全国高等教育自学考试

高等数学(二)自学指导书

武汉大学出版社

高等数学(二)自学指导书

主　编　彭武烈　马　林
副主编　卢凤华

黄萍

武汉大学出版社

90K

(鄂)新登字(09)号

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(二)自学指导书/彭武烈,马林主编;卢风华副主编
——武汉:武汉大学出版社,1994.11
ISBN 7-307-01164-6

Ⅰ 彭…
Ⅱ 马…
Ⅲ 卢…
Ⅳ 高等数学-高等教育自学考试-指导读物
Ⅴ O13-42

武汉大学出版社出版发行
(430072 武昌 珞珈山)
武汉正佳公司激光照排
武汉大学印刷厂印刷
1994 年 11 月第 1 版　　1995 年 6 月第 2 次印刷
开本:787×1092　1/32　印张:12.875
字数:286 千字　印数:2001-12000
ISBN 7-307-01164-6/O·55　定价:10.50 元

目　录

第一分册　线性代数

第二分册　概率统计

第一章　行列式

§1.1　习　题

1. 求下列行列式中元素 a_{12}, a_{31}, a_{33} 的余子式及代数余子式：

$$\text{(i)}\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 4 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix};\quad \text{(ii)}\begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}.$$

［**讲解**］　求某一个元素的余子式，就是把这个元素所在的行及所在的列从原行列式中划掉后所得到的行列式. 例如对于(i) a_{12}的余子式

$$M_{12}=\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 4 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}.$$

对于(ii) a_{12}的余子式

$$M_{12}=\begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}.$$

求一个元素的代数余子式，就是在这个元素的余子式前面放上一个符号. 确定符号的法则是根据这个元素行足标 i 与列足标 j 的和来确定的. 当行足标 i 与列足标 j 的和 $i+j$ 是偶数时，为正号，即余子式与代数余子式相同；当 $i+j$ 是奇数时，为负号，即余子式与代数余子式相差一负号. 具体的计

算公式为代数余子式 $A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$. 例如：a_{12}的代数余子式为 $A_{12}=(-1)^{1+2}M_{12}=-M_{12}$；$a_{31}$的代数余子式为 $A_{31}=(-1)^{3+1}M_{31}=M_{31}$；$a_{33}$的代数余子式为

$$A_{33}=(-1)^{3+3}M_{33}=M_{33}.$$

［**解答**］（略）

2. 用定义计算行列式：

(i) $\begin{vmatrix}1&2&3\\3&1&2\\2&3&1\end{vmatrix}$； (ii) $\begin{vmatrix}1&-1&2\\0&3&-1\\-2&2&-4\end{vmatrix}$；

(iii) $\begin{vmatrix}1&2&3&-1\\1&-1&0&2\\0&1&0&1\\0&0&-1&2\end{vmatrix}$； (iv) $\begin{vmatrix}1&0&1&2\\4&0&3&4\\0&0&-1&2\\5&1&2&3\end{vmatrix}$.

［**讲解**］ 用定义计算行列式，就是按第一列的展开式计算行列式的值. 若行列式是三阶行列式，展开后为二阶行列式，即可直接计算. 若为三阶以上的行列式，展开后其余子式不为二阶行列式，仍需继续展开.

［**解答**］

(i) $\begin{vmatrix}1&2&3\\3&1&2\\2&3&1\end{vmatrix}=1\times(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}1&2\\3&1\end{vmatrix}+$

$+3\times(-1)^{2+1}\begin{vmatrix}2&3\\3&1\end{vmatrix}+2\times(-1)^{3+1}\begin{vmatrix}2&3\\1&2\end{vmatrix}$

$=(1\times1-2\times3)-3(2\times1-3\times3)+2(2\times2-3\times1)$

$=-5+21+2=18.$

(ii)（略）

(iii) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 1\times(-1)^{1+1}\cdot$

$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} + 1\times(-1)^{2+1}\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} +$

$0\times(-1)^{3+1}\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} + 0\times(-1)^{4+1}\cdot$

$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}$

$= \Bigg\{ -1\times(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + 1\times(-1)^{2+1}\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$

$+ 0\times(-1)^{3+1}\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \Bigg\} - \Bigg\{ 2\times(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$

$+ 1\times(-1)^{2+1}\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + 0\times(-1)^{3+1}\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \Bigg\}$

$= \{-[0\times2-1\times(-1)]-[0\times2-2\times(-1)]\}$

$-\{2[0\times2-1\times(-1)]-[3\times2-(-1)\times(-1)]\}$

$= (-1-2)-(2-5) = -3-(-3) = 0.$

(iv) (略)

3. 用定义计算下列行列式，再按第 2 列或第 3 列展开，比较所得的值是否相同：

(i) $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$；(ii) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$；

(iii) $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 5 & 4 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$.

[**讲解**] 本题的目的除了要求通过练习掌握用定义计算行列式的方法外，还要求通过练习来验证按其它列展开行列式求值与按第一列展开求值的结果是相同的. 加深对这一结论的印象与理解.

[**解答**] (i) 按定义计算，

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -1\times(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$+(-1)\times(-1)^{3+1}\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$=-(1\times1-2\times1)-(2\times2-3\times1)=1-1=0.$$

按第 2 列展开计算，

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2\times(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + 1\times(-1)^{2+2}$$

$$\cdot\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + 1\times(-1)^{3+2}\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$=-2[0\times1-2\times(-1)]+[(-1)\times1-3\times(-1)]$$

$$-[(-1)\times2-3\times0]$$

$$=-4+2+2=0.$$

按第 3 列展开计算：

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 3\times(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} +$$

$$2\times(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}-1&2\\-1&1\end{vmatrix}+1\times(-1)^{3+3}\begin{vmatrix}-1&2\\0&1\end{vmatrix}$$

$=3[0\times1-1\times(-1)]-2[(-1)\times1-2\times(-1)]$

$+[(-1)\times1-2\times0]$

$=3-2-1=0.$

(ii)、(iii) （略）.

4. 用定义计算下列行列式：

(i) $\begin{vmatrix}1&3&-2\\-3&-9&6\\11&7&5\end{vmatrix}$； (ii) $\begin{vmatrix}2&8&1\\0&5&7\\0&0&1\end{vmatrix}$；

(iii) $\begin{vmatrix}a&a^2&a^3\\b&b^2&b^3\\c&c^2&c^3\end{vmatrix}$； (iv) $\begin{vmatrix}1&a&a^2\\1&b&b^2\\1&c&c^2\end{vmatrix}$.

［**讲解**］ 通过本习题可以巩固掌握用定义计算行列式的方法，另外可以初步了解一些行列式的性质及一些特殊行列式的值.(iii)和(iv)还提供了计算字母为元素的行列式的练习.(i)中的第一行与第二行对应元素成比例，这样的行列式其值为0.(ii)为上三角行列式，其值等于主对角线上元素的乘积.(iii)的每一行都可以提出一个公因子.提取公因子后，(iii)便变成了(iv)，称为范得蒙行列式，在后面将介绍其求值公式.

［**解答**］

(i) $\begin{vmatrix}1&3&-2\\-3&-9&6\\11&7&5\end{vmatrix}=1\times(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}-9&6\\7&5\end{vmatrix}+$

$(-3)\times(-1)^{2+1}\begin{vmatrix}3&-2\\7&5\end{vmatrix}+11\times(-1)^{3+1}\begin{vmatrix}3&-2\\-9&6\end{vmatrix}$

$=[(-9)\times5-6\times7]+3[3\times5-(-2)\times7]+11[3\times6-$

$(-2)\times(-9)]$

$=-87+87+0=0.$

(ii) $\begin{vmatrix} 2 & 8 & 1 \\ 0 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}=2\times(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$

$=2(5\times1-7\times0)=10.$

(iii) $\begin{vmatrix} a & a^2 & a^3 \\ b & b^2 & b^3 \\ c & c^2 & c^3 \end{vmatrix}=a\cdot(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} b^2 & b^3 \\ c^2 & c^3 \end{vmatrix}+$

$b\cdot(-1)^{2+1}\begin{vmatrix} a^2 & a^3 \\ c^2 & c^3 \end{vmatrix}+c\cdot(-1)^{3+1}\begin{vmatrix} a^2 & a^3 \\ b^2 & b^3 \end{vmatrix}$

$=a\cdot(b^2c^3-b^3c^2)-b(a^2c^3-a^3c^2)+c(a^2b^3-a^3b^2)$

$=abc[(bc^2-b^2c)-(ac^2-a^2c)+(ab^2-a^2b)]$

$=abc[(b-a)c^2+(a-c)b^2+(c-b)a^2]$

$=abc[(b-a)c^2-(b-a+a-c)a^2+(a-c)b^2]$

$=abc[(b-a)c^2-(b-a)a^2+(a-c)(b^2-a^2)]$

$=abc(b-a)[c^2-a^2+(a-c)(b+a)]$

$=abc(b-a)[(c^2-a^2)-(c-a)(b+a)]$

$=abc(b-a)(c-a)[(c+a)-(b+a)]$

$=abc(b-a)(c-a)(c-b).$

(iv) $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}=1\cdot(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} b & b^2 \\ c & c^2 \end{vmatrix}+$

$1\cdot(-1)^{2+1}\begin{vmatrix} a & a^2 \\ c & c^2 \end{vmatrix}+1\cdot(-1)^{3+1}\begin{vmatrix} a & a^2 \\ b & b^2 \end{vmatrix}$

$=(bc^2-b^2c)-(ac^2-a^2c)+(ab^2-a^2b)$

$=(b-a)(c-a)(c-b).$

§1.2 习 题

1. 试用行列式定义将这一节各例子中的行列式分别计算出来，从而验证行列式的六条基本性质.

[**讲解**] 通过这道习题，一方面可以继续巩固用定义计算行列式的方法，另一方面可以帮助读者熟悉行列式的基本性质. 我们把教材中的例子摘录如下，可供读者使用.

例 1

$$A=\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ -1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & \sqrt{2}\end{vmatrix},\quad A'=\begin{vmatrix}1 & -1 & 0\\ 2 & 0 & 1\\ 3 & 1 & \sqrt{2}\end{vmatrix},$$

A' 为 A 的转置行列式，计算后应有 $A=A'$.

例 2

$$A=\begin{vmatrix}1 & 0 & 2\\ 3 & -1 & 0\\ 1 & 2 & -1\end{vmatrix},$$

$\begin{vmatrix}-2 & 0 & -4\\ 3 & -1 & 0\\ 1 & 2 & -1\end{vmatrix}$ 的第一行元素为 A 的第一行对应元素的 -2 倍，故计算其值应为 $-2A$.

$\begin{vmatrix}4 & 0 & 2\\ 12 & -1 & 0\\ 4 & 2 & -1\end{vmatrix}$ 的第一列元素为 A 的第一列对应元素的 4 倍，故计算其值应为 $4A$.

例 3

(i) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$.（第一、二行对换）

(ii) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{vmatrix}$.（第二、三列对换）

(iii) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 5 & \sqrt{2} & 7 \end{vmatrix} = 0$.（第一、二两行相等）

(iv) $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 2 \\ 7 & -3 & -3 \end{vmatrix} = 0$.（第二、三两列相等）

验证(i)、(ii)可知，任两列或两行互换，则行列式的值改变符号；验证(iii)、(iv)可知，任两行或两列元素相同，则行列式值等于零.

例 4

(i) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} & 2\sqrt{2} \end{vmatrix} = 0$.（第三行是第一行的 $\sqrt{2}$ 倍）

(ii) $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 8 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ -1 & -4 & -5 & 7 \end{vmatrix} = 0$.（第二列是第一列的 4 倍）

验证(i)、(ii)可知某两行或某两列成比例，则行列式值为零.

例 5

(i) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1+1 & 3+0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}.$

(ii) $\begin{vmatrix} 1 & 1+\sqrt{2} & 5 \\ 0 & 3-2 & 7 \\ 1 & -1-\sqrt{2} & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix}$

$$+ \begin{vmatrix} 1 & \sqrt{2} & 5 \\ 0 & -2 & 7 \\ 2 & -\sqrt{2} & -1 \end{vmatrix}.$$

验证(i)、(ii)可对一个行列式分解为行列式之和的法则加深理解.

例 6 (i) 第一行乘以 -1 后加到第二行上去,值不变.

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}.$$

(ii) 第一列乘以 1 后加到第三列上去,值不变.

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 3 \end{vmatrix}.$$

验证(i)、(ii)可加深对行列式中某一行或某一列元素都乘以一个常数加到另一行或另一列上去而行列式的值不变这一条性质的理解与记忆.

[**解答**] (略)

2. 举例说明下式一般不成立:

$$\begin{vmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} \\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} & a_{33}+b_{33} \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix}.$$

［**讲解**］ 本题是针对把一个行列式分解为两个行列式的和这一条性质，防止产生错误的理解与记忆而设．本题是教材中的第一道举例习题，而又需要构造反例．因此要求，所举例子必须满足要求：(1) 一般应是个三阶行列式；(2) 必须是说明结论不成立的例子，另外所举例子还应该尽可能简单一些．下列所举的例子是不正确的：

$$\begin{vmatrix} 1+1 & 1+1 & 1+1 \\ 1+1 & 1+1 & 1+1 \\ 1+1 & 1+1 & 1+1 \end{vmatrix}=0,\quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=0+0=0.$$

它不是反例．最简单的一个反例是：

$$\begin{vmatrix} 1+1 & 0+0 & 0+0 \\ 0+0 & 1+1 & 0+0 \\ 0+0 & 0+0 & 1+1 \end{vmatrix}=8,\quad \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}=2.$$

当然也可以举别的例子，如：

$$\begin{vmatrix} 1+1 & 2+1 & 3+1 \\ 0+0 & 1+2 & 3+1 \\ 0+0 & 0+0 & 4+1 \end{vmatrix}=30,\quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}=6.$$

［**解答**］ （略）

3. 利用行列式的性质 1 计算 n 阶行列式：

$$A=\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

这个行列式称为下三角行列式，即它的主对角线以上的

元素都等于零.

[**讲解**] 行列式性质 1 是指一个行列式 A 与它的转置行列式 A' 的值相同. 本题把 A 转置后所得的 A' 是一个上三角行列式,即主对角线以下的元素都等于零. 利用行列式定义计算 A' 可得上三角行列式的值等于它的主对角线上元素的乘积. 从而得出推论,下三角行列式的值也等于它的主对角线上的元素的乘积.

本题是我们遇到的第一道计算 n 阶行列式的值的习题. 由于 n 是一个不确定的数,在计算中我们一般必须找出递推规律(严格时,还必须对递推规律进行证明).

[**解答**] 由行列式性质 1,$A=A'$. 记 $A'=B_n$,则有

$$A=A'=B_n=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{n2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$=a_{11}\cdot(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{32} & \cdots & a_{n2} \\ 0 & a_{33} & \cdots & a_{n3} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$=a_{11}\cdot(-1)^{1+1}B_{n-1}=a_{11}B_{n-1},$$

其中 B_{n-1} 为一个 $n-1$ 阶上三角行列式,于是得到一个递推公式:

$$B_n=a_{11}B_{n-1}.$$

由此可得:$A=B_n=a_{11}\cdot a_{22}\cdot\cdots\cdot a_{nn}$.

§1.3 习 题

1. 利用行列式性质计算下列行列式:

$$
\text{(i)}\ \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 5 \\ 1 & -2 & 0 & 3 \\ -2 & -4 & 1 & 6 \end{vmatrix};\quad
\text{(ii)}\ \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix};
$$

$$
\text{(iii)}\ \begin{vmatrix} 7 & 3 & 2 & 6 \\ 8 & -9 & 4 & 9 \\ 7 & -2 & 7 & 3 \\ 5 & -3 & 3 & 4 \end{vmatrix};\quad
\text{(iv)}\ \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 10 & 13 \\ 3 & 5 & 11 & 16 & 21 \\ 2 & -7 & 7 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 3 & 10 \end{vmatrix}.
$$

［**讲解**］ 利用行列式性质计算行列式的一个基本方法就是把第一列中除了第一行以外,其余元素全都化为零.通过这样的“降阶”处理,直到使行列式“降价”为二阶行列式为止.

利用行列式性质计算行列式时,必须细心,避免计算中的数字错误,宁可慢些,也不可因粗心发生错误.另外,要把运算记号表示出来,以便检查.

利用行列式性质计算行列式是需要掌握的一项基本技巧,希望读者多做练习.

［**解答**］ (i)

$$
(2)(-1)(-3)\ \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 5 \\ 1 & -2 & 0 & 3 \\ -2 & -4 & 1 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -6 & 4 & -1 \\ 0 & -4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 10 \end{vmatrix}
$$

$$
= \begin{vmatrix} -6 & 4 & -1 \\ -4 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 10 \end{vmatrix} = -\ (10)(1)\ \begin{vmatrix} -1 & 4 & -6 \\ 1 & 1 & -4 \\ 10 & -1 & 0 \end{vmatrix}
$$