

21 世纪

普通高等教育规划教材

工程统计学

Engineering Statistics

苗瑞 蒋祖华 崔利荣 等编著



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

21世纪普通高等教育规划教材

工 程 统 计 学

苗 瑞 蒋祖华 崔利荣 杨 毅 编著
江志斌 主审

本书获上海汽车工业教育基金会资助



机 械 工 业 出 版 社

本书主要介绍了统计方法在工程中的应用,包括工程中常用的统计分布、单样本决策、双样本决策、方差分析、回归分析、统计过程控制、试验设计、稳健性设计、测量系统分析及可靠性等内容。书中着重体现了统计学在工程实践中的应用,提供了工程性较强的应用案例,并用 Minitab 软件进行了数据处理。为便于教学和学生自学,各章后配有练习题。

本书可作为高等院校管理类专业、工业工程类专业本科生教材,也可以供研究生和从事统计分析研究的相关读者参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

工程统计学/苗瑞等编著. —北京:机械工业出版社, 2009.10
21 世纪普通高等教育规划教材
ISBN 978-7-111-28507-6

I. 工… II. 苗… III. 工业统计学—高等学校—教材
IV. F402.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 184550 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:张敬柱 责任编辑:朱红波

版式设计:霍永明 封面设计:张 静

责任校对:李 婷 责任印制:杨 曦

唐山丰电印务有限公司印刷

2010 年 1 月第 1 版第 1 次印刷

169mm × 239mm · 19.75 印张 · 381 千字

标准书号: ISBN 978-7-111-28507-6

定价: 30.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心: (010)88361066

门户网: [http:// www.cmpbook.com](http://www.cmpbook.com)

销售一部: (010)68326294

教材网: <http:// www.cmpedu.com>

销售二部: (010)88379649

读者服务部: (010)68993821 封面无防伪标均为盗版

前 言

许多工程问题具有随机性。工业工程师需要正确看待这些工程问题的随机性，具备了解、处理不确定性的工具。工程统计学就是研究工程不确定性现象的数量规律性，解决工程中各种问题的有力工具之一。

我国工业工程学科起步较晚，但近年来我国工业工程学科发展十分迅猛，开设工业工程专业的高校数量已增加到180多所，许多大型企业也设立了工业工程部，如上海汽车工业集团公司、上海德科电子仪表有限公司等。工程统计学是工业工程专业的必修课之一，也是企业开展精益六西格玛管理之必备，现在许多开设工业工程专业的院校常用“概率论与数理统计”代替“工程统计学”教材，其缺点是工程应用性较弱，也不适应工业工程师应用统计学理论解决企业实际工程问题。为了解决高校和企业缺乏“工程统计学”教材的问题，特合作编写了该书。该书的讲义在上海交通大学工业工程与物流工程系试用过，在作者为一些大型企业开展工程管理咨询过程中，该书主要内容作为参考资料也使用过。作者根据业界同仁指出的问题和提出的建议对讲义进行了修订，因此该书既适合于作为高校工业工程等专业的教材，也适合于企业界同仁参考。

本书的特点是应用性强，案例有较强的工程实际背景。通俗易懂，尽量避免复杂的数学推导，做到了内容丰富，循序渐进，易于读者理解和掌握。在介绍了每种方法后，给出了相应的应用案例，并用Minitab软件进行了应用案例中的数据处理，给出了用Minitab软件解题的基本步骤、结果及其含义，有利于学习和借鉴。本书各章附有练习题，可供读者练习。为方便教师授课，本书还配有教学课件。

本书由上海交通大学苗瑞博士、蒋祖华博士，北京理工大学崔利荣博士，上海德科电子仪表有限公司杨毅博士合作编著。苗瑞编写了第1、4、5、7、8、9章；崔利荣编写了第2、3章；杨毅编写了第6章；蒋祖华编写了第10章。苗瑞对全书进行了统稿和校改，上海交通大学研究生孙国庆、应杨箭、黎喆、陈文多参加了该书的排版、校对工作，在此表示深深的谢意。

本书出版由上海汽车工业教育基金会资助，在此深表感谢。

感谢上海交通大学江志斌教授为本书担任主审，并对本书提出了许多非常有益的建议。

感谢南京大学周跃进教授、东北大学郭伏教授、浙江工业大学鲁建厦教授、

上海理工大学郭进利教授、南京理工大学马义中教授对本书提出的宝贵建议。

由于作者水平有限，加之时间仓促，本书有不少不尽人意之处，恳请各位读者批评指正。

作者
于上海交通大学

目 录

前言

第 1 章 常用统计分布	1
1.1 统计数据基本特征	1
1.1.1 数据集中程度	1
1.1.2 数据离散程度	2
1.2 随机变量分布	4
1.2.1 离散型随机变量的分布	4
1.2.2 连续型随机变量的分布	4
1.2.3 随机变量的特征	5
1.3 正态分布及对数正态分布	7
1.3.1 正态分布	7
1.3.2 对数正态分布	9
1.4 贝塔分布	10
1.5 均匀分布	11
1.6 应用于抽样检验的分布	12
1.6.1 二项分布	12
1.6.2 泊松分布	13
1.6.3 超几何分布	15
1.7 常用的寿命分布	15
1.7.1 指数分布	15
1.7.2 伽马分布	16
1.7.3 威布尔分布	17
1.8 卡方分布	19
1.9 t 分布	19
1.10 F 分布	20
练习题	20
第 2 章 单样本决策	22
2.1 统计推断	22
2.2 点估计	22

2.2.1 矩估计法	22
2.2.2 极大似然估计法	23
2.3 点估计的优良性准则	24
2.3.1 无偏性	24
2.3.2 有效性	25
2.3.3 一致性	25
2.3.4 均方误差	25
2.4 假设检验	26
2.4.1 统计假设	26
2.4.2 假设检验的基本原理和基本步骤	26
2.5 方差已知的正态总体均值的推断	28
2.5.1 总体均值的假设检验	28
2.5.2 检验的 P -值	29
2.5.3 总体均值的置信区间	30
2.6 方差未知的正态总体均值的推断	33
2.6.1 总体均值的假设检验	33
2.6.2 总体均值的置信区间	34
2.7 正态总体方差的推断	35
2.7.1 总体方差的假设检验	35
2.7.2 总体方差的置信区间	36
2.8 非正态总体参数的推断	38
2.8.1 方差已知的大样本均值的推断	38
2.8.2 方差未知的大样本均值的推断	39
2.9 样本容量的确定	41
2.10 总体分布的推断	41
练习题	43
第3章 双样本决策	44
3.1 方差已知的两正态总体均值的推断	44
3.1.1 均值差的假设检验	44
3.1.2 均值差的置信区间	45
3.2 方差未知的两正态总体均值的推断	47
3.2.1 均值差的假设检验	47
3.2.2 均值差的置信区间	50
3.3 两正态总体方差比的推断	53
3.3.1 两正态总体方差比的假设检验	54
3.3.2 两正态总体方差比的置信区间	55
练习题	56

第4章 方差分析	58
4.1 单因素试验的方差分析	58
4.1.1 单因素试验方差分析基本问题	58
4.1.2 单因素试验方差分析基本步骤	59
4.1.3 单因素方差分析的 Minitab 实现	63
4.2 双因素试验的方差分析	65
4.2.1 双因素无重复试验的方差分析	65
4.2.2 双因素无重复试验方差分析的 Minitab 实现	69
4.2.3 双因素重复试验的方差分析	71
4.2.4 双因素重复试验方差分析的 Minitab 实现	75
练习题	78
第5章 回归分析	79
5.1 回归分析的基本概念	79
5.2 一元线性回归分析模型	79
5.3 一元线性回归分析	80
5.3.1 最小二乘法估计	80
5.3.2 一元线性回归分析中的显著性检验	83
5.3.3 一元线性回归分析中的置信区间	85
5.3.4 预测和控制	86
5.3.5 非线性回归分析	91
5.4 多元线性回归分析	93
5.4.1 多元线性回归分析模型	93
5.4.2 多元线性回归分析中的参数估计	95
5.4.3 多元线性回归分析中的显著性检验	96
5.4.4 预测	97
5.5 多项式回归分析	104
5.5.1 多项式回归分析的一般方法	104
5.5.2 一元二次多项式回归分析	105
练习题	109
第6章 统计过程控制	110
6.1 统计过程控制概述	110
6.2 控制图	111
6.2.1 控制图的基本原理	111
6.2.2 控制图的判断准则	112
6.2.3 控制图的分类及应用范围	114
6.2.4 计量值控制图	115

6.2.5 计数值控制图	123
6.3 工序能力与工序能力分析	132
6.3.1 工序能力	132
6.3.2 工序能力指数	133
6.3.3 工序能力分析	136
6.3.4 用 Minitab 进行工序能力分析	136
6.4 统计过程控制应用案例	140
6.5 多元统计过程控制	148
6.5.1 常用的多元统计量及其分布	149
6.5.2 总体协方差矩阵已知的均值向量控制图	150
6.5.3 总体协方差矩阵未知的均值向量控制图	151
练习题	153
第 7 章 试验设计	155
7.1 正交试验设计	155
7.1.1 正交表	155
7.1.2 正交试验的基本步骤	157
7.1.3 正交试验设计结果分析	158
7.2 正交试验设计实例分析	160
7.2.1 水平相等的单指标正交试验分析及 Minitab 实现	160
7.2.2 水平不等的单指标正交试验分析及 Minitab 实现	176
7.2.3 水平相等的多指标正交试验分析及 Minitab 实现	181
7.2.4 水平不等的多指标正交试验分析及 Minitab 实现	184
练习题	191
第 8 章 稳健性设计	195
8.1 稳健性设计及稳健性设计的思想	195
8.1.1 稳健性	195
8.1.2 稳健性设计的思想	196
8.2 SN 比及其试验设计应用	196
8.2.1 SN 比的概念及其表达	196
8.2.2 SN 比计算式的几种类型	198
8.2.3 SN 比在寻求最佳工艺条件中的应用	200
8.3 产品的三次设计	205
8.3.1 产品的三次设计的定义	205
8.3.2 质量波动及其损失	207
8.3.3 参数设计	210
8.3.4 参数设计的应用案例	213

8.3.5 容差设计	225
8.3.6 容差设计的应用案例	227
练习题	233
第9章 测量系统分析	236
9.1 测量系统分析概述	236
9.2 测量系统分析的相关术语	236
9.3 测量系统变差的类型	236
9.4 测量系统分析的实施	239
9.4.1 稳定性分析	239
9.4.2 偏倚分析	241
9.4.3 线性分析	243
9.4.4 双性 (GRR 或 $R\&R$) 分析	247
练习题	266
第10章 可靠性	268
10.1 可靠性发展概况	268
10.2 可靠性的基本概念	268
10.3 可靠性的特征量	270
10.3.1 可靠度与不可靠度	270
10.3.2 失效率	271
10.3.3 平均寿命	275
10.3.4 寿命方差和寿命标准差	277
10.3.5 可靠寿命、中位寿命和特征寿命	277
10.4 常用概率分布在可靠性中的应用	278
10.4.1 指数分布	278
10.4.2 对数正态分布	279
10.4.3 威布尔分布	280
10.5 可靠性系统分析	281
10.5.1 系统的组成	281
10.5.2 系统可靠性功能逻辑框图	281
10.5.3 串联系统	283
10.5.4 并联系统	284
10.5.5 混联系统	285
练习题	287
附录	289
附录 A 标准正态分布函数值表	289

附录 B	t 分布的上侧分位数 $t_p(n)$ 值表	291
附录 C	χ^2 分布的下侧分位数 $\chi_p^2(n)$ 值表	293
附录 D	当 $p = 0.90$ 时, F 分布的下侧分位数 $F_p(m, n)$ 值表	295
附录 E	计量值控制图系数表	297
附录 F	测量系统分析用数值 d_2^* 表	298
参考文献		300



第1章 常用统计分布

1.1 统计数据基本特征

在统计学中，一般把研究对象的全体称为总体（population），把构成总体的每一个成员称为个体（individual）。从总体中抽出的部分个体组成的集合称为样本（sample），把样本中包含的个体的数量称为样本容量（sample size）。样品是样本中包含的个体。例如，某条生产线上生产出来的零件构成一个总体，其中每个零件为个体。如果要估算次品率，抽出一部分零件作为样本，每一个抽出的零件作为一个样品，被抽出的零件数量为样本容量。

1.1.1 数据集中程度

反映数据集中程度的统计量有算术平均值、几何平均数、众数和中位数等。

1. 算术平均值

算术平均值也叫样本均值，它等于将一组数据的和除以数据的个数，即

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-1)$$

当样本容量 n 趋向于总体容量 N 时，样本均值趋向于总体均值，总体均值的表达式为 $\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$ 。

2. 几何平均数

几何平均数是指 n 个数据连乘积的 n 次方根，即

$$\bar{x}_g = \sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} \quad (1-2)$$

几何平均数主要用于各种比率的平均，尤其适合计算动态比率的平均。几何平均数在一定场合下还可以用来说明数据的集中程度。例如，两组数字分别为 18, 20, 22 和 15, 20, 25，如果分别计算两组数字的均值，可以得到两组数据的均值都是 20，而两组数据的几何平均数却分别为 19.93 和 19.57。几何平均数

的数值可以反映两组数据的范围变化，即前一组更靠近 20。几何平均数的这一特点常被一些企业运用在产品质量控制中。

3. 众数

众数是指全部数据中出现次数最多的数值。众数表示变量值明显集中的数据点。在一组数据中，可以有多个众数。

4. 中位数

中位数是指将一组数据按大小顺序排列以后，处于中间位置的数值。对于有 n 个数据的有序数列，如果用 x_i 表示第 i 项的数值，则当 n 为奇数时，中位数为

$M_e = x_{\frac{n+1}{2}}$ ；当 n 为偶数时，中位数为 $M_e = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}$ 。在具有奇异值的数据中，当

选择反映集中趋势的指标时，中位数是一个较好的选择。

以上几种反映集中趋势的指标各有特点，应根据不同的场合以及数据的不同特点加以选择和使用。

1.1.2 数据离散程度

反映数据离散程度的统计量有极差、样本离差、样本方差与样本标准差等。

1. 极差

一组数据中的最大值与最小值之差称为极差，用 R 表示。由于极差在计算上只与两个极端值有关，所以它不能客观地反映其他数据的分散状况。如果需要全面、精确地说明数据离散程度时，就不宜使用极差。

2. 样本离差

样本离差是样本个体 x_i 与样本均值之差，亦称为样本中心化数据。离差数值的大小可以说明数据的偏离程度。例如，现有样本数据：99.8，99.9，100.1，100.2，它们的均值为 100。于是，样本离差依次为 -0.2，-0.1，0.1，0.2。

3. 样本方差与样本标准差

样本方差与标准差客观地反映了样本数据对样本均值的平均偏离情况。

样本方差为

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (1-3)$$

样本标准差为

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-4)$$

设有两组样本数据，第一组样本数据为 2，4，6，8，10；第二组样本数据为 4，5，6，7，8。两组数据的样本均值都等于 6，但通过计算可以得出第二组

数据的样本标准差要小于第一组数据的样本标准差, 因此离散程度也更小。

4. 下四分点与上四分点

下四分点把按从小到大排序后的样本数据集合分成了左右两部分, 使左边部分包含 25% 的样本总个数, 右边部分包含 75% 的样本总个数; 上四分点把排序后的样本数据集合分成了左右两部分, 使左边包含 75% 的样本总个数, 右边包含 25% 的样本总个数。上、下四分点在一定意义上反映了样本数据的离散情况。通常用 Q_1 表示下四分点, Q_3 表示上四分点, Q_2 表示中位数, 其位置确定方法为: 下四分点 Q_1 位置 $= (n+1) \times 0.25$, 中位数 Q_2 位置 $= (n+1) \times 0.5$, 上四分点 Q_3 位置 $= (n+1) \times 0.75$ 。

当下四分点的位置与上四分点的位置为整数时, 相应整数位置上的样本值就是 Q_1 和 Q_3 的值。

当下四分点的位置与上四分点的位置不为整数时, 下四分点 Q_1 的值与上四分点 Q_3 的值, 分别由下面的公式计算:

$$Q_1 = Q_1 \text{ 位置左边样本值} + (Q_1 \text{ 位置右边样本值} - Q_1 \text{ 位置左边的样本值}) \times 0.25$$

$$Q_3 = Q_3 \text{ 位置左边样本值} + (Q_3 \text{ 位置右边样本值} - Q_3 \text{ 位置左边的样本值}) \times 0.75$$

例 1-1 样本数据集合 (排序后) 为 99.8, 99.9, 100.1, 100.2, 试计算该数据集合的上、下四分点 Q_1 和 Q_3 的值及中位数的值 (见图 1-1)。

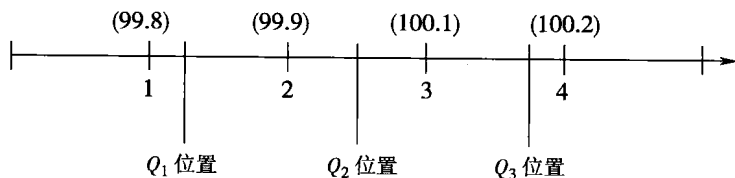


图 1-1 上、下四分点与中位数示意图

解: 已知 $n=4$, 由位置计算公式, 有

下四分点 Q_1 的位置 $= (4+1) \times 0.25 = 1.25$, 该位置不为整数;

中位数 Q_2 的位置 $= (4+1) \times 0.5 = 2.5$, 该位置不为整数;

上四分点 Q_3 的位置 $= (4+1) \times 0.75 = 3.75$, 该位置不为整数。

计算 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 的取值:

$$Q_1 = 99.8 + (99.9 - 99.8) \times 0.25 = 99.825$$

$$Q_2 = M_e = 99.9 + (100.1 - 99.9) \times 0.5 = 100$$

$$Q_3 = 100.1 + (100.2 - 100.1) \times 0.75 = 100.175$$

5. 离散系数

比较不同指标的波动需要排除数据量纲的影响, 常采用离散系数 C_v , 它是样本标准差与样本均值之比, 离散系数 C_v 的计算公式为

$$C_v = S/\bar{x} \quad (1-5)$$

离散系数是个无名数，这是它与其他离散指标的最大差别。极差、离差、标准差是有名数，其单位与原始数据的单位一致。离散系数不仅可以说明同类事物的相对离散程度，还可以说明不同类事物的相对离散程度。例如，比较一群人的身高离散程度大，还是体重离散程度大时，其他离散指标都不能用于比较，因为身高和体重不一致；而离散系数却可以比较，因为它消除了量纲的影响。

例如，某厂生产两种不同规格的轴，现在从每一种规格的轴中各取 10 根，测得它们的直径的均值与标准差分别为：产品 A 的样本均值为 105cm，样本标准差为 1.05cm；产品 B 的样本均值为 1500cm，样本标准差为 10.5cm；产品 A 的离散系数为 $1.05/105 = 1\%$ ，产品 B 的离散系数为 $10.5/1500 = 0.7\%$ 。由此可见，产品 B 的直径的波动比产品 A 小。

1.2 随机变量分布

随机变量是表示随机现象的结果的变量，常用大写的字母 X, Y, Z 等表示，随机变量的取值常用小写字母 x, y, z 等表示，按其取值是否连续，随机变量分为离散型随机变量和连续型随机变量两种。

1.2.1 离散型随机变量的分布

离散型随机变量的取值范围是一些特定的数值，其分布常用如表 1-1 所示的分布列来表示。

表 1-1 离散型随机变量

X	x_1	x_2	...	x_n
p	p_1	p_2	...	p_n

用数学表达式表示为 $P\{X = x_i\} = p_i, i = 1, 2, \dots, n$ 。离散型随机变量的分布应满足概率公理化定义的要求，即 $p_i \geq 0, p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$ 。如掷一枚骰子出现的点数及其概率可用离散型随机变量的分布列表示，如表 1-2 所示。

表 1-2 骰子点数分布

X (出现的点数)	1	2	3	4	5	6
p (所对应的概率)	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

1.2.2 连续型随机变量的分布

连续型随机变量的取值范围是整个区间，它的取值不能逐一列出，如轴直径

尺寸。

设 X 是连续型随机变量, 如果存在一个非负函数 $f(x)$, 使得对任意实数 a , b , 且 $a < b$, 有 $P\{a < X < b\} = \int_a^b f(x) dx$, 则 $f(x)$ 称为 X 的概率密度函数。

连续型随机变量的概率密度函数 $f(x)$ 具有如下性质:

- (1) $f(x) \geq 0$;
- (2) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$;
- (3) $\int_a^b f(x) dx = P\{a < X < b\}$ 。

其中, $P\{a < X < b\}$ 表示随机变量 X 在区间 (a, b) 中的概率, 如图 1-2 所示。

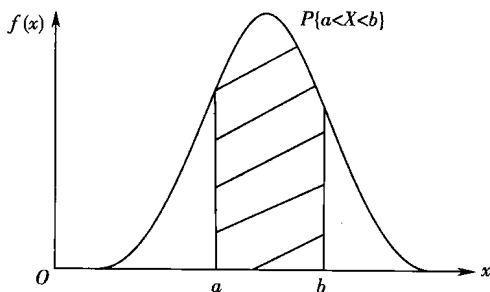


图 1-2 连续型随机变量的概率密度函数图

在管理现场, 产品质量特性所表现的概率密度曲线的不同表现在形状不同、散布不同或位置不同。正是这些不同的曲线形式反映了质量特性的差别, 如图 1-3 所示。

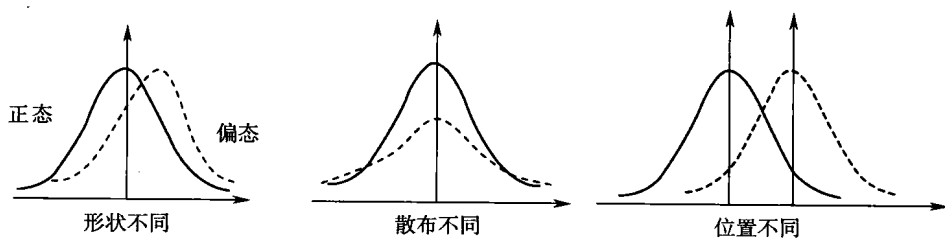


图 1-3 不同产品的质量特性概率密度函数图

1.2.3 随机变量的特征

1. 随机变量的数字特征

随机变量的数字特征主要包括数学期望和方差。离散型随机变量的数学期望和方差分别为

$$\text{数学期望 } E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i \quad (1-6)$$

$$\text{方差 } V(X) = \sum_{i=1}^n [x_i - E(X)]^2 p_i \quad (1-7)$$

连续型随机变量的数学期望和方差分别为

$$\text{数学期望 } E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \quad (1-8)$$

$$\text{方差 } V(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - E(X)]^2 f(x) dx \quad (1-9)$$

2. 随机变量的分布特征

集中趋势和离散程度是数据分布的两个重要特征，而偏度和峰度是对数据分布形状特征的进一步描述。

(1) 偏度

数据分布的不对称性称为偏度 (skewness)，它是反映变量数列偏斜程度的指标，是对数据分布对称性的量度。偏度系数反映偏斜的程度。

计算偏度系数的公式有多种，最常用的有

$$S_k = \frac{\sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^3 f_i}{\sigma^3 \sum_{i=1}^m f_i} \quad (1-10)$$

式中， S_k 为偏度系数； σ^3 为标准差的三次方； f_i 为权数。

可见，当分布对称时，离差三次方后正负离差可以相互抵消，则 $S_k = 0$ ；当分布不对称时，将形成正或负的偏度系数 S_k 。当 S_k 为正值时，表示正偏离差值较大，可以判断为正偏或右偏；反之，可以判断为负偏或左偏。 S_k 的数值越大，表示偏斜的程度就越大。

(2) 峰度

峰度 (kurtosis) 反映了分布曲线的尖峭程度，用峰度系数来度量，其计算公式为

$$K_u = \frac{\sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^4 f_i}{\sigma^4 \sum_{i=1}^m f_i} \quad (1-11)$$

式中， K_u 为峰度系数； σ^4 为标准差的四次方； f_i 为权数。

一般来说，当峰度系数 $K_u > 3$ 时称为尖峰分布，说明其分布曲线较陡峭；当 $K_u < 3$ 时称为平峰分布，说明其分布曲线较平坦。

例 1-2 根据表 1-3 中的资料，计算某公司 50 名员工月工资水平的偏度系数