矢量，其數量等於矩體底面的面積，而其向爲矩體垂高之向。



第 176 圖

由此推之， $(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l}$ 一無向量即等於底的面積乘 $d\mathbf{l}$ 與底正交的部分，換言之，即矩體的體積。現在倘使我們選以 \mathbf{v} 和 $d\mathbf{l}$ 爲邊的一面爲底，則矩體的體積又可表爲 $(d\mathbf{l} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot (d\mathbf{l} \times \mathbf{v})$ 。所以

$$(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = \mathbf{B} \cdot (d\mathbf{l} \times \mathbf{v}),$$

而現所研究的電勢可以寫為

$$\varepsilon = \int_l \mathbf{B} \cdot (d\mathbf{l} \times \mathbf{v}). \quad (86-2)$$

我們知道 $d\mathbf{l} \times \mathbf{v}$ 即長為 $d\mathbf{l}$ 的一段導線在單位時間內所掠過的面積，而 $\mathbf{B} \cdot (d\mathbf{l} \times \mathbf{v})$ 即穿過此面積的磁感應通量。所以動生電勢等於導線在單位時間中所割的磁感應通量，或者說得更簡單些，等於每單位時間中被割的感應管數。其作用之向為 $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ 沿導線部分之向。

舉例來說。設有直導線 PQ (第 177 圖)，長為 l ，兩端各有一金屬小球，以速度 \mathbf{v} 在紙平面中向右而行，經過一與紙面垂直的磁場，其力線穿過紙面朝下。應電勢作用之向為矢量 $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ 之向，換句話，由 P 至 Q。導線在單位時間內所割的感應通量即穿過 PQRS 面積的通量 Bvl 。所以

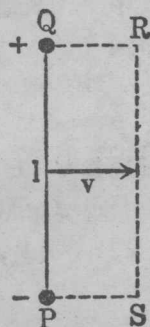
$$\varepsilon = Bvl,$$

其向係由 P 至 Q。此一電勢迫令陽電向 Q，陰電向 P，直至小球上所積電荷足以發生與電勢相等的電位

差為止。讀者注意，無論 $d\mathbf{l}$ 或 \mathbf{v} 若與磁場平行，則動生電勢消滅，因為在任一情形中，都沒有磁力線被割。

我們現在要把 (86-2) 式應用到相對於觀察人作運動的完全電路。這電路的運動可以有許多的動法，譬如說，或者電路備有可動的臂，相對於其餘的部分來回滑動，或者電路儘管是堅固的，但其全部相對於觀察人作移動或轉動。無論如何，假設電路的周緣或其一部分相對於觀察人作運動，在時刻 t 的位置以曲線 l_1 (見第 178 圖) 表之，而在時刻 $t+dt$ 的位置以曲線 l_2 表之。我們既取反時針之向循此電路，必須以朝上之面為正。此時倘以 $d\mathbf{s}$ 表在時間 dt 內電路每單長度所增的矢面積，則在時間 dt 中長度 $d\mathbf{l}$ 所增的面積 PQRS 為

$$dsd\mathbf{l} = -d\mathbf{l} \times \mathbf{v}dt,$$

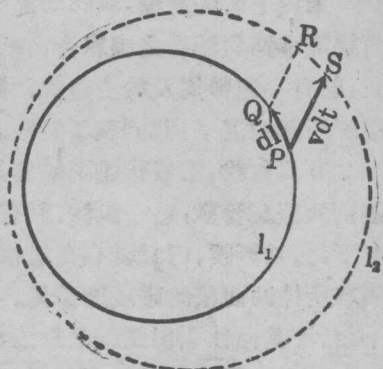


第 177 圖

式中負號乃由於 ds 的正向是朝上，於是(86-2)式即變為

$$\varepsilon = - \oint \mathbf{B} \cdot \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial t} dl = - \oint B \cos \gamma \left| \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial t} \right| dl, \quad (86-3)$$

式中 γ 乃 \mathbf{B} 與 PQRS 面積的正法線所作之角，而這積分是要周歷全電路去取。因為電路周緣在作運動，電路的面積增加，故(86-3)式中積分所代表的即穿過每單位時間內所增面積的 \mathbf{B} 通量的負數。由此言之，周及閉合電路的動生電勢等於穿過電路的感應通量的減少率，其所以減少，乃因電路周緣相對於觀察人作運動。



第 178 圖

最後還有一點應加研考：各點的 \mathbf{B} 若與時俱變，而電路若又相對於觀察人作運動，我們要計算在這兩項條件下周及一閉合電路的總電勢。再參看第 178 圖，若電路固定在 l_1 的位置，其中電勢即等於穿過固定曲線 l_1 的磁感應通量的減少率，如法拉第定律所規定。然而在作運動的電路中，另外還有一動生電勢，等於通量因電路周緣運動而減少的時率。將此兩項電勢相加，則總電勢 ε 等於穿過電路的磁感應通量減少的總率，其所以減少，一部分由於 \mathbf{B} 之與時俱變，一部分則由於電路相對於觀察人在作運動。以數學分析的形式來表此說，即得

$$\varepsilon = - \frac{dN}{dt}, \quad (86-4)$$

式中

$$N = \int_s B \cos \gamma ds = \int_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s},$$

這積分是要遍歷電路在相關的時刻所範圍着的全面積去取。此項定

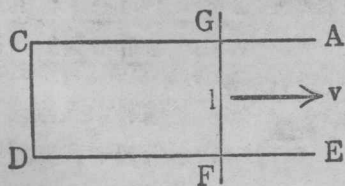
律乃諾愛曼 (F. E. Neumann) 在 1845 年就規定了的，以固定的電路而論，固與法拉第定律同為有效，而實則更為普遍，因其亦適用於作運動的電路也。

對於上面的討論，我們須提出兩項警告。第一，雖然說不論是否有導電電路與閉合曲線密合，祇要穿過閉合曲線的磁感應通量在變更，即有一電勢周及於全曲線，但是苟無作運動的電荷，如作運動的導體所載的電子，我們就不能假設有動生電勢的存在。第二，我們在第 296 頁曾說，沿着作運動的導線中的動生電勢，等於每單位時間內被割的感應管數，這一說法，祇有在認感應管對於觀察人為靜止的情形下，方為無誤，因為祇有在這情形下，被割的感應管數纔等於穿過導線所掠的面積的磁感應通量。作運動的磁感應管的觀念應當避而不用，因其往往引出錯誤的結論也。

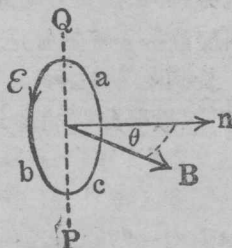
第 179 圖中的電路可供為動生電勢的簡例。AC, CD, DE 三邊都是固定的，而導線 FG 則以速度 v 向右滑動，經過一與紙面垂直而向下的磁場。循繞電路的正向為 FDCG，而路中電勢為

$$\varepsilon = -\frac{dN}{dt} = -Blv, \quad (86-5)$$

其中 l 為電路的寬度。式中負號表示電勢作用之向為 GCDF。電勢之



第 179 圖



第 180 圖

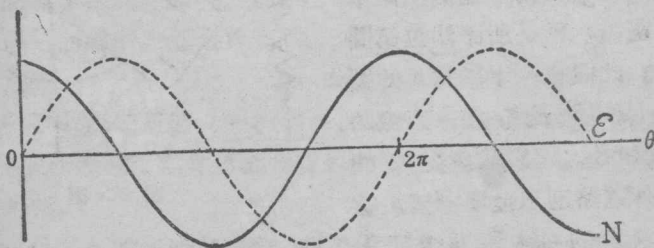
發生全在作運動的 FG 導線中，而現在計算電勢的方法所得的結果，與為第 177 圖中孤立導線所求得的相同。

其次我們要研考的，乃一單匝的平面線圈 abc (第 180 圖)，據其本身平面中的 PQ 線為軸而作轉動。我們假設這電路是在一均強磁場 B 中，其力線與 PQ 軸成直角。若電路平面的法線與 B 所作之角為 θ ，則穿過線圈的磁感應通量為

$$N = AB \cos \theta,$$

式中 A 為電路的面積；因此應電勢為

$$\epsilon = -\frac{dN}{dt} = AB \sin \theta \frac{d\theta}{dt}. \quad (86-6)$$

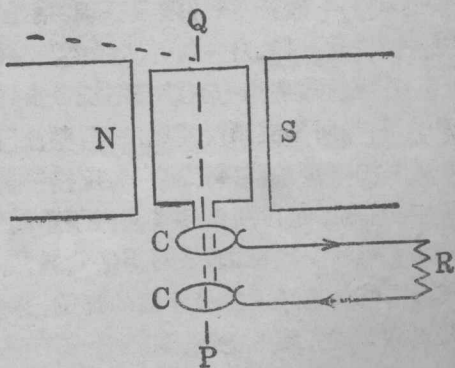


第 181 圖

若線圈有 n 匝，而每匝所含的通量相同，則線圈的電勢為一匝的 n 倍。線圈每轉動一周，穿過線圈的和圈中應電勢皆對於電路反向兩次。若轉動是等速的，通量和應電勢的關係如第 181 圖所示，甲量為零時，乙量為最大，乙量是零時，甲量為最大。在這種情形下， $\theta = \omega t$ ， ω 即線圈的恆定角速度，而

$$\epsilon = nAB\omega \sin \omega t. \quad (86-7)$$

線圈的兩端可以各接於一集流環 C (第 182 圖)，兩環皆裝在轉動軸 PQ 上，另



第 182 圖

有二刷各觸一環，以引電流達於外電路 R 。此圖所載乃交流發電機的重要部分。此機之磁場係由場磁鐵所供，其兩極以 N 及 S 表之，電樞線圈即在此磁場中轉動。

若磁力線不與線圈轉動軸垂直，則(86-3)式中的 B 必須認為磁感應強度與軸成直角的部分，因為感應強與軸平行的部分，在轉完一周的期間中，無論何時，對於穿過電路的通量並無貢獻。

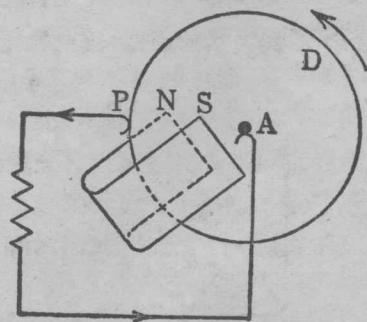


圖 183 圖

有一種利用動生電勢的簡單直流發電機，就是所謂法拉第圓盤電機。此機有一半徑為 a 的圓銅盤 D (第 183 圖)，在一磁鐵的兩極 N 和 S 之間以角速度 ω 轉動，機外電路則以金屬刷接於盤軸 A 和盤緣的一點 P 。若為簡單起見，我們假設在 A 和 P 之間磁場是均強的，且垂直於盤面，則應電勢可由(86-2)式表為

$$\varepsilon = \int_0^a B v dl = B \omega \int_0^a l dl = \frac{1}{2} B \omega a^2, \quad (86-8)$$

其向係由 A 至 P 。根據這項原理，業已造成功率相當大的電機，其名曰單極性發電機。

普通較為常用的直流發電機，其構造與第 182 圖所示交流發電機相似，惟將集流環換為整流器，整流器的作用在將轉動的線圈與機外電路的連接法，每轉動半周，反接一次。若機中祇有一個線圈，如圖中所示，這宗布置所生的電流雖是單向的，但其數量是漲落相間的。若用多數的電樞線圈，各以 PQ 為軸，排列均勻，並令每一線圈，祇有在每次轉到電勢近於最大值的部位，方始與外電路相接，就可以發生在實效上為恆定的電流。

習題 86a 有十二具法拉第圓盤電機，各盤的半徑同為 10 厘米，同在 10,000 高斯的磁

場中轉動，每秒鐘轉 50 次。若將十二機串聯，計算應電勢的伏特數。 答：18.8 伏特。

87. 有自感及電阻之電路 電流既然發生磁場，所以對於穿過其本身流行所經之電路的磁感應通量，也有貢獻。若電流改變，通量即隨之變更，因而感生一電勢。此一現象名曰自感應現象。因為電流所生的通量，相對於其流行之向，實為正向，故電流若減少，應電勢即與電流同向，電流若增加，應電勢即與電流反向。所以自感應所生的電勢實反對電流數量的任何變更。

依照(69-6)式所表的安培定律，在順磁或反磁介質中，磁場，推而至於磁感應通量，是與電流成正比例。所以凡載有電流 i 的電路，其周緣以內的磁感應通量可寫為

$$N = Li \quad (87-1)$$

式中正係數 L 名曰電路的自感係數，所代表的即單位電流所生穿過電路的磁感應通量。祇要周圍介質的導磁係數是恆定的， L 實為電路的恆定特性。

在一自感係數恆定的電路中，若電流變更，即感生一電勢如下：

$$\epsilon_l = - \frac{dN}{dt} = -L \frac{di}{dt} \quad (87-2)$$

由這條方程式，我們可以規定自感係數 L 為電流減少時率等於壹時所感生的電勢。自感係數的實用單位名曰亨利。在一電路中，若電流依每秒鐘一安培之率減少時，其所感生的電勢為一伏特，此電路之自感係數即為一亨利。自感係數的電磁單位為“釐米”。亨利等於 $(10)^9$ 電磁單位的自感係數。

單匝導線所有的自感係數固然是小，多匝密繞的線圈所有的就可以很大，尤其是把導線繞在磁導係數很高的鐵心上為然。因為匝數若 n 倍於以前的匝數，穿過每匝的通量即增為 n 倍，而穿過全線圈的通量即增為 n^2 倍。

設有一電路，如第 184 圖，路中有一外加電勢 ϵ ，一自感係數為 L 的線圈，及一電阻 R ，連成串聯。外加電勢作用之向係由 c 至 a ，在 a

積一陽電荷，在 c 積一陰電荷。若 c 與 a 之間的電阻為零，則這宗電荷所生的電位差必刻刻等於 ε ，因為在一完全導體之內，電場合強必然消滅。因此，若以 ε_1 表電路上電荷在 c 和 a 之間所生的電位差，應有下式：

$$\varepsilon + \varepsilon_1 = 0. \quad (87-3)$$

若電流在變，由於線圈的自感，即感生一電勢 ε_1 (若其作用係由 a 至 b ，即認為正)。此一電勢同樣的把電荷分積起來，在線圈兩端 a 和 b 之間建立一電位差 ε_2 ，直至

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0. \quad (87-4)$$

最後，導線上的電荷在電阻兩端 b 和 c 之間生一電位差。以 ε_3 表由 b 至 c 的位降，由歐姆定律，我們得

$$\varepsilon_3 = Ri. \quad (87-5)$$

把(87-3)，(87-4)和(87-5)三式相加，使得

$$\varepsilon + \varepsilon_1 + (\varepsilon_2 + \varepsilon_3) = Ri. \quad (87-6)$$

但遍歷全路取靜電荷所生的電勢終歸消滅，這就是說，

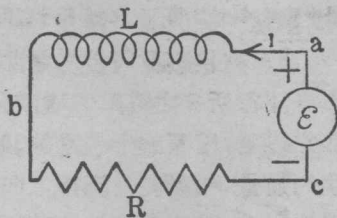
$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0.$$

因此，若以(87-2)式的右方代 ε_1 而重行排項，即得

$$L \frac{di}{dt} + Ri = \varepsilon. \quad (87-7)$$

這宗關係名曰電路方程式，無論為電磁單位或實用單位這關係皆可適用。

讀者應當注意，電荷對於電路的影響，是把對於構成電流的電子上作功的部位，由外電勢 ε 和線圈 L 所在處移到電阻所在處。因為貫通外源的合電勢，由(87-3)式看，既然是零，所以當電流通過外源時，並無功施於電流，而由於(87-4)式，關於線圈 L 的部分，亦復同然。在



第 184 圖