

初中数学教学

主编 明知白

师范大学



時報

中華民國二十九年四月一日

星期日



新華日報



九年义务教育

初中数学教案

代数第三册

主 编 明 知 白

北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

初中数学教案:代数 第三册/北京师范大学出版社编.
北京:北京师范大学出版社,1996.11重印
ISBN 7-303-02479-4

I. 初… II. 北… III. ①数学课-教案(教育)-高中②代数课-教案(教育)-高中 IV. G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字(96)第21345号

北京师范大学出版社出版发行
(100875 北京新街口外大街 19 号)

河北丰润印刷厂印刷 全国新华书店经销

开本:787×1092 1/32 印张:9.75 字数:211 千字
1993 年 7 月北京第 1 版 1997 年 11 月北京第 3 次印刷
印数:1~6 000 册
定价:9.30 元

前 言

我社自 1984 年以来,先后出版了《中学数学教材研究与教案选》,后来又修订改名为《初中数学教案》、《高中数学教案》,旨在将广大中学数学教师多年来积累的教学经验在全国范围内进行交流和推广。实践证明这种作法得到了全国各地广大中学教师的欢迎,它对于开展中学数学教学研究,深入进行教学改革、提高教学质量起了促进作用。

为贯彻《中华人民共和国义务教育法》,1992 年 8 月国家教委颁布了《九年义务教育全日制中学,初级中学课程方案(试行)》(以下简称《课程方案》)。《课程方案》是国家对义务教育阶段教学工作的指导性文件。它体现了义务教育的宗旨,是全面贯彻党的教育方针,全面提高教育质量的一项重要措施。

为配合《课程方案》和《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲》及《教材》的实施,我们组织各地有经验的教师又重新编写了《九年义务教育初级中学数学教案》,共七册,代数四册,几何三册,同教材同步,力图使大多数案在深度和份量方面对大多数学校的教学切实可行,教案尽可能体现开发学生智力和培养学生的能力。

教学过程是一个知识传递的过程,这个过程要靠师生双方的协同活动来完成。教师如何教、学生如何学,才能使知识的传递更加有效,这是一个很值得探讨的问题。

本书的特点是:(1)教案的作者仍然是全国范围内部分有

经验的数学教师,其中不少是特级教师;(2)本书依照《九年义务教育全日制中学数学教学大纲的教学内容和教学要求》及教材的体系进行编写;(3)本书的目的在于研究如何通过课程教学,使学生掌握基础知识,基本技能和基本方法,不断开发学生的智力,提高学生的能力;(4)本书每章开头配套教材分析,介绍本章内容在中学数学中的地位 and 作用,知识的结构,知识的内在联系,教学目的和要求,重点和难点的解析,提出教学的建议和课时安排。(5)教案中一般是由教学目的,教学重点和难点,教学过程(包括引入,新课,小结,作业)等组成,教案的设案注意了不断渗透教学思想方法,注意了知识形成过程的教学。(6)每章后附有本章检测题,供教师在教学中参考。

几何第一册,第二册由北京市西城教育教学研究中心高级教师李松文同志主编。

几何第三册由北京师大一附中特级教师陈汶同志主编。

初中代数第一册(上)由北京市汇文中学高级教师任中文同志主编。

初中代数第一册(下)由唐山八中高级教师谭光宙、天津河北区教师进修学校高级教师赵大文同志主编。

初中代数第二册由北京市海淀区教师进修学校特级教师赵大悌同志主编。

初中代数第三册由北京市东城区教研科研中学特级教师明知白同志主编。

目 录

第十二章 一元二次方程	1
教材分析	1
一元二次方程的意义	14
一元二次方程的解法(一)	20
一元二次方程的解法(二)	25
一元二次方程的解法(三)	30
一元二次方程的解法(四)	36
一元二次方程的根的判别式(一)	40
一元二次方程的根的判别式(二)	44
一元二次方程的根与系数的关系(一)	47
一元二次方程的根与系数的关系(二)	52
一元二次方程应用题(一)	56
一元二次方程应用题(二)	61
一元二次方程应用题(三)	66
二次三项式的因式分解	70
简单的高次方程的解法	75
分式方程(一)	79
分式方程(二)	84
无理方程(一)	89
无理方程(二)	93

分式方程复习课	97
无理方程复习课	101
简单的二元二次方程组(一)	105
简单的二元二次方程组(二)	109
全章复习课(一)	114
全章复习课(二)	120
全章复习课(三)	126
第十三章 函数及其图象	131
教材分析	131
✓ 平面直角坐标系(一)	139
✓ 平面直角坐标系(二)	145
✓ 函数(一)	150
✓ 函数(二)	157
✓ 函数(三)	161
✓ 正比例函数的定义和图象	166
✓ 正比例函数的性质	172
✓ 反比例函数及其图象	178
✓ 正比例函数和反比例函数习题课	183
✓ 一次函数的定义、图象与性质	189
✓ 一次函数习题课	195
✓ 二次函数的概念	200
✓ 二次函数 $y=ax^2$ 的图象及性质	205
✓ 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与性质(一)	211
✓ 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与性质(二)	217
✓ 二次函数习题课	221
一元二次不等式的解法(一)	227

一元二次不等式的解法(二).....	231
一元二次不等式的解法(三).....	235
全章复习课(一).....	240
全章复习课(二).....	246
全章复习课(三).....	251
全章复习课(四).....	259
第十四章 统计初步	265
教材分析.....	265
总体和样本.....	276
平均数计算的简化公式.....	280
方差与标准差.....	285
关于《统计初步》一章的复习建议.....	294

第十二章 一元二次方程

教材分析

一元二次方程不仅是整个初中代数中的一个重要内容,也是中学数学重要内容之一。是初中阶段学习代数方程中内容丰富,应用广泛的一类方程,学习一元二次方程的知识,一方面进一步深化了前面所学的实数、代数式与一元一次方程等知识,同时又是对这些知识的综合运用。另一方面它又为进一步学习代数、三角和解析几何的知识打下了必要的基础。

本章包含了一元二次方程的解法,根的判别式及根与系数的关系,还包括了能归于一元二次方程解法的一些高次方程、分式方程、无理方程和一些简单的二元二次方程组的解法以及它们的应用题。

一、教学目的、重点、难点和关键

1. 一元二次方程

(1) 正确理解一元二次方程的概念,熟练掌握一元二次方程的各种解法(直接开平方法、配方法、公式法、因式分解法)。会根据方程的特点熟练、准确地确定方程是否有解,合理地选择解法求出解来。

(2) 理解并且掌握一元二次方程实根的判别式的意义,会根据根的判别式判定一元二次方程根的状况。

(3) 正确掌握一元二次方程中根与系数的关系,并能熟练地利用这种关系解决各类问题。

(4) 正确理解并掌握一元二次三项式的意义和一元二次三项式的因式分解与解方程的关系,会准确而熟练地进行二次三项式的因式分解和二元二次齐次式的因式分解。

(5) 会熟练应用一元二次方程的知识解应用问题。

(6) 可以通过介绍我国古代研究二、三次方程及高次方程的成就,激发学生的爱国主义精神。

2. 关于可化为一元二次方程的分式方程和无理方程。

(1) 正确理解整式方程、分式方程、有理方程、无理方程的意义及代数方程的分类。

(2) 熟练掌握可化为一元二次方程的分式方程和无理方程的解法(特别是换元法)及应用问题。

3. 关于简单的二元二次方程组。

(1) 正确理解二元二次方程、二元二次方程组的意义,掌握由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的方程组的解法(代入法)。

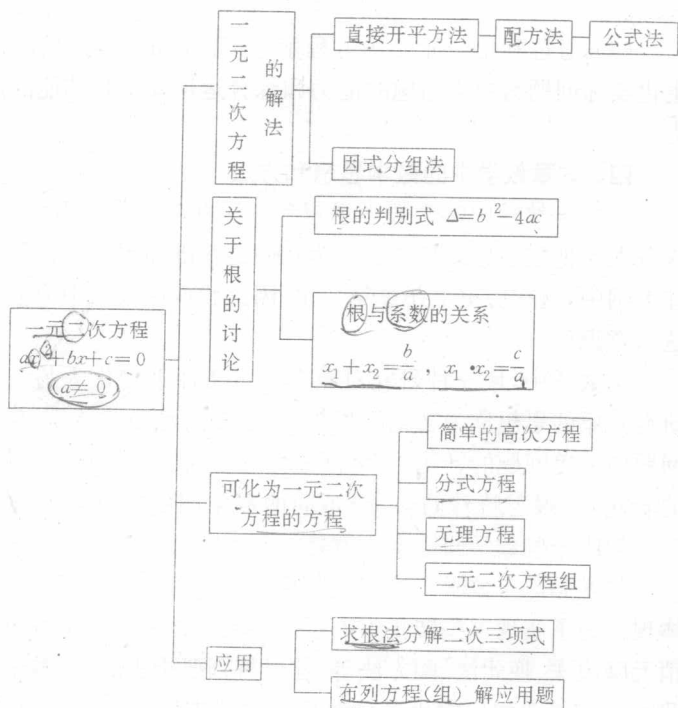
(2) 正确掌握几种特殊的由两个二元二次方程组成的方程组的解法。

本章教学重点是一元二次方程的解法、根的判别式、根与系数的关系及一元二次方程的应用问题。

本章教学的关键是一元二次方程的解法、根的判别式及根与系数之间的关系。

本章教学的难点是用配方法解一元二次方程,一元二次方程的应用题,无理方程的增根问题以及二元二次方程组的解法。

二、 本章知识结构:(见下页表)



三、关于能力的培养

(1) 通过学习一元二次方程、无理方程、二次三项式等概念培养学生迁移能力和概括、归纳的思维能力。

(2) 通过对一元二次方程解法、根的判别式及根与系数关系的发现过程,培养学生大胆猜想、勇于探索的创造性思维能力,使学生学会针对数学问题进行多角度、全方位的思考方法。

(3) 通过“可以化为一元二次方程来解的整式方程的解法”的研究,培养学生化归转化能力。

(4) 通过利用一元二次方程解应用问题的学习,培养学生化实际问题为数学问题的能力和综合运用知识和技能的能力。

四、本章教学中的数学思想和方法

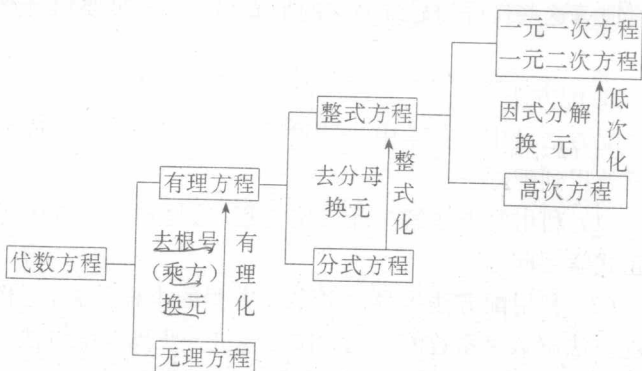
在数学教学中渗透数学思想和方法并不是新问题,九年义务大纲把数学思想和方法作为初中的基础知识的一部分列在大纲中,这在历史上还是第一次。因此我们在教学中应强化这一意识。

在数学中,使一种研究对象在一定条件下转化为另一种研究对象的思想称为转化的思想,有未知向已知的转化,复杂问题向简单问题的转化,实际问题向数学问题的转化,数与形的转化,一般与特殊的转化,不同的数学问题之间的转化等等。解决一些数学问题实质就是一个不断转化的过程。这样一些数学思想与数学方法与解题技巧在本章教学中有较多的体现。为了实现这些转化引入了许多数学方法。如本章中的消元降次法、换元法、配方法等。这里特别要指出的是,教学中我们一方面要教给学生各种转换化归的方法,另一方面要着重指出为什么要转换问题的形式?怎样转换?转换的结果如何?从而概括总结出一般规律,在学习这些重要方法时,要让学生经历解题的全部思维过程,充分领略数学思想的风采,突出数学思想,对提高学生的数学素质,提高数学能力有非常重要的意义,这不仅表现在数学教育的目的任务上,还表现在数学与现实生活的联系以及数学对其他相关学科的广泛迁移等方面。

1. 消元降次法:

(1) 对于可化为一元二次方程的高次方程、分式方程与

无理方程解法的基本思想是“三化”即高次方程低次化、分式方程整式化、无理方程有理化。转化的手段列表如下：



(2) 理解简单的二元二次方程组解法的基本思想仍然是“消元”与“降次”。转化的主要方法有代入法、加减法和因式分解法。对于某些特殊的方程组还可以采用换元法。

2. 换元法

换元法是将含有某个(些)字母的式子看作一个整体,用一个新的字母来替换,以达到化繁为简,化难为易的目的。

在前面学习“多项式乘法”、“乘法公式”的教学中早已渗透了这种换元的思想。对于可化为一元二次方程的高次方程、分式方程、无理方程,由于结构过于复杂给解题带来难度。我们恰当的运用了换元法,将高次化为低次、化分式为整式、化无理式为有理式,从而达到了化繁为简、化难为易的目的。

换元思想的养成,换元法的训练和掌握并非一蹴而就,因此在教学中应遵循由易到难的原则,先学习可以直接换元的情况,再学习先变形而后再换元的情况。

换元的思想方法是一种科学的思想方法,对于培养学生从整体着眼、兼顾全局的思维方式、丰富联想、由此及彼的考试习惯等这些良好的思维品质的形成都是十分重要和有意义的。

3. 配方法

配方法是中学数学中一种重要的数学方法,在本章主要有三处用到配方法。

(1) 利用配方法解一元二次方程,这是初中代数中第一次正式学习配方法。

(2) 利用配方法推导一元二次方程的求根公式,这样就从配方法解数字系数的一元二次方程进一步到用配方法解字母系数的一元二次方程,完成从特殊到一般,从具体到抽象的过渡。由于配方法解一元二次方程的过程较繁,因此它并不是解一元二次方程的常用方法,但是配方法是公式法的基础,虽然学了公式法以后,很少用配方法直接解题,但是配方法本身有其重要意义,是一种基本方法,所以让学生掌握这个方法很必要。在本章学习配方法的目的不仅用它来推导一元二次方程的求根公式,更重要的是让学生了解配方法是一种重要的数学思想方法。

(3) 利用配方法证明一元二次方程有实根或无实根。以上这三处使用的配方法既有联系又有区别。在证明字母系数的一元二次方程有无实根时,我们是将一元二次方程各项的系数代入判别式,然后对所得的代数式进行配方,再根据配方后的代数式是否大于或小于零,判定有无实根,这里的配方是对代数式进行的,是代数式的恒等变形,它与解一元二次方程中的“配方”是不同的,要注意克服用配方法解一元二次方

程所形成的定势而产生的负迁移。

五、教材分析和教学建议：

1. 关于一元二次方程的几种解法：

配方法是解一元二次方程的通法。其基本思想是十分简朴的，就是运用平方公式把一般的一元二次方程归于 $x^2=A$ 来加以解答。配方法对任何一元二次方程均适合，但解法步骤较多比较繁琐，在实际应用中仅当因式分解法解一元二次方程有困难时才考虑配方法。

因式分解法在未来的学习和应用中，使用机会较多，而且求解过程简单，学生在求解时首先应考虑这种方法，同时这种解法突出显示了“二次”转化为“一次”的过程，但在一元二次方程求解中比起配方法用的范围较小。

求根公式是配方法的一般结果，有最广泛的适应性，尤其对于方程系数较为繁杂或为近似数时，更能显示它的优越性。因为公式法省去了配方的过程，因而步骤也简单多了，所以公式法应用性强。另外，求根公式的推出，标志着一元二次方程求解问题的彻底解决。因此求根公式也是研究一元二次方程问题，如实根的存在性，根与系数关系的讨论的出发点。

2. 关于求根公式的处理：

课本第 13 页倒数第 4 行 $x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$ ，

即 $x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \dots\dots$

学生会产生疑问，等式右边分母为什么不写成 $2|a|$ ，而写成 $2a$ ，这一点要让绝大多数清楚有时还不大容易。

对于一元二次方程求解的一个基本依据是：“若两数的平

方相等,则这两个数或者相等,或者互为相反数”,即 $x^2 = A^2$
 $\Leftrightarrow x = A$ 或者 $x = -A$,基于这种想法,对公式的推导是否可
如下进行:

原方程两边同乘以 $4a \neq 0$,得

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$$

配方 $(2ax+b)^2 = b^2 - 4ac$

当 $b^2 - 4ac \geq 0$ 时

$$2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

让 a 出现在平方式里,可以消除 a^2 出现在平方根号下的麻烦,这种配方的好处不仅简便同时突出了判别式的地位,因此这种方法无论从基本思想的一贯性方面,还是在学生的可接受方面都有优点。

3. 配方法解一元二次方程的一般步骤:

(1) 首先把一元二次方程整理为 $x^2 + px = q$ 的形式;

(2) 再将等号两边分别加上一次项系数一半的平方(即分别加上 $(\frac{p}{2})^2$),使等号左边构成 x 的一次二项式的平方,另一端是常数;

(3) 如果等号右边的常数是非负数,两边同时开平方,就可求出解来。

4. 关于根的判别式:

与一元一次方程不同,一元二次方程的实根不一定存在,也就是说方程有无解的情况。一元二次方程有解还是无解,若有解时,解是什么情况,这就由 $b^2 - 4ac$ 是不是非负数来决定,我们给此式一种约定的符号 $\Delta = b^2 - 4ac$,这里需要说明的