



高中新课程教学案例与评析丛书

高中新课程

数学

丛书主编：赵 徽
本书主编：刘胜群

GAOZHONG
XINKECHENG
JIAOXUEANLI YU PINGXI

教学案例与评析

新华出版社

高中新课程

教学案例与评析 数学

丛书主编 赵 徽
本书主编 刘胜群
副主编 林凤恩 王永玲
编 者 刘长献 梁乾培 张瑞华
曹 伟 王 晨 杜 毅

图书在版编目(CIP)数据

高中新课程教学案例与评析/赵徽主编. —北京:新华出版社, 2005. 4

ISBN 7-5011-7037-1

I. 高... II. 赵... III. 课程—教案(教育)—高中 IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 026263 号

高中新课程教学案例与评析

赵 徽 主 编

新华出版社出版发行

(北京市石景山区京原路 8 号 邮编:100043)

新华出版社网址: <http://www.xinhupub.com>.

中国新闻书店:(010)63072012

新 华 书 店 经 销

北京京东印刷厂印刷

*

787 毫米×1092 毫米 16 开本 52 印张 832 千字

2005 年 4 月第一版 2005 年 4 月北京第一次印刷

ISBN 7-5011-7037-1

定价:72.00 元(全书共 4 册)

目 录

高中课程标准实验教科书数学必修①

第一章 集合与函数概念

- 1.1 集合 (1)
- 1.2 函数及其表示 (15)
- 1.3 函数的基本性质 (29)

第二章 基本初等函数(I)

- 2.1 指数函数 (44)
- 2.2 对数函数 (52)
- 2.3 幂函数 (59)

第三章 函数的应用

- 3.1 函数与方程 (64)
- 3.2 函数模型及其应用 (71)

高中课程标准实验教科书数学必修②

第一章 空间几何体

- 1.1 空间几何体的结构 (79)
- 1.2 空间几何体的三视图和直观图 (83)
- 1.3 空间几何体的表面积与体积 (91)

第二章 点、直线、平面之间的位置关系

- 2.1 空间点、直线、平面之间的位置关系 (102)
- 2.2 直线、平面平行的判定及其性质 (115)
- 2.3 直线、平面垂直的判定及其性质 (127)

第三章 直线与方程

- 3.1 直线的倾斜角与斜率 (143)
- 3.2 直线的方程 (151)
- 3.3 直线的交点坐标与距离公式 (165)

第四章 圆与方程

- 4.1 圆的方程 (177)
- 4.2 直线、圆的位置关系 (185)
- 4.3 空间直角坐标系 (193)

高中课程标准实验教科书数学必修 ①

第一章 集合与函数概念

1.1 集合

1.1.1 集合的含义与表示

一、教学内容分析

集合是学习现代数学的基础,是现代数学的基本语言,用集合的语言可以简洁、准确地表达数学内容.只要研究问题,就有研究对象,这些研究对象都是数学中的元素.把一些元素放在一起作为一个整体看待,就形成一个集合.因此元素、集合是处处存在的.学习、掌握集合语言,是学习、掌握和使用数学语言的基础.

本节教学目标是:通过实例,了解集合的含义,体会元素与集合间存在“属于”和“不属于”的关系;明确集合元素的确定性、互异性、无序性;知道一些常用数集的字母记法;能根据所给元素的特点选择自然语言、图形语言、集合语言描述不同的具体问题,感受集合语言的意义和作用,通过实例抽象概括集合的共同特征,加强学生抽象概括能力的培养.本节教学重点是集合的含义与表示方法;难点是表示法的恰当选择.教学中要关注实例的教学,多指导学生用集合语言描述对象,进行自然语言与集合语言间的转换练习.

二、教学思路设计

1. 从具体实例引入新课,通过对实例的分析、概括得出集合的含义,明确集合元素的三个基本特征:确定性、互异性、无序性.

2. 教师指导学生探究元素与集合的关系及有关符号、自学常用数集及记号,通过练习学会这些符号的使用.从而培养学生使用数学语言的能力.

3. 从例题的讲解了解集合的两种表示法.明确用这两种方法分别表示集合时的具体要求,会根据集合元素特点选择适当的表示方法.①列举法:优点是可以明确集合中具体元素及元素个数.常用来表示有限集或有特殊规律的无限集.用列举法表示集合时,必须把元素间的规律表示清楚后才能

用省略号. ② 描述法: 优点是可以明确集合中元素的共同特征, 常用来表示元素集或元素个数在较多的有限集. 用描述法表示集合时, 大括号内竖线前面的部分为集合中的元素的一般形式, 后面的部分是元素所满足的条件.

三、课堂教学实录

【创设情境 引入课题】

师: 在小学、初中数学中, 你听说过“集合”这个词吗?

生: 有理数的集合、不等式解的集合、到一条线段的两个端点的距离相等的点的集合、到一个定点的距离等于定长的点的集合等.

师: 集合的含义是什么? 这就是本节课要研究的内容.

(教师板书课题: 集合的含义及表示)

【主动探究 思维拓展】

1. 集合的含义

师: 分析下列具体例子, 概括出它们的共同特征. (学生打出)

- (1) 1 ~ 20 以内的所有质数;
- (2) 我国从 1991 ~ 2003 年的 13 年内所发射的所有人造卫星;
- (3) 金星汽车厂 2003 年生产的所有汽车;
- (4) 2004 年 1 月 1 日之前与我国建立外交关系的所有国家;
- (5) 所有的正方形;
- (6) 到直线 l 的距离等于定长 d 的所有的点;
- (7) 方程 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 的所有实数根;
- (8) 新华中学 2004 年 9 月入学的高一学生的全体.

教师分析例(1), 把 1 ~ 20 以内的质数 2、3、5、7、11、13、17、19 作为元素, 这些元素的全体就构成一个集合.

师: 例(2) 能组成集合吗? 它的元素是什么?

生: 这 13 年内发射的每颗人造卫星是元素, 这些元素的全体也组成一个集合.

师: 例(3) 能组成集合吗? 它的元素是什么?

生: 能组成集合, 元素是金星汽车厂 2003 年生产的每一辆汽车.

师: 例(4) 到例(8) 也都能组成集合吗? 它们的元素分别是什么?

生: (讨论、交流、回答)

(4) 中的元素是与我国建交的每一个国家. (5) 中的元素是每一个正方形. (6) 中的元素是到直线 l 的距离等于定长 d 的每一个点. (7) 中的元素是方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的每一个根. (8) 中的元素是新华中学 2004 年 9 月入学的每一名高一学生.

师:由上面的这些例子,你能说出它们的共同特征吗?

生:由一些元素组成的全体.

师:你能给出元素与集合的定义吗?

(教师引导学生给出集合的含义,并板书)

生:一般地,我们把研究对象统称为元素.把一些元素组成的总体叫做集合(简称集).

2. 集合的基本特征

师:上面的 8 个例子都能组成集合,那么它们的元素确定吗?

生:确定.

(教师点评:给定的集合,它的元素必须是确定的.——这就是集合的第一个基本特征:元素的确定性.(板书:确定性).进一步指明:给定一个集合,那么任何一个元素要么是这个集合的元素,要么不是这个集合的元素,二者必有其一,不存在可能是这个集合的元素也可能不是这个集合的元素这种情况)

师:“身体较高的人”能构成集合吗?为什么?

生:不能构成集合.因为它的元素不确定.

师:你能举出不能构成集合的例子吗?

生:“我们班学习好的同学”,“100 米比赛跑的快的人”,“美丽的小鸟”等.

(课堂练习)

师:判断以下元素的全体是否组成集合,并说明理由:

(1) 大于 3 小于 11 的偶数;

(2) 我国的小河流.

(先让学生尝试用列举法表示例 1 的集合,三名学生板演.完成后,对照书中例题的解答,并思考列举法的特点:可以明确集合中具体元素及元素个数.注意集合中元素的互异性、无序性)

(课堂练习)

师:用列举法表示下列给定的集合.

(1) 大于 1 且小于 6 的整数;

(2) 方程 $(x-1)(x+2)=0$ 的所有实数根;

(3) 不等式 $-3 < 2x-1 \leq 3$ 的所有整数解.

生:(回答)(1) $\{2, 3, 4, 5\}$, (2) $\{1, -2\}$, (3) $\{0, 1, 2\}$.

师:(给出定义) 列举法把集合的元素一一列举出来,并用花“ $\{ \}$ ”括起来表示集合的方法.

师:你能用自然语言描述集合 $\{2, 4, 6, 8\}$ 吗?

生:不大于8的正偶数组成的集合.

师:你能用列举法表示不等式 $x-7 < 3$ 的解集吗?

生:(思考不能用列举法表示集合的理由,与同学讨论交流后回答)不能.

(教师点明:因为这个集合中的元素是列举不完的.但是,我们可以用这个集合中元素的共同特征来描述.在上面问题中 $x-7 < 3$ 的解集中所含元素的共同特征是: $x \in \mathbf{R}$ 且 $x-7 < 3$, 即 $x < 10$, 所以表示为: $A = \{x \in \mathbf{R} | x < 10\}$. 又如,任何一个奇数可以表示为 $x = 2k+1, (k \in \mathbf{Z})$ 的形式,所以,所有奇数的集合可以表示为 $\{x \in \mathbf{Z} | x = 2k+1, k \in \mathbf{Z}\}$. 这种表示集合的方法称为描述法)

师:你能根据上面的例子得出什么是描述法吗?

(学生思考描述法的特点,说出自己对描述法特点的认识)

生:用集合所含元素的共同特征表示集合的方法称为描述法.

(教师引导学生得出具体做法:在大括号内先写上表示这个集合元素的一般符号及取值范围,再画一条竖线,在竖线后写出这个集合中元素所具有的共同特征,这两部分缺一不可)

师:例2 试分别用列举法和描述法表示下列集合

(1) 方程 $x^2 - 2 = 0$ 的所有实数根组成的集合;

(2) 由大于10小于20的所有整数组成的集合.

(由学生独立完成,完成后对照书上的解答过程,并讨论应当如何根据问题选择适当的集合表示法.当元素个数较少时可用列举法;当集合中的元素的共同特征明显时可用描述法.列举法的优点可以明确集合中的元素及元素个数,描述法的优点可以看出元素的共同特征和规律)

师:如果从上下文的关系看, $x \in \mathbf{R}, x \in \mathbf{Z}$ 是明确的,那么 $x \in \mathbf{R}, x \in \mathbf{Z}$ 可以省略,只写出元素 x . 例如,集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | x < 10\}$ 也可以表示为 $\{x | x < 10\}$.

师生共同练习:试选择适当的方法表示下列集合.

(1) 由方程 $x^2 - 9 = 0$ 的实数根组成的集合;

(2) 由小于8的所有质数组成的集合;

(3) 一次函数 $y = x+3$ 与 $y = -2x+6$ 的图象的交点组成的集合;

(4) 不等式 $4x-5 < 3$ 的解集.

师:集合中的元素还有其它特点吗?

(引导学生探究、思考后,教师给出两个基本特征)

集合元素的互异性:一个给定集合中的元素是互不相同的.也就是说,集合中的元素是不重复出现的.

集合元素的无序性:在表示一个集合时,一个元素写在前面,还是写在后面是一样的.

3. 元素与集合的关系

(先让学生自学教科书中关于集合、元素的表示,元素与集合间的关系表示部分,然后教师提问、强化)

师:怎样表示集合与元素?(引入符合表示法)

生:用大写拉丁字母 $A, B, C, \dots$ 表示集合,用小写拉丁字母 $a, b, c, \dots$ 表示集合中的元素.

师:如何表示元素与集合间的关系?

生: a 属于集合 A , 记作 $a \in A$; a 不属于集合 A , 记作 $a \notin A$.

4. 常用数集及专用符号

让学生自学常用数集的记号,并记住表示这些集合的字母.

数学中一些常用的数集及其记法

全体非负整数组成的集合称为非负整数集(或自然数集)记作 $\mathbf{N}$;

所有正整数组成的集合称为正整数集,记作 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}^+$;

全体整数组成的集合称为整数集,记作 $\mathbf{Z}$;

全体有理数组成的集合称为有理数集,记作 $\mathbf{Q}$;

全体实数组成的集合称为实数集,记作 $\mathbf{R}$.

【课堂练习 观念形成】

师:1. 下列关系是否正确?

$$(1) 0 \in \mathbf{N}^*; (2) -\frac{3}{2} \in \mathbf{Q}; (3) \pi \notin \mathbf{Q}; (4) 0 \notin \mathbf{N};$$

$$(5) \sqrt{2} \in \mathbf{R}; (6) -3 \in \mathbf{Z}; (7) 0 \in \mathbf{Z}; (8) 0.9 \in \mathbf{R}.$$

2. 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空:

$$(1) 0 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}; (2) 1 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}; (3) -2 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q};$$

$$(4) 2 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}; (5) 3 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{R}; (6) \sqrt{3} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}.$$

生:(口答)1. (1)(4) 不正确, (2)(3)(5)(6)(7)(8) 正确; 2. $\in, \in, \in, \in, \in, \in, \in$.

【归纳总结 知识整合】

1. 你是怎样理解“集合”这一概念的?
2. 如何表示与判断元素和集合间的关系?
3. 本节学习了集合的哪几种表示法?选择表示法时应注意什么?
4. 结合本节课所学内容,举几个集合实例,比较用自然语言、列举法和描述法表示集合时,各自的特点、适用的对象.

(让学生根据思考题归纳,整理本节所学知识)

作业:习题 1.1 A 组 1, 2, 3.

四、教学案例评析

本案例,体现了数学新课改的精神,创设情境,从具体实例引入新课,使学生对集合的含义有了充分的认识,降低了学生学习新知识的难度,激发了探索、学习新知识的欲望.列举法表示集合比较容易,学习列举法后,通过引导学生思考、讨论用列举法表示集合的不便,激发学生学习描述法的积极性.整节课注重了学生的个性体验,充分发挥了学生的主体地位,改进了学生的学习方式,思路比较清晰,结构比较严谨,双基落实到位.但在有些环节上还不够完美,比如提问与评价,手段单一,不够活泼,学生的“问题意识”还不强,课堂上学生发现问题、提出问题、探究问题、解决问题的强烈愿望和个性张扬不够充分,或者说还没有最大程度地激发出来.

1.1.2 集合间的基本关系

一、教学内容分析

本节内容是在学习了集合的含义及表示法的基础上,探索、研究两个集合间的基本关系,通过本节课的学习,应使学生理解集合之间包含与相等的含义,掌握其表示方法,能使用 Venn 图表达集合间的关系,能够识别给定集合的子集、真子集,会用数学符号表示两个集合的包含关系,通过具体例子,了解空集的含义.教材中通过先让学生思考两个实数的相等、大小关系,引导学生探究、思考两个集合之间的关系.这种由某类事物已有的性质,以类比思考、联想的方式猜想另一类相似事物的性质,是数学逻辑思考的重要思维方法.教学时要引导学生充分思考和积极探索,鼓励学生的各种想法,对正确想法予以肯定和表扬,调动学生学习的兴趣和积极性.子集的概念是这节课的重点.教学时要从三表示个方法理解:(1)用自然语言描述子集:如果 A 是 B 的子集,那么 A 中的任一元素都是 B 中的元素.(2)用符号语言描述子集,如果 $A \subseteq B \Rightarrow$ 任意 $x \in A$, 则 $x \in B$. (3)用图形语言描述子集:(见书).通过用自然语言、集合语言、图形语言描述子集,使学生感受集合语言的意义和作用,提升各种语言的转换能力,培养学生的思维能力.

二、教学思路设计

通过两个实数的相等关系、大小关系,类比思考两个集合间的关系,让学生观察书上的三个实例,发现共同特点,然后再给出包含关系的定义,引出子集的概念,通过三种语言表示子集,强化学生对子集概念的理解、掌握,

在此基础上用符号语言表示集合相等的定义,给出真子集的概念及符号表示.由多个实例,得出空集的概念.分析两个集合的包含关系与元素与集合的属于关系,强化学生对概念的区别和理解,引导学生区分一些容易混淆的关系和符号.例3的讲解要体现分类讨论思想.

三、课堂教学实录

【回顾旧知 引入课题】

师:两个实数之间有什么关系?举例说明.

生:有相等关系和大小关系,如 $4 = 4$, $3 < 5$, $6 > 2$ 等.

师:类比上述关系,你会想到集合之间有什么关系?

通过以上两个问题为引出两个集合间的关系做铺垫,促使学生应用类比思想进行探究学习.教师板书课题:集合间的基本关系.

【思路引领 主题探究】

1. 包含关系 —— 子集

师:引导学生阅读教科书 P_{6-7} 的三个引例并进行思考概括.

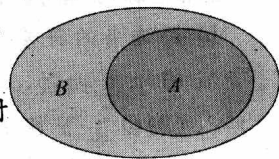
生:阅读教科书的三个例子,尝试概括三个例子的共同特点,并发表自己的意见.

师生共同总结三个例子的特点:集合 A 中任意一个元素都是集合 B 中的元素,这时我们就说集合 A 与 B 有包含关系.从而给出子集的定义并板书:

对于两个集合 A, B ,如果集合 A 中的任意一个元素都是集合 B 中的元素,则说这两个集合有包含关系,称集合 A 为集合 B 的子集.

符号语言: $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$),读作“ A 含于 B ”
(或“ B 包含 A ”).

图形语言说明:表示集合的Venn 图形的边界是封闭曲线,它可以是圆、矩形,也可以是其他封闭曲线.



师:请同学们举出几个包含关系的例子.

(生思考并举例,略)

2. 集合的相等

师:你能说出引例3与引例1、2的区别吗?

生:引例3中 C, D 两个集合中的元素相同,即 $C = D$.

师:你能从用集合的包含关系表示两个集合的相等吗?

生:若 $C \subseteq D$,又 $D \subseteq C$,则 $C = D$.

(师生共同给出集合相等的定义,教师板书:若 $A \subseteq B$,且 $B \subseteq A$,则 $A = B$)

师:这个定义与实数中的什么结论相类似?

生:与实数中的结论“若 $a \geq b$, 且 $b \geq a$, 则 $a = b$ ”相类似.

(再次强化学生的类比思想, 加深对集合相等概念的理解.)

3. 真子集

师:请同学们再次比较三个引例中的两个集合的包含关系的不同.

生:两个集合的包含关系可以相等也可以不相等.

师:怎样说明不相等的这种包含关系?

从而给出真子集的定义:如果 $A \subseteq B$, 但存在元素 $x \in B$, 且 $x \notin A$, 我们称集合 A 是集合 B 的真子集.

符号语言: $A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$), 读作“ A 真包含于 B ”或“ B 真包含 A ”.

师:你能举出集合相等、真子集的例子吗?

生:如 $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 则 $A \subsetneq B$; $A = \{\text{直角三角形}\}$, $B = \{\text{有一个角是 } 90^\circ \text{ 的三角形}\}$, 则 $A = B$; ...

4. 空集

师:你能说出下面集合中的元素吗?(教师板书)

$A = \{x \mid x^2 + 1 = 0\}$, $B = \{\text{内角和为 } 200^\circ \text{ 的三角形}\}$, $C = \{\text{小于 } 1 \text{ 的正整数}\}$

生:都不含任何元素.

师:(给出空集的定义)不含有任何元素的集合叫做空集, 记作 $\emptyset$, 并规定, 空集是任何集合的子集.

师:你还能举出几个空集的例子吗?

(生思考并举例回答)

【课堂练习 能力提高】

1. 用适当的符号填空.

(1) a $\underline{\hspace{1cm}}$ $\{a, b, c\}$;

(2) 0 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\{x \mid x^2 = 0\}$;

(3) $\emptyset$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\{x \in \mathbf{R} \mid x^2 + 1 = 0\}$;

(4) $\{0, 1\}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{N}$;

(5) $\{0\}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\{x \mid x^2 = x\}$;

(6) $\{2, 1\}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$.

2. 判断下列两个集合之间的关系:

(1) $A = \{1, 2, 4\}$; $B = \{x \mid x \text{ 是 } 8 \text{ 的约数}\}$;

(2) $A = \{x \mid x = 3k, k \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x \mid x = 6k, k \in \mathbf{N}\}$;

(3) $A = \{x \mid x \text{ 是 } 4 \text{ 与 } 10 \text{ 的公倍数}\}$, $B = \{x \mid x = 20m, m \in \mathbf{N}_+\}$.

(通过上面的练习, 巩固所学知识, 明确集合之间的关系及表示符号“ $\subseteq$ 、 $\supseteq$ 、 $\subsetneq$ 、 $=$ ”等, 对表示两个集合间关系的符号与上一节元素与集合间的表示符号学生容易混淆, 可通过下面的问题加以区别)

师:包含关系 $\{a\} \subseteq A$ 与属于关系 $a \in A$ 有什么区别? 试结合实例做出解释.

生:包含关系表示两个集合间的关系, 用符号“ $\subseteq$ 、 $\supseteq$ 、 $\subsetneq$ 、 $=$ ”连接; 属

于关系表示元素与集合间的关系,用符号 $\in$ 、 $\notin$ 连接,如, $1 \in \mathbf{N}$, $-1 \notin \mathbf{N}$, $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{R}$, $\mathbf{Q} \subseteq \mathbf{R}$ 等.

5. 集合包含关系的基本性质

师:任何一个集合都是它本身的子集吗?任何一个非空集合至少有两个子集吗?

生:是,对.由此归纳出性质 $1 A \subseteq A$.

师:若 $A \subseteq B$,且 $B \subseteq C$,那么集合 A 与 C 有什么样的包含关系?

生: $A \subseteq C$.

(教师板书性质 2 对于集合 A 、 B 、 C ,如果 $A \subseteq B$,且 $B \subseteq C$,那么 $A \subseteq C$.并给出解释:对任意 $x \in A$,由 $A \subseteq B$,得 $x \in B$,又因为 $B \subseteq C$,所以 $x \in C$,所以 $A \subseteq C$)

6. 例题讲解

师:写出集合 $\{a, b\}$ 的所有子集,并指出哪些是它的真子集.

(应通过本例题让学生学习数学的重要思想方法——分类思想,本例是按子集的元素个数为标准进行分类的,共分三类,即不含(0个)元素的为一类 $\emptyset$;含 1 个元素的为一类 $\{a\}, \{b\}$;含 2 个元素为一类 $\{a, b\}$)

巩固练习:写出集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集.

【学生反思 知识整合】

1. 两个集合间有怎样的关系?你能说出子集、真子集、空集的定义吗?
2. 用什么样的符号连接两个集合间的包含关系?用什么符号连接元素和集合的关系?
3. 如何类比两个数的关系得到两个集合之间的基本关系?如何类比两个数的关系得到集合的两个性质?($a \leq a$;若 $a \leq b, b \leq c$,则 $a \leq c$)

作业:教科书 13 页第 5 题

补充:1. 已知 $A = \{x, y, 1\}$, $B = \{x^2, xy, x\}$, 且 $A = B$, 求 x, y 的值.

2. 写出集合 $\{1, 2, 3\}$ 的所有子集,并指出子集个数,真子集个数,非空真子集个数.

四、教学案例评析

本案例,体现新课标的探究性学习精神,以问题引入、设置问题启发学生思考、发现、总结,始终以学生为中心,通过教师的设问,引导学生去探究,自然地得出子集、真子集、空集、集合相等等概念,并用符号语言、图形语言来表示,给人以水到渠成的感觉.

类比思想、分类讨论是数学中的重要思想方法.本节课以类比两个实数之间的关系入手,积极引导学生去探究两个集合之间的关系,并用类比思想

解释集合的性质,使学生对新知识感到熟悉、自然,排除了学生对新知识的畏惧,能积极地学习新知识,例题中引入了分类讨论的思想,使学生感到有法可依,有利于学生解题能力的提高.

1.1.3 集合的基本运算

一、教学内容分析

集合的并集与交集是两种最重要、最基本、最常用的集合的运算,在函数、不等式、三角函数等内容中有着广泛的应用.学习本节内容要使学生理解集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集;能使用 Venn 图表示集合的并集与交集;能使用数轴表示不等式或不等式组的解集.通过两个实数的加法运算类比得到两个集合的并集运算,这种引入自然,便于学生掌握,集合的并集与交集的含义及求法是本节课的重点,教学时应注重具体例子的分析、引入,从特殊到一般,便于学生理解、接受.用不等式表示的集合的并集或交集是本节课的难点,教学时要充分利用数轴,贯彻数形结合的思想教学中要多引导学生使用集合语言描述对象,进行集合语言与自然语言的转换.本节内容整体上难度不大,教学时要通过实例,引导学生去探究,发现规律和方法,培养学生学习探索新知识的方法,同时还要关注学生概括能力的培养.

二、教学思路设计

1. 创设情境,从类比实数的运算,思考集合的运算来引入新课.
2. 给出几个具体的例子,让学生观察、探索例子中集合 C 与集合 A 、 B 之间的关系,分别得出并集、交集的定义,会用自然语言、符号语言,图形语言表示并集、交集.
3. 教科书中例 4、例 6、例 7 应让学生自学,教师适当点拨,通过练习尝试求两个集合的并集、交集.
4. 讲解例 4,通过练习,强化学生的数形结合思想.

三、课堂教学实录

【提出问题 引入新课】

师:我们知道实数有加法运算,类比实数的加法运算,集合是否也可以“相加”呢?

(学生思考,思考的目的是让学生从实数的加法运算出发,通过类比的

方法,联想集合的某种运算)

教师板书引例:考察下列各个集合,你能说出集合C与集合A、B之间的关系吗?

$$A = \{1, 2, 3, 5\}, B = \{2, 4, 5, 6\}, C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\};$$

$$A = \{x \mid x \text{ 是有理数}\}, B = \{x \mid x \text{ 是无理数}\}, C = \{x \mid x \text{ 是实数}\};$$

(学生对上面的例子思考,师引入新课并板书课题:集合的基本运算)

【多维互动 探究主题】

1. 并集

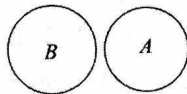
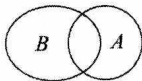
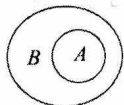
(让学生分析、讨论、寻求引例中集合C与集合A、B之间的关系):集合C是由所有属于集合A或集合B的元素组成的.

师:(归纳总结)集合C称为集合A、B的并集.(由此给出并集的定义)

由所有属于集合A或属于集合B的元素所组成的集合,称为集合A与B的并集,记作“ $A \cup B$ ”,读作“A并B”.

符号表示: $A \cup B = \{x \mid x \in A, \text{或 } x \in B\}$. 向学生解释“或”的含义, $x \in A$ 或 $x \in B$:(1)属于A不属于B;(2)属于B不属于A;(3)既属于A又属于B.

图形表示:



师:第一个图形有两种表示,你能表示吗?

生: $A \subseteq B$ 与 $A \cup B = B$.

师:谁能看出这两种表示有什么关系吗?

生: $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B$.

(积极引导学生探究发现、创新,既拓展了新知识,又强化了新旧知识间的联系)

师:求两个集合的并集时,为什么相同的元素只能出现一次?

生:因为集合中的元素是互异的.

(课堂练习)

师:求下列集合的并集:

$$(1) A = \{4, 5, 6, 8\}, B = \{3, 5, 7, 8\};$$

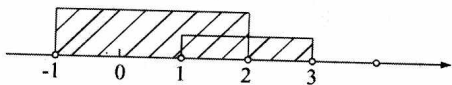
$$(2) A = \{x \mid x \text{ 是等腰三角形}\}, B = \{x \mid x \text{ 是直角三角形}\};$$

$$(3) A = \{x \mid x^2 - 4x - 5 = 0\}, B = \{x \mid x^2 = 1\}.$$

生:(1) $A \cup B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$;(2) $A \cup B = \{x \mid x \text{ 是等腰三角形或直角三角形}\}$;(3) $A \cup B = \{5, -1, 1\}$.

师:(典型例题) 设集合 $A = \{x | -1 < x < 2\}$, $B = \{x | 1 < x < 3\}$, 求 $A \cup B$.

解:



$$A \cup B = \{x | -1 < x < 2\} \cup \{x | 1 < x < 3\} = \{x | -1 < x < 3\}.$$

(说明:用不等式表示的集合要求学生先在数轴上表示每个集合的部分,把各部分合在一起就是它们的并集;后面求交集时,就是找各部分的公共部分,引导学生用数形结合的方法)

师:求下列集合的并集:

$$(1) A = \{x | x < -3, \text{或 } x > 2\}, B = \{x | -4 < x < 1\};$$

$$(2) A = \{x | x < -2, \text{或 } x > 1\}, B = \{x | -3 < x < 2\}.$$

$$\text{生: (1) } A \cup B = \{x | x < 1, \text{或 } x > 2\}; (2) A \cup B = \mathbf{R}.$$

2. 交集

师:同学们思考:求集合的并集是集合间的一种运算,那么,集合间还有其他运算吗?类比数的加法运算,可以得到并集的运算,类比于数的减法运算可以得到集合的什么运算?

生:减法运算或差的运算.

师:集合差的运算现在不研究,以后再学习.从“并”运算对应于“或”,即 $A \cup B$ 中的元素“或在 A 中,或在 B 中”.类比既在 A 中,又在 B 中的所有元素组成什么集合?(由此引出集合的“交”运算).

师:(问题) 下面的集合中,集合 A 、 B 与集合 C 之间有什么关系?

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{3, 5, 8, 12\}, C = \{8\};$$

$$A = \{x | x \text{ 是矩形}\}, B = \{x | x \text{ 是菱形}\}, C = \{x | x \text{ 是正方形}\}.$$

(让学生仿照得出并集的方法,探究发现:集合 C 是由哪些既属于集合 A 且又属于 B 的所有元素组成的,仿照并集的定义学生得出交集的定义)

生:由属于集合 A 且又属于集合 B 的所有元素构成的集合,称为 A 与 B 的交集.

记作: $A \cap B$, 读作“ A 交 B ”.

符号表示: $A \cap B = \{x | x \in A, \text{且 } x \in B\}.$

师:请解释“且”的含义.

生: A 且 B 表示既属于 A 又属于 B , 即 A 、 B 的公共元素.