21世纪高等院校试用教材

# 高等代数教程

庄瓦金 编著

国际华文出版社

21 世纪高等院校试用教材

# 高等代数教程

庄瓦金编著

66

国际华文出版社

图书在版编目(AIP)数据

高等代数教程/庄瓦金编著. - 国际华文出版社,2002.4

ISBN 0 - 644 - 21300 - 0

Ⅰ.高… Ⅱ.庄… Ⅲ.数学 - 代数 - 高等院校 - 教材 Ⅳ.232

国际版本 AIP 数据核字(2002)第 0164 号

责任编辑:方 捷

封面设计:纪博凌

吴伟杰

21 世纪高等院校试用教材

# 高等代数教程

庄瓦金 编著

国际华文出版社出版发行

(2131)悉尼艾士菲区利物浦路 189A

(361005)中国厦门市顶沃仔 12 号 067 信箱

奔驰艺术印刷公司印刷

规格 850 × 1168 毫米 开本 32 印张 17.56 字数 500 千字

2002 年 4 月第 1 版 2002 年 4 月第 1 次印刷

国际统一书号 ISBN 0 - 644 - 21300 - 0/G · 15



定价RMB:32.00元(人民币)

A$:23.80 元(澳 元)

## 内容提要

本书在绪论、预备章之后，各章章目依次为矩阵、行列式、线性方程组理论、多项式环、二次型、向量空间、线性映射•线性变换、矩阵相似标准形、Euclid 空间•酉空间、双线性函数；同时搭配 9 个解题探索，18 个阅读参考，8 个应用参考及一个综合应用。因此，本书较系统地阐述了高等代数的基础理论、基本方法及其应用，可作为高等院校数学各专业高等代数课程教材，也可供报考数学各专业硕士研究生的考生参考，还可作为理工科、经济类各专业相应课程的选用教材或教学参考书。

# 编著者简介

庄瓦金，1992年在福建省高校首次优秀中青年教师高级职称评聘中晋升为教授，同年享受国务院颁发的政府特殊津贴。常年从事代数基础课等的教学，对体上矩阵、广义逆代数理论有较深入系统研究，已在数学学报等20种学术期刊上发表学术论文58篇，并在数学教育学报等刊物上发表教改论文6篇；独立完成的工作二次获福建省科技进步奖；三次获福建省自然科学优秀论文奖。

主要社会兼职：漳州市政协副主席，民进福建省委常委、漳州市委主委

# 前　言

本教材是笔者为漳州师院 1997、1999、2000 级数学教育专业本科学生讲授《高等代数》的讲义基础上修改而成的，也是作者 20 多年来使用国内两大高代教材(参考文献[1]、[3])的基础上形成的．教材编写过程中曾参考了所附参考文献中的一些材料，也掺杂了笔者 25 年来从事理论线性代数研究的感受．

本教材在以下五个方面作了努力(详见笔者的论文：**跨世纪高等代数教材改革的思考与实践**，数学教育学报，10:2(2000))：

1　**从实际出发，坚持“三个面向”**．因此，教材在面向全体学生的同时，也重视教材的科学性、先进性，注意因材施教材料的选择与组合，从而为教与学的创新，认真实践素质教育作了准备．

2　**整合两大结构，优化教材体系**．教材分基本结构和辅助结构交错编排，用大、小字体区分．基本结构系必学内容，其进程大致为绪论→矩阵→多项式→向量空间及其线性映射．辅助结构含解题探索、阅读参考、应用参考、综合应用，供选学、辅学及学生课外阅读用．因此，整个教材体系较为优化．

3　**吸纳众家优点，有所推陈创新**．在教材编写过程中，我们十分注意吸纳国内一些常用教材的优点，并从实际出发，有所创新．如讲域上向量空间是一种趋势，方向是对的，但考虑到国情，对非重点本科院校现阶段有困难．因此本教材在阐述数域上向量空间的概念之后编入了阅读参考“关于向量空间的定义”，其中也对域上向量空间作了简要介绍．又如“解题探索”是在我的老师陈昭木教授的“解题例证”的基础上，结合笔者的习题串资料积累，着重在分类上考虑整理而成的．因而这节材料对于学生今后考研极其有益．

4　**重视内在联系，贴近时代潮流**．由于上述考虑，教材在体现代数基础课特色的同时，力求代数、几何、分析三大基础的统一，基础性、应用性、师范性的统一．因而较好地反映了 20 世纪五十年代以来逐渐显现的数学统一化的大数学观．在教材编写中，我们也

重视面向全体学生与因材施教的统一，注意教育创新、实践素质教育的要求，注意方便教学和学生自学的需求．因此也较好地反映了当代教育潮流的大教育观．

5　**加强符号表述，阐述较为简洁**．这既有利于学生数学素质的培育与提高，也对教师改进教法提出了要求．根据笔者的实践，在教学中注意代数符号的直观描述是加强概念教学的重要环节，是引导学生入门的必由之路．

本教材可作为数学类各专业的高等代数课程用书，教学时数大致为 140－160 学时，在此学时内可授完教材的基本结构部分及各章解题探索的某些内容．至于相近专门要选用，适当删减也可酌情考虑．

本书的出版得到漳州师院有关领导及教务处领导的支持，他们曾请有关专家对本书初稿进行评审，也得到评审教授的一致好评．值此，特向各位领导、评审教授致以诚挚的感谢．

当然，由于编写时间紧，笔者学识薄，教材中定有不少错误或欠妥之处，敬请各位专家及广大读者批评、指正．

庄瓦金

2002 年 3 月 1 日于漳州芗江新村

# 目 录

# 绪论 高等代数的内容、方法和意义

高等代数是大学数学专业的一门重要基础课. 同学们在高等代数中将学习哪些基础理论？如何学好这门课程？学之为何用？注意到 21 世纪对数学人才素质的要求，我们将对这些问题作简要的回答. 下面，先概要阐述

**代数学的起源与发展**

代数起源于人们熟悉的自然数的加法、乘法的计算艺术. 公元 3 世纪希腊人 Diophantus 的《算术》对代数思想和符号已有重要影响. “代数”一词来源于阿拉伯数学家、天文学家 Mohammed ibn Musâ al–Khowârizmî 的著作《Al– jabrw'al muqâbala》（约公元 825 年），其原义是还原、化简的科学. 代数的进步是引用了较好的符号体系. 15 世纪结束时，开始使用现代符号“+”和“–”；16 世纪末，法国数学家 F.Viète 首先用拉丁字母表示常数和变数，大多数代数符号到 17 世纪中叶已经知道. 这标志着代数学的“史前时期”的结束，代数学的真正发展是在以后的三个世纪. 此间，随着历史进程，代数学的主要研究对象和内容经历了三次根本的变革.

**初等代数** 与算术（对数字进行计算）不同，在 17 一 18 世纪中，代数学相当于现在人们观念上的初等代数，被理解为**在代数符号上进行计算的科学，即字母计算、字母变换、解方程的学科**. 反映这一时期的代表作是 1770 年出版的数学大师 L.Euler 的《代数学引论》.

**方程分析** 多项式的根曾是数学研究的一个热点. 18 世纪和 19 世纪的代数学处理的主要对象是多项式. 由于实际应用和科学研究的需要，高次多项式根的计算与分布是当时许多数学家所关注的问题之一，C.F.Gauss，J.L.Lagrange，P.Ruffini，C.Sturm 对

之都作出过贡献．多项式研究的又一个突出问题是代数基本定理的证明，1799 年，Gauss 在他的博士论文中不依赖于“理想”根存在的假设下证明了这个定理(严格的证明到1920年才完成)．历史上多项式根的最引人注目的问题是一元高次多项式的根式求解问题．16 世纪，意大利数学家发现了解三次代数方程的 Cardano 公式和解四次代数方程的 Ferrari 方法．因此，人们兴趣高于四次的代数方程可否用根式求解？三个世纪的探索，仍然找不到求根公式．于是，根式求解不存在的证明引起了关注，A.Girad、Gauss 对此都作过研究．1824 年，挪威青年数学家 N.H.Abel 证明了高于四次的方程一般不能用根式求解；1830 年，法国青年数学家 E.Galois 给出了一元代数方程可以用根式求解的一个一般的判别法，圆满地解决了长达三百多年的数学难题．因此，18–19 世纪，代数学被理解为**方程分析的学科**．1866 年出版的 J.Serret 的《高等代数教程》反映了这一认识．

**近世代数（抽象代数）** 从 19 世纪中叶以后，代数学从方程论转向代数运算的研究．首先，Galois 在解决代数方程用根式求解问题时也开创了群论的研究．此后，A.Cayley，C.Jordan，M.S.Lie，F.Klein，H.Poincare 等对群的研究都作出了贡献；1882 年，Klein 的学生 W.von Dyck 引进了抽象群的概念．其次，德国数学家 E.E.Kummer，P.G.L.Dirichlet，L.Kronecker，R.Dedenind，D.Hilbert 在代数数论的研究中引进了域、环、理想等概念．在 19 世纪，线性代数和代数的研究十分活跃，1843 年爱尔兰数学家、天文学家 W.R.Hamilton 发现了四元数，1844 年德国数学家 H.G.Grassmann 发表了《线性扩张论》，1847 年 A.Cayley 给出了八元数非结合代数，从而推进了线性代数、结合代数、非结合代数的进一步研究．此间，英国数学家 G.Boole 在研究思维规律中建立了 Boole 代数；1855 年 A.Cayley 引进了矩阵的简化记号，较系统地研究了矩阵代数，J.Sylvester，A.L.Cauchy，C.Jordan 和 F.Frobenius 等对矩阵理论的研究都颇有成果．