

【全国名校一线特高级教师联合编写】

ZHONGKAOGELEIXINTIXINGJIEXI
中考各类新题型解析

[宋献惠 杨霞芬] 总主编

中考 各类 新题型解析

助你中考轻松夺魁 稳升重点高中
直通清华北大!

一网打尽

—— 囊括全国各大省市中考试题

三箭齐发

—— 考点尽收 重点突破 难点详解

掌握趋势

—— 紧扣新大纲 整合新课程 解读新趋势

冲刺中考

—— 科学设计 讲练结合 事半功倍 轻松夺魁

数学

考试用书

连忠萍 杨官平 主编



中国时代经济出版社

【全国名校一线特高级教师联合编写】

ZHONGKAOGELEIXINTIXINGJIEXI
中考各类新题型解析

中考 各类 新题型解析

数学

考试用书

主编：连忠萍 杨官平

编委：杨官平 连忠萍 金月乔 张静 原小彬 裴小霞 邵建平

中国时代经济出版社

图书在版编目(CIP)数据

中考各类新题型解析·数学/连忠萍,杨官平主编. —北京:中国时代经济出版社,2010. 1

ISBN 978 - 7 - 80221 - 908 - 3

I. 中… II. ①连…②杨 III. 数学课—初中—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 096640 号

中考
各类
新题
型解
析·
数学

连忠萍
杨官平
主编

出 版 者	中国时代经济出版社
地 址	北京市西城区车公庄大街乙 5 号 鸿儒大厦 B 座
邮政编码	100044
电 话	(010)68320825(发行部) (010)88361317(邮购)
传 真	(010)68320634
发 行	各地新华书店
印 刷	北京鑫海达印刷有限公司
开 本	880 × 1230 1/16
版 次	2010 年 1 月第 1 版
印 次	2010 年 1 月第 1 次印刷
印 张	16.25
字 数	420 千字
定 价	26.00 元
书 号	ISBN 978 - 7 - 80221 - 908 - 3

版权所有 侵权必究

编者的话

随着基础教育课程的推进，新课程标准下的教育理念不断得到落实和发展。而面对中考的莘莘学子，无时无刻不沉浸在上下求索的苦闷之中，为此《中考各类新题型解析》这套书，贴近最新中考动态，尽显最新试题之精华。本套丛书汇集了国内重点中学特级教师和教研员多年教学经验，囊括了对考题的精心导析和跟踪强化训练，无疑使学生多一分清醒，多一点自信，为学生搭建了冲刺制胜的快车道。

丛书的编写特点：

1. 路线目标明确——回顾旧形势，预测新走向。

丛书体现了新课程、新理念的特点，相关信息的收集与整理，皆是各地名师数年心血的凝结。

2. 战略部署周密——汇各地名题，创全新体例。

丛书开创了以复习要点为骨架，以考点扫描为血脉，以典型试题导析为精髓，以跟踪强化训练为延伸的全新体例，将复习与应用有效地融合在一起，体现了前瞻性和创新性。

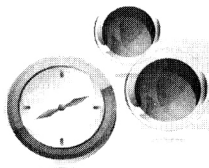
3. 指挥权威得当——聚天下名师，把中考命脉。

丛书紧跟教改步伐，紧贴课程标准，将一种全新的学习理念渗入具体的操作实践中，搭建知识与应用的桥梁，使知识真正转化为一种能力。

丛书想考生所想，送考生所需，是考生中考冲刺前的能量补充，是通向成功的至宝。

编者

 第一部分 中考备战路线	1
 第二部分 数与代数	20
专题一 数与式	20
专题二 方程与不等式	36
专题三 函数	51
 第三部分 空间与图形	74
专题四 图形的认识	74
专题五 图形与变换	113
专题六 图形与坐标	132
专题七 图形与证明	138
 第四部分 统计与概率	153
专题八 统计	153
专题九 概率	173
 第五部分 中考模拟试题	183
中考模拟试题 (一)	183
中考模拟试题 (二)	186
中考模拟试题 (三)	189
 第六部分 参考答案	192



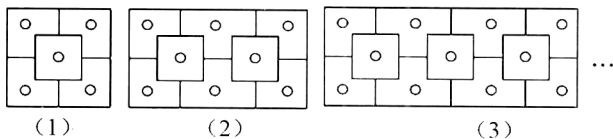
第一部分 中考备战路线

路线1·近年中考试题特点

一、注重基础性

重视数学基础知识和基本技能的考查. 数学基础知识也就是数学的核心内容, 包括数学概念、定义、公式、定理、性质和法则等; 数学基本技能主要包括运算技能、图形处理技能(识图与作图)、数据处理技能(收集数据、整理数据、分析数据)和推理技能(演绎推理与合情推理)等. 对这部分内容的考查并不放在死记硬背和机械训练上, 而是着力于对知识本身意义的理解和在理解基础上的简单应用, 关注学生对所学知识的适当重组与整合能力, 重在新情境中考查知识与技能的灵活应用. 试题源于课本又异于课本, 活于课本.

例1 (2009·山西) 下列图案是晋商大院窗格的一部分, 其中“○”代表窗纸上所贴的剪纸, 则第 n 个图图中所贴剪纸“○”的个数为_____.



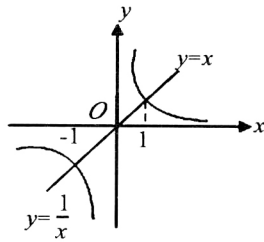
此题实际上是在新情境中考查合情推理技能.

二、凸显思想性

重视了数学思想方法的理解与运用的考查. 这部分内容的考查, 注重了“通法”, 淡化了“特法”, 有效抑制了题海战术, 中考试题虽没有繁难的推理论证, 但不失深厚的知识内涵和思维内涵. 对引导初中数学教学全面贯彻《全日制义务教育数学课程标准》(实验稿)(以下简称《课标》)的基本理念有良好的导向作用. 初中数学解题方法主要有: 代入法、消元法、降次法、因式分解法、换元法、配方法、待定系数法、图象法等; 数学思想是以数学方法为基础逐渐形成的, 是数学知识在更高层次上的抽象和概括, 是一种运用数学方法解决数学问题的自觉意识, 它比数学方法要高一个层次, 它蕴涵在数学知识发生、发展和应用的过程中, 能够迁移并广泛应用于相关学科和社会生活中, 中考试题所体现的基本数学思想主要有: 用字母表示数思想、函数与方程思想、转化化归思想、数形结合思想、分类讨论思想、数学建模思想、整体思想、运动变化思想、统计思想等.

例2 已知 a 是实数, 试比较 a 与 $\frac{1}{a}$ 的大小.

此题运用构造思想和数形结合思想能够非常直观地比较 a 与 $\frac{1}{a}$ 的大小. 解答时先构造函数 $y = x$ 和 $y = \frac{1}{x}$, 然后画出图形, 通过观察图形就能非常直观地得出结论.

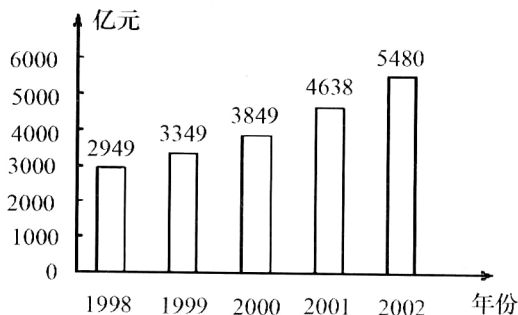


例3 若把代数式 $x^2 - 2x - 3$ 化为 $(x - m)^2 + k$ 的形式, 其中 m, k 为常数, 则 $m + k =$ _____. 此题是 2009 年北京市的中考题, 重在考查配方法.

三、突出能力性

重视了对所学的基础知识和技能运用, 重点考查了运算能力、思维能力、空间想象能力和分析问题、解决问题的能力. 近几年的中考试题虽没有冗长的计算, 但对数学的运算仍要求熟练、准确、简捷、迅速, 并与推理相结合; 各地中考数学试题中对思维能力考查的题目比重加大, 题型也有所变化, 着重考查思维的广阔性、深刻性、灵活性、批判性和综合性; 空间想象能力对初中生来说, 虽不是重点能力, 但在各地的中考试题中频繁出现, 内容主要有图形的展开与折叠、图形的切截、视图与投影, 虽只是以中低档题型出现, 但也应引起同学们足够重视; 通过观察与猜想、实验与归纳、分析与证明等活动, 考查学生分析问题和解决问题的能力. 在此基础上又强化了对阅读理解能力、探索创新能力、数学应用能力和处理信息能力等的考查.

例4 “国运兴衰, 系于教育”. 如图, 给出了我国 1998 年至 2002 年每年教育经费投入的情况.



(1)由图可见,1998年至2002年的5年内,我国教育经费投入呈现出_____趋势.

(2)根据图中给出数据,计算1998年至2002年教育经费年平均数.

(3)如果我国教育经费从2002年的5480亿元,增加到2004年的7891亿元,那么这两年的教育经费平均年增长率是多少? ($\sqrt{1.440} = 1.200$,结果精确到0.01)

(4)按(3)中增长率计算到2006年国家将拿出多少教育经费?

此题以实际材料为背景,考查了多种能力,首先考查了学生处理信息的能力,其次考查了学生运用所学知识分析问题、解决问题的能力,再次考查了学生的推理运算能力、阅读理解能力和数学应用能力等.另外还起到了教育的作用,学生通过对题目中的数据进行分析,了解到国家为了青少年的综合素质培养投入大笔资金,可以激励他们好好学习,报效祖国,为祖国的繁荣富强出一份力.

四、强调应用性

重视了用数学、做数学的意识的考查;重视了学生从一些简单的实际问题中抽象出数学模型的能力的考查;重视了在具体情境中运用所学的基础知识和技能分析问题、解决问题能力的考查.数学来源于生活,同时也运用于生活,学数学就是为了解决生活中所碰到的问题.近几年的中考题十分关注数学知识的运用,这类型试题就内容而言,均与数学核心知识:函数、方程、不等式等有关;就能力要求而言,重视理论与实际相结合,学以致用,学生能将实际问题通过建模变为数学问题,用已学过的数学知识和数学方法去解决;就思想性而言,加强与社会实际和学生生活的联系,注重结合社会热点且具有教育意义的现实问题.例如:银行利率问题,商品利润问题,营销价格问题,生产策略问题,住房面积问题等,这些试题让人耳目一新,体现了中考命题与时俱进的时代特色,既有强烈的德育功能,引导学生关注社会问题,把握时代脉搏,又可让学生从数学的角度分析社会现象,提高用数学的能力.

例5 (2009·广州)为了拉动内需,广东启动“家电下乡”活动.某家电公司销售给农户的Ⅰ型冰箱和Ⅱ型冰箱在启动活动前一个月共售出960台,启动活动后的第一个月销售给农户的Ⅰ型和Ⅱ型冰箱的销量分别比启动活动前一个月增长30%、25%,这两种型号的冰箱共售出1228台.

(1)在启动活动前的一个月,销售给农户的Ⅰ型冰箱和Ⅱ型冰箱分别为多少台?

(2)若Ⅰ型冰箱每台价格是2298元,Ⅱ型冰箱每台价格是1999元,根据“家电下乡”的有关政策,政府按每台冰箱价格的13%给购买冰箱的农户补贴,问:启动活动后的第一个月销售给农户的1228台Ⅰ型冰箱和Ⅱ型冰箱,政府共补贴了多少元(结果保留2个有效数字)?

此题以社会热点问题为背景,引导学生关注社会问题,考查学生通过建模把实际问题转化为数学问题,进而运用所学知识解决问题的能力.

五、关注操作性

重视了对学生动手操作能力的考查.新课程改革尤其倡导培养学生的实践能力和创新精神,操作型试题所考查的知识与能力很好地体现了课改精神.纵观各地的中考试题,以图形的三种变换(平移、翻折、旋转),图形的折叠与展开,图形与坐标等为内容;以网格纸、坐标系为背景;以三角尺、量角器和多边形纸张等为工具;以运动为载体,设计的操作型试题,内容丰富、形式多样,既有通过让学生阅读材料去理解一些数学对象的试题,也有借助各种形式的素材去考查学生从中获取信息的试题,具有较强的可操作性与实践性,既考查学生的动手操作能力,又考查学生思路的层次性和解题方法的灵活性,给我们很多有益的启示.

例6 (2009·河北)如图1至图5, $\odot O$ 均作无滑动滚动, $\odot O_1, \odot O_2, \odot O_3, \odot O_4$ 均表示 $\odot O$ 与线段 AB 或 BC 相切于端点时刻的位置, $\odot O$ 的周长为 c .

阅读理解:

(1)如图1, $\odot O$ 从 $\odot O_1$ 的位置出发,沿 AB 滚动到 $\odot O_2$ 的位置,当 $AB = c$ 时, $\odot O$ 恰好自转1周.

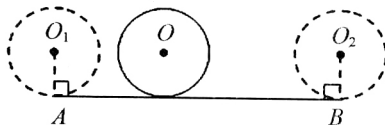


图1

(2)如图2, $\angle ABC$ 相邻的补角是 n° , $\odot O$ 在 $\angle ABC$ 外部沿 $A-B-C$ 滚动,在点 B 处,必须由 $\odot O_1$ 的位置旋转到 $\odot O_2$ 的位置, $\odot O$ 绕点 B 旋转的角 $\angle O_1BO_2 = n^\circ$, $\odot O$ 在点 B 处自转 $\frac{n}{360}$ 周.

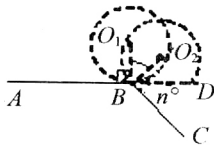


图2

实践应用:

(1)在阅读理解的(1)中,若 $AB = 2c$,则 $\odot O$ 自转_____周;若 $AB = l$,则 $\odot O$ 自转_____周.在阅读理解的(2)中,若 $\angle ABC = 120^\circ$,则 $\odot O$ 在点 B 处自转_____周;若 $\angle ABC = 60^\circ$,则 $\odot O$ 在点 B 处自转_____周.

(2)如图3, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = BC = c$. $\odot O$ 从 $\odot O_1$ 的位置出发,在 $\angle ABC$ 外部沿 $A-B-C$ 滚动到 $\odot O_4$ 的位置, $\odot O$ 自转_____周.

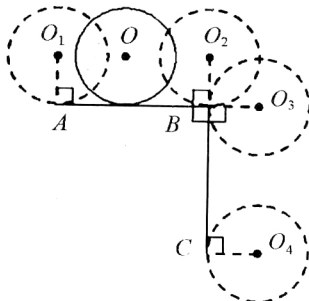


图3

拓展联想:

(1)如图4, $\triangle ABC$ 的周长为 l , $\odot O$ 从与 AB 相切于点 D 的位置出发, 在 $\triangle ABC$ 外部, 按顺时针方向沿三角形滚动, 又回到与 AB 相切于点 D 的位置, $\odot O$ 自转了多少周? 请说明理由.

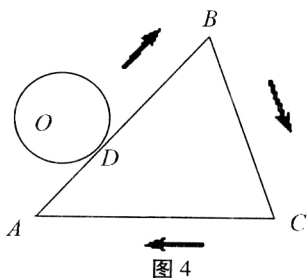


图4

(2)如图5, 多边形的周长为 l , $\odot O$ 从与某边相切于点 D 的位置出发, 在多边形外部, 按顺时针方向沿多边形滚动, 又回到与该边相切于点 D 的位置, 直接写出 $\odot O$ 自转的周数.

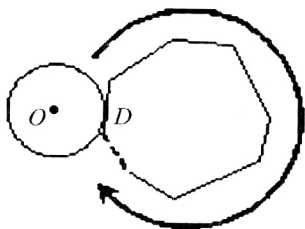


图5

此题是以图形的旋转为内容, 设计的操作型试题, 学生通过阅读理解, 从中获取信息, 然后实践应用, 并拓展提高, 很好的考查了学生学生的动手操作能力和思路的层次性和解题方法的灵活性.

六、强化过程性

重视了知识的形成和概括过程的考查; 重视了解题思路的探索和反思过程的考查; 重视了解题方法的发现和总结过程的考查; 重视了规律的揭示和提炼过程的考查. 近几年的中考试题不仅关注对学生学习结果的考查, 也关注对他们数学活动过程的考查; 不仅关注数学思想方法的考查, 还关注他们探索性思维能力和创新思维能力的考查; 不仅关注知识的考查, 更多的是关注学生综合运用数学知识、思想方法去探索规律、获取新知的能力的考查. 阅读理解题和规律探索题是近几年中考试题中比较流行的一类试题, 解答这类试题时, 学生首先要有一定的阅读理解能力, 将数学信息、数学知识提炼出来, 进行归纳、概括、总结, 然后实现概念、方法、思想的迁移, 较好地考查让学生经历学习、探索、问题解决的整个过程, 体现了学生学习能力的考查.

例7 (2009·北京) 阅读下列材料:

小明遇到一个问题: 5个同样大小的正方形纸片排列形式如图1所示, 将它们分割后拼接成一个新的正方形. 他的做法是: 按图2所示的方法分割后, 将三角形纸片①绕 AB 的中点 O 旋转至三角形纸片②处, 依此方法继续操作, 即可拼接成一个新的正方形 $DEFG$.

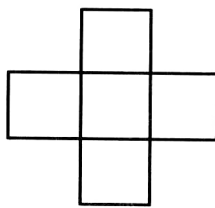


图1

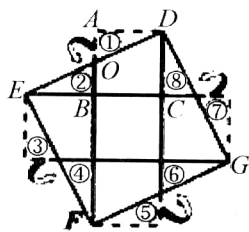


图2

请你参考小明的做法解决下列问题:

(1) 现有5个形状、大小相同的矩形纸片, 排列形式如图3所示. 请将其分割后拼接成一个平行四边形. 要求: 在图3中画出并指明拼接成的平行四边形(画出一个符合条件的平行四边形即可);

(2) 如图4, 在面积为2的平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 、 G 、 H 分别是边 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的中点, 分别连接 AF 、 BG 、 CH 、 DE 得到一个新的平行四边形 $MNPQ$. 请在图4中探究平行四边形 $MNPQ$ 面积的大小(画图并直接写出结果).

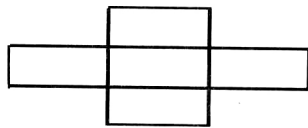


图3

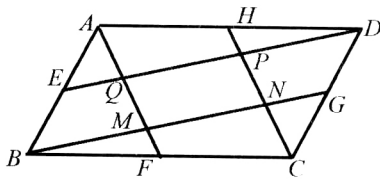


图4

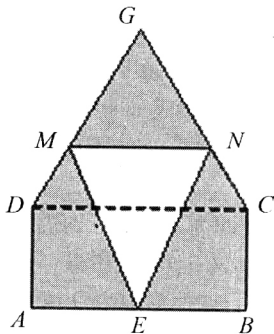
此题是阅读理解题, 学生通过阅读题目所给材料, 掌握了一定的拼接方法, 进而解决题目中所提出的问题, 实现了思想方法的迁移, 较好地考查了学生经历学习、探索、问题解决的整个过程.

七、渗透了探究性

重视了创新意识和探究能力的考查. 创新意识是指对提供的信息、情境和设问, 能选择有效的方法和手段收集、综合与灵活地应用所学的数学知识、思想和方法, 进行独立的思考、探索和研究, 提出解决问题的思路, 创造性地解决问题. 近年来各地中考试题中出现的探索型试题大致可分为条件探索型、结论探索型、存在探索型和规律探索型试题. 探索型试题尽管题型是新的, 具有一定的开放性, 但还是要用最基本的数学知识, 最简单的数学方法去求解, 这就需要同学们善于动脑、勇于探索、敢于创新、乐于实践; 需要从特殊情况入手, 通过观察、猜想、分析、归纳和概括, 推理出一般规律. 探索型试题的解答, 留给更多的探究、思考、应用的空间, 不同水平的学生可以充分展示自己不同的探究深度. 因此探索型试题的设置有利于创新意识和探究能力的考查.

例8 (2009·山东) 某仓库为了保持库内的湿度和温度, 四周墙上均装有如图所示的自动通风设施. 该设施的下部 $ABCD$ 是矩形, 其中 $AB=2$ 米, $BC=1$ 米; 上部 CDG 是等边三角形, 固定点 E 为 AB 的中点, $\triangle EMN$ 是由电脑控制其形状变化的三角通风窗(阴影部分均不通风), MN 是可以沿设施边框上下滑动且始终保持和 AB 平行的伸缩横杆.

(1) 当 MN 和 AB 之间的距离为 0.5 米时, 求此时 $\triangle EMN$ 的面积;



(2) 设 MN 与 AB 之间的距离为 x 米, 试将 $\triangle EMN$ 的面积 S (平方米) 表示成关于 x 的函数;

(3) 请你探究 $\triangle EMN$ 的面积 S (平方米) 有无最大值, 若有, 请求出这个最大值; 若没有, 请说明理由.

此题是结论探究型和存在探索型试题, 题目由浅入深, 由特殊到一般, 设置了 3 个问题, 不同水平的学生可以充分展示自己不同的探究深度.

八、注意整合性

重视了对数学知识之间的内在联系的整体把握和综合应用知识解决问题能力的考查; 重视了合理运用数学知识解决其他学科问题的能力的考查. 各地中考压轴题大多以函数为载体, 融代数与图形为一体, 以数学核心知识(方程与函数, 图形的运动与变换, 概率与统计)为内容, 在试题的形式上大都是从运动观点出发, 从检测学生对所学知识的存储、提取、组织、理解、运用、分析等能力入手, 注重数学思想方法的理解与渗透, 重视数学知识之间的内在联系和综合应用, 突出了对学生的综合能力的考查. 各学科知识的整合, 既是教学改革的方向, 也是培养学生良好的思维品质及创新精神的有效途径. 数学作为自然科学的工具, 在各个学科中都发挥着广泛的应用. 因此, 在近几年的中考试题中出现了一些跨学科知识的综合题, 它不仅能够将数学知识迁移并广泛应用于相关学科和社会生活中, 使数学知识合理地与其他学科知识有机地融合; 而且能较好地考查学生知识的发散能力和数学素养; 还能全面考查学生的科学综合素质.

例9 已知: 二氧化碳密度 ρ (kg/m^3) 与体积 V (m^3) 的函数关系式是 $\rho = \frac{9.9}{V}$ (1) 求当 $V=5$ 时, 二氧化碳的密度 ρ ?

(2) 请写出二氧化碳的密度 ρ 随体积 V 的增大(或减小)而变化的情况.

此题表面是化学问题, 实际上仍是考查运用数学知识解

决问题的能力, 很好地体现了数学是基础学科的特点.

九、体现时代性

试题注意渗透情感与态度教育, 以四川汶川地震为背景设置的问题, 体现了大爱精神. 试题更具人性化, 强调了人文精神, 用心设计导语, 缓解紧张气氛, 精心设置了一些图案类、游戏类问题, 给学生信心和动力. 试题选材注意联系实际, 贴近学生的生活, 生动活泼, 趣味性强, 强调人与自然、社会协调发展的现代意识. 引导学生关注国家、人类和世界的命运. 强调了科学精神, 重视考查学生独立自信、乐于实践、勇于创新、锲而不舍的顽强意志和实事求是的科学态度, 以奥运为背景设置问题, 体现了积极的价值取向.

例如, 许多省市的中考试题, 都在选择题前写到: 下面各题均有四个选项, 其中只有一个是符合题意的; 在填空题前在都提醒: 直接把答案填在题中的横线上; 在第三大题解答前都友情提示: 解答应写出必要的文字说明, 证明过程或演算步骤; 特别是福建莆田的试题温馨提示: 细心填一填, 精心选一选, 耐心做一做. 这些寥寥数语, 却有浓浓亲情.

总之, 通过对中考试题特点的分析, 建议学生要充分重视课本的基础作用和示范作用, 有意识培养自己的能力, 并对数学思想方法在解题中的应用给予足够重视, 不能眼高手低, 要善于总结、归纳和反思, 增强“悟”性, 提高能力.

路线2·中考命题走向

2010 年中考数学命题的指导思想: 有利于引导和促进数学教学全面落实《课标》所设立的目标; 有利于学生的全面和谐及个性化发展; 有利于课程改革发展; 有利于引导、改善学生的数学学习方式; 有利于引导、培养学生的创新精神和实践能力; 有利于基础教育的均衡发展; 有利于高中阶段学校综合、有效地评价学生的数学学习状况. 命题仍将依据《课标》和《考试说明》中的要求进行. 命题的原则: 一是基础性. 考查内容以学生在学习数学和应用数学解决问题过程中最为重要的、必须掌握的基础知识、核心观念、思想方法和基本技能为主; 二是公平性. 试题素材、求解方式等面向全体学生, 根据学生的年龄特征、思维特点和生活经验编制试题, 使具有不同认知特点、不同数学发展程度的学生都能展示自己的数学学习状况; 三是现实性. 试题背景来自学生所能理解的生活现实, 符合学生所具有的数学现实和其他学科现实, 试题素材具有正面教育功能和积极的价值取向; 四是有效性. 试题内容与结构科学, 试题表述准确、规范, 题意明确、不产生歧义, 试题设计与考查目标保持一致, 力求公正、客观、全面、准确地评价学生通过初中教育阶段的数学学习所获得的发展状况和潜能.

一、考试内容

考试范围仍将以《课标》规定的学习内容为考试范围, 不受教材内容的制约, 不降低或超越《课标》的要求, 主要涉及数与代数、空间与图形、统计与概率以及课题学习等.

数与式部分的试题将不再纯粹考查记忆的内容,能够理解解数和代数运算的意义、算理,合理地进行基本运算与估算.尤其是一些繁、难、偏的计算题目将不再出现,取而代之的是探索数与式的数学意义以及与实际生活相联系的问题,能够在实际情境中观察、概括出一般规律,有效地运用代数运算、代数模型及相关概念解决实际问题.

空间与图形部分的内容难度也不会增加.能够借助不同的方法探索基本图形的基本性质及其相互关系,进一步丰富对空间图形的认识和感受;能够使用不同的方式表达几何对象的大小、形状以及相对位置关系;能够在头脑里构建几何对象,进行几何图形的分解与组合;能对某些图形进行平移、旋转、对称、缩放的变换,欣赏并体验图形的变换在现实生活中的应用;能够运用坐标系确定物体位置,发展空间观念;能够从常见的几何图形中提出问题或猜想,通过对其分析、探索,发现其内在规律并能用简单的逻辑推理来确认数学命题的正确性.

统计与概率部分的试题,在2010年的试卷中将必不可少.《课标》指出,发展统计观念是新课程的重要目标.而这部分试题往往要求学生有较强的阅读能力.因此学生要克服畏惧心理,能够正确理解数据的含义;能够结合实际需要展开调查,收集数据,有效地表达数据特征,正确地分析数据,会根据分析结果做合理的决策,树立统计观念;能够从统计图表中获取信息,补充、绘制统计图表,正确反映数据的集中程度和离散程度;能够了解概率的基本含义,能够借助概率模型或通过设计具体活动解释一些事件发生的概率;能够将统计和概率问题与其他领域知识相结合,提高综合实践能力;还应注意这类题目的开放性.

课题学习也成为中考内容,同学们应引起重视.经历和感受“问题情境—建立模型—求解—解释与应用”的基本过程,体验数学知识之间的内在联系,初步形成对数学整体性的认识,获得一些研究问题的方法和经验,发展思维能力,加深理解相关的数学知识,通过获得成功的体验和克服困难的经历,增进应用数学的自信心,形成自己的一些研究问题的方法和经验,对相关数学知识有较深刻的理解和运用能力.

对《课标》中已删掉的内容,如二次根式中的分母有理化,三元一次方程组的解法,一元二次方程中根与系数的关系及圆幂定理,圆的公切线及比例线段及性质等内容,不必存有任何顾虑,要尽量减轻学生负担,注意控制知识的深度与广度,而对数学的基本思想和方法要多加引导灵活运用.对新增加的内容要足够重视,如视图与投影、概率、不等式(组)的应用等,这些问题立足实际,具有丰富的思维含量,能培养学生用数学的眼光分析社会生活的意识和能力,体现数学的实用价值.

二、题型预测

近几年的中考试题的题型基本稳定,一般为选择题、填空题、解答题和综合题.

填空和选择题的共同特点就是知识覆盖面广,许多小

并不是单一知识的考查,涉及很多基本的思想方法,预测明年填空和选择题的题量分值难易程度不会发生大的改变,可能综合性、趣味性、实用性会更强.建议教师在平时授课时一定要注意到对学生“双基”的培养和指导,讲解概念要清,讲解方法要细,要以本为本,注意各知识点的横向联系及综合.同时一定要注意让学生平时养成良好的、严谨的学习作风,严格要求自己,争取这部分试题不丢分,少丢分.

解答题仍是试题的主要部分,主要考查数学中的重点知识的理解与应用.预测明年仍将重点考查分式化简求值,统计与概率的应用,方程与不等式的应用,函数的性质和解析式的确定,解直角三角形的应用,运用三角形的全等与相似、特殊四边形的性质和圆的基本性质进行简单的推理证明,通过作图解决实际问题等.建议教师平时教学中把握好重点知识的讲解,并结合其他省市中档题的题型,有侧重地训练和复习,培养学生对待数学严肃认真的态度,注意知识的形成过程,培养学生自主学习的能力,让学生充分思考后得出结论,对学生的结论不能简单肯定或否定,而是要探索学生形成这种结论的过程,进行正确的引导,让学生不但知道什么是对的,还要求明白自己为什么是错误的.这样可能效果会更好一些.

综合题是中考的最后一题,习惯上称为压轴题,主要考查学生的综合能力,体现试题的选拔功能.内容以函数、方程和几何图形的性质为主.题型不再是单一的以二次函数为主的综合题,主要有方案设计题,这类题考查学生观察分析动手等能力,比较贴近实际,贴近生活,使学生感受到数学来源于生活.实践操作题,此类考题是学生通过动手操作,将图形裁剪、拼接,平移、旋转、折叠,文字语言与符号语言和图形语言的转换等,探究发现知识之间的内在联系和一般性的规律,从中体验学习过程;二次函数应用题,题目背景涉及高空跳水、喷泉、烟火、涵洞、投篮、经济决策、商品利润的最值问题等,这类题目都来源于生活,又用于指导生活,能突出数学的实用价值.阅读理解题,此类考题难度并不大,内容一般是初中与高中衔接的知识,或者是用一种新的方法去解决数学问题,只要根据所供给的材料,通过观察、试验、归纳、类比等活动获得合理的猜想和结论,再去正确地运用即可.开放探究题要求学生通过探究,从变化中发现不变或类似结论,找到解决问题的通法、通式,此类试题能较好地考查学生的探究能力和创造能力.动态几何题,可能考查在坐标系中某一点或两点同时在某一图形的边上运动,或某条线进行平行移动,探索某一时间线段之间的特殊关系,探索点坐标的变换,探索面积变化等.这类试题不仅能考查学生的创新意识,而且能考查学生用运动变化的观点分析问题、解决问题的能力.

三、命题趋势

根据对近几年中考试题的分析,可以预见2010年中考数学命题总的趋势,是在考查数学知识与技能的基础上,将更加重视对数学思想方法的理解与应用、数学与现实联系的

考查,重视对获取数学信息能力以及“用数学”“做数学”的意识的考查.在题型设计、情境安排及问题设问方式等方面有更多的创新,开放型、应用型、信息获取型、实际操作型等新题型可能出现的更多,在题量和难度方面不会有多大变化.

1.继续重视对数学基础知识和基本技能的考查

数学基础知识和基本技能是中学数学的核心内容,各地中考试题都把“双基”放在突出的地位.《课标》指出:“学生的数学学习内容应当是现实的、有意义的、富有挑战的.”为此,估计2010年的试题将会在保持原有难度的基础上,稳中求变,变中求新.不会只考查“双基”积累了多少,而会更多地关注学生对所学知识的适当重组与整合,注重在新情境中考查对知识与技能的理解和在理解基础上的灵活应用,以唤起学生对国家、社会、生活等的关注,体现数学试题的教育功能和人文价值.“双基”试题源于教材,活于教材,不会求繁求难,也不会出偏出怪,而会更多地让学生思考、分析和运用.数感和符号感、空间观念、统计观念以及应用意识与推理能力仍将是考查的重点.

2.继续重视对“用数学”和“做数学”意识的考查

众所周知,数学来源于生活,又应用于生活.关注数学与现实的联系,培养学生的应用意识与解决问题的能力,是《课标》所倡导的基本理念之一.学生运用数学知识实际问题,仍将是2010年中考的重点内容.试题将进一步加强与社会实际和学生生活实际的联系,重视考查学生从一些简单的实际问题中抽象出数学模型的能力.试题将会继续结合社会热点,创设一些新情景来设计,如奥运与体育、航天科技、能源与环保、金融危机、食品卫生(如禽流感问题)、灾害预防(矿难、地震预防、沙尘暴等问题)、国际汽油涨价、新农村建设等,试题重在体现对分析问题的能力要求,不会人为地将问题复杂化.试题将会更加关注决策性应用问题,突出体现运用数学知识和方法分析问题和解决问题的能力要求,情景会更新,问题会更活,但在技巧和方法上要求不会过高,而把重心放在分析上.因此,同学们要更加关注生活、关注社会信息和社会发展,开阔视野、重视应用.

3.继续重视对数学思想方法和数学能力的考查

《标准》指出:“要关注数学知识之间的联系,还应关注数学与现实世界、与其他科学之间的联系”,“教师应帮助学生在自主探索和合作交流的过程中真正理解和掌握基本的数学知识与技能、数学思想和方法,获得广泛的数学活动经验”.数学思想方法是数学的灵魂,注重对数学思想方法的考查将成为中考命题的一个永恒命脉.为此,2010年的中考命题不仅关注数学知识之间的联系,体现知识之间的整合性,同时将更加渗透数学思想方法的考查.数学思想方法在教材中虽然没有专门的章节介绍,但却以数学知识为载体,渗透在初中数学的全过程之中,初中阶段需要掌握的数学思想主要有:化归(转化)思想、数形结合思想、分类讨论思想、

方程与函数思想、一般与特殊思想、统计以及建模思想等;基本方法主要有:换元法、配方法、待定系数法、消元法、降次法、比较法、列举法等.教师要引导学生在解题过程中提炼思想方法,重视“通法”,淡化“特法”.中考除考查基本的运算能力、空间想象能力、思维能力、分析问题和解决问题的能力外,还将强化对阅读理解能力、探究能力、创新能力和应用能力等的考查.

4.继续重视对学生学习方式和数学思考的考查

《课标》指出:“有效的数学学习活动不能单纯地依赖模仿与记忆,动手实践、自主探索与合作交流是学生学习数学的重要方式”,要求学生“能通过观察、实验、归纳、类比等获得数学猜想,并进一步寻求证据、给出证明或举出反例”.近几年各地的中考试题中都体现了对这种新型学习方式的考查,估计2010年也不例外.这类考题具有开放性、探究性、条件不定、结论未知、方法不一,通过给定资料让学生运用所学知识“再发现”,通过一种新颖的创新思维活动,解答所提出的问题,能给考生提供自由选择、自由想象、自由发挥、自主探索的空间,有利于考查学生的观察能力、阅读能力、思考能力、动手操作能力、探索发现能力、合情推理能力、归纳概括能力以及综合运用知识解决问题能力.因此,要特别关注实验操作型、阅读理解型、开放型、方案设计型、归纳型、猜想型、探索“存在”或“可能”型、动态型等试题,这种考查思维能力和动手能力的题目非常活跃,多年来已形成传统的压轴题.

5.继续体现《课标》的新理念,与新课程接轨

《课标》是教学的依据,也是中考命题的依据,中考题应充分体现《课标》的新理念、积极履行指挥棒的正效应使命.试题更加重视从文字、图形、数据等获取信息并作出合理决策和预测的能力的考查.试题不仅关注学生学习的结果,更加关注他们学习的过程与方法的评价,重视动手操作,以促进教学重视过程性目标的落实.试题不仅关注学生数学学习的水平,更加关注他们在数学活动中所表现出来的情感与态度,体现人文关怀,以学生为本,精心组织试卷,用心设计导语和提示语,缓解紧张气氛,给学生信心和动力.由于学生所处的文化环境、家庭背景和自身思维方式的不同,所以,试题更加关注学生的个性差异,体现多样化的学习需求,为学生提供试题选答的机会,体现学生是数学学习的主人.《课标》指出:“不同的人数学上得到不同的发展”,为此,试题将更加尊重学生的学习差异,开放评价标准,根据学生选择的试题给分,给有创新的答案加分,注重对学生“自我发展”能力的评价.《课标》指出:“学生的数学学习内容应当是现实的、有意义的、富有挑战性的”,因此,试题背景更具趣味性、现实性、挑战性、与相关学科知识的整合性.《课标》指出:“数学课程的设计与实施应重视运用现代信息技术,特别要充分考虑计算器、计算机对数学学习内容和方式的影响,大力开发并向学生提供更为丰富的学习资源”,所以,今后计算器有可能进入考场,体现现代信息技术的发展对数学教育的

重大影响. 另外, 繁杂的几何推理论证题在近几年的中考试题中已大大削弱, 取而代之的是观察与比较、操作与解释等新颖的几何考题, 统计与概率的考查力度在不断地加大. 这些在今后的中考命题中必然会得到充分的体现.

路线3·中考能力考查说明

纵观中考数学试题中对能力的考查, 在考查传统的运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力以及分析问题和解决问题能力的基础上, 又强化了对推理能力(特别是合情推理能力)、阅读理解能力、探索创新能力、数学应用能力、处理信息能力以及作为数学核心能力的思维能力的考查. 特别是把数学作为文化和培养“人”的一个不可分割的整体中的一个部分时, 对学生的情感、意志、毅力、价值观等非智力因素的考查, 也在中考试题中有所体现.

一、数学运算能力

近几年的中考试题中虽然没有了繁杂的运算, 但作为数学学科, 对运算还是有一定的要求. 主要有三个层次: 一是运算要熟练准确, 二是运算要简捷、迅速, 三是运算与推理相结合. 中考中因运算而失分的人比比皆是, 因此重视运算, 加强训练是十分必要的. 具体措施: 一是熟记数据, 有利运算. 如熟记 $1 \sim 20$ 的平方数, $1 \sim 10$ 的立方数, 常用的勾股数, 根号 2 或根号 3 的值, 等等, 在解题时能直接代入得出结论, 对数学运算是十分有利的. 二是掌握知识, 正确运算. 正确的运算源于对数学概念、公式、法则和定理的正确掌握. 如果不注意运算过程的依据以及正确、简洁的表达, 就会得到错误的结果. 如运用错误的公式 $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ 胡乱地运算, 结果能正确吗? 三是熟练技能, 迅速运算. 正确运算解决了一个“对”的问题, 在运算中还要解决一个“快”的问题, 做到快而又快, 就要求同学们熟练掌握实数、整式、分式、根式运算, 熟练因式分解、解方程与不等式, 熟练运用概念、性质、公式、法则等. 四是多法配合, 合理运算. 运算不仅要正确迅速, 还应当合理, 做到既对又快且巧, 合理化运算是一种简捷运算和巧妙运算, 它可以节省时间和精力, 由于避免了烦琐的运算, 所以更能减少错误. 数学中许多方法都能为运算服务, 通过整体代换、一题多解、数形结合、寻找规律、换序运算、活用公式和运算律以及构造法等, 都可实现合理化运算.

二、逻辑思维能力

《课标》指出: “数学教学中, 发展思维能力是培养能力的核心.” 所以近几年中考试题中对思维能力的考查比重加大, 题型也有所变化, 着重考查思维的合理性、深刻性、广阔性、灵活性、批判性、综合性. 初中阶段思维训练主要可从以下几方面进行. (1) 明确解题的方向, 合理选择解法, 培养学生思维的合理性. 选择解题方法很重要, 就像工匠选择精良的工具, 有了精良的工具, 工匠就能干好活儿. (2) 变更命题的表达形式, 培养学生思维的深刻性. 从一题多变中深入思

考, 抓住问题的核心, 揭示问题的根本原因及其结果, 掌握问题的发展规律, 使数学思维得到训练和发展, 加强这方面的训练, 可以使学生养成深刻理解知识的本质, 从而培养学生审题能力. (3) 寻求不同解题途径与思维方式, 即通过一题多解, 培养学生思维的广阔性. 对问题解答的思维方式不同, 产生解题方法各异, 这样训练有益于拓宽学生解题思路, 优化解题方法, 从而培养学生发散思维能力. (4) 变换几何图形的位置、形状和大小, 培养学生思维的灵活性、敏捷性. 引导学生把课本中的练习题多层次变换, 这样训练有益于打破思维定式, 富于联想, 能随机应变, 这不仅加强了知识之间联系, 又激发了学生学习兴趣, 达到既巩固知识又培养能力的目的. (5) 改变题目的条件和结论, 培养学生思维的批判性. 这样的训练可以克服学生静止、孤立地看问题的习惯, 促进学生对数学思想方法的再认识, 培养学生研究和探索问题的能力. (6) 多方思考, 发散思维, 培养学生思维的综合性. 数学题浩如烟海, 如果单纯用一种思维方式去思考, 有时将陷入困难地步, 同学们要善于从不同角度、不同方向思考问题, 培养发散思维和创新思维能力.

三、空间想象能力

想象能力对于初中生来说, 虽不是主要能力, 但我们不能失去培养它的时机. 在初中培养一定的想象能力, 不仅对初中学习有利, 而且也为高中学习打好基础. 复习阶段可以通过平面几何、函数图像、解直角三角形和某些应用题的学习, 初步培养想象能力. 近几年新教材中增加的内容也在中考试题中出现, 如正方体的展开与折叠, 切截, 立体图形的三视图等, 虽只是以中低档题型出现, 也应引起足够重视.

四、分析问题解决问题能力

由于《课标》非常明确地规定了对学生各方面能力的培养, 因此近年来中考试题在考查基础知识的同时, 强化了能力的考查. 运算能力、空间想象能力和逻辑思维能力是三个基本的数学能力, 分析问题和解决问题的能力属于更高的层次, 是一种综合能力, 如果把“三个基本的数学能力”比作混凝土, 那么“分析问题解决问题能力”就是钢筋, 混凝土虽然结实但经不起重压, 然而钢筋混凝土却坚固无比. 在复习阶段, 可通过应用性问题、探索性问题和综合性问题的训练提高分析问题解决问题能力. 由于能力取决于思想方法, 因此在备考中应将统领知识的数学思想方法概括出来, 加以理解和应用, 从而有利于他们深层次地去理解数学的核心内容, 增强他们分析问题解决问题的能力.

五、推理能力

推理是数学的基本思维方式, 也是人们学习和生活中经常使用的思维方式. 推理一般包括合情推理和演绎推理. 合情推理是从已有的事实出发, 凭借经验、直觉和灵感, 通过观察和比较、归纳和类比、估算和联想等思维形式推测某些结果, 是由特殊到一般的过程. 合情推理所得的结果具有偶然性, 但也不是完全凭空想象, 它是根据一定的知识和方法做

出的探索性的判断.合情推理的实质是“发现——猜想”,牛顿早就说过:“没有大胆的猜想就做出伟大的发现.”演绎推理是从已有的事实(包括定义、公理、定理、已知等)出发,按照规定的法则(包括逻辑和运算)验证结论,是由一般到特殊的过程.在解决问题的过程中,合情推理有助于探索解决问题的思路、发现结论;演绎推理用于验证结论的正确性,合情推理与演绎推理是相辅相成的.因此在数学学习中,既要强调思维的严密性,结果的正确性(演绎推理),也要重视思维的直觉探索性和发现性(合情推理).

六、阅读理解能力

数学是一门科学,也是一种文化,更是一种语言,是描述科学的语言,因此,数学阅读有别于一般阅读,它必须在符号语言、图形语言、文字语言间频繁转换,需要有较强的逻辑思维能力.阅读是人类社会生活中的一项重要活动,是人们认识世界和获取知识的重要手段.现代教育提倡从学会到会学,就是要培养学生的自学能力.自学能力是各种能力中最重要的能力,而阅读是自学的主要形式,自学能力的核心是阅读能力.随着社会的发展,科学技术的进步及“社会的数学化”,没有良好的数学阅读基本功是不行的.阅读的方法一般有:(1)提纲挈领法.就是把学习材料进行梳理和归类,整理成问题的形式,引导学生阅读.(2)咬文嚼字法.就是对数学概念、性质、法则、公式以及解题方法、操作步骤中的遣词用字、表达方式进行反复推敲,准确把握知识的内涵.(3)融会贯通法.新旧知识之间总保持着某种内在的联系,而这种联系直接关系到学生认知结构的形成.阅读时,要从一定的高度去认识新知识,融会贯通地深入思考,避免只言片语的肤浅印象,减少思维的盲目性,真正理解教材所包含的严密的逻辑关系,并促使学习方法从单向平面化向多元立体化转变.(4)阅读要动口、动手、动脑,即阅读时,要手脑并用,读写结合,展开思维,提高效率.通过数学阅读,可满足学生的求知欲,树立良好的自信心,获得关于身边世界的数学理解,培养学生科学思维能力,习得科学的学习方法,提高学生的数学语言理解与交流能力.

七、探索创新能力

《课标》指出:“有效的数学学习活动不能单纯地依赖模仿与记忆,动手实践、自主探索与合作交流是学生学习数学的重要方式”,“通过义务教育阶段的数学学习,学生能够具有初步的创新精神和实践能力”.因此在数学学习中,首先要设置恰当的问题情景,激发学生的创新意识.创新意识指对提供的信息、情境和设问,选择有效的方法和手段收集,综合与灵活地应用所学的数学知识、思想和方法进行独立的思考、探索和研究,提出解决问题的思路,创造性地解决问题.其次要鼓励学生质疑.学贵有疑,有疑才能促进学生去探究,有探究才有创造.质疑是思维的火花,是创新的源头.教师要适时提出适宜的问题激发学生质疑,引导学生寻根追底,发表不同的见解,从而培养他们的探究能力.第三要重视动手

操作.动手操作是一种发展学生创新思维的有效手段.因此,教师要充分挖掘教材中的创新思维因素,让学生动手拼一拼、摆一摆、量一量、折一折、剪一剪、画一画、想一想、说一说,给学生提供尽可能多的动手、动脑、动口机会,调动他们多种感官同时发挥作用.学生只有通过自己的实践,才能真正对所学知识达到领悟、理解和掌握.第四要加强合作交流.教师要给学生创造合作学习的机会,大胆提出自己的见解,展开不同意见的争论,打破盲目顺从,迷信书本,被动听、被动答的局面,敢于向权威挑战.鼓励学生标新立异,另辟蹊径,大胆猜想,不受思维定式等心理因素的干扰,发挥其思维的流畅性、变通性.这样学生通过相互交流,对自我有一个更加全面的了解,不仅体现了以学生为主体,而且有利于培养学生的探索创新能力.

八、应用能力

应用能力实质是数学建模能力.数学建模就是灵活地、综合地运用所学的知识处理和解决实际问题.数学建模主要包括两个方面:一是能够对提供的信息资料进行归纳、整理和分类,将实际问题抽象为数学问题,建立数学模型;二是应用相关的数学工具处理这个模型,即运用数学方法解决问题并加以验证,并能用数学语言正确地表述说明.数学建模作为联系数学和外部世界的中介和桥梁,对于体现数学的应用价值、发挥数学的社会化功能、提高公民的数学素质显得特别重要.数学建模在充分体现数学的应用价值的同时,能更好地培养学生应用数学的意识,促使学生的数学素质得到全面的提高.

九、信息处理能力

信息处理能力实际上就是把信息转化为知识并加以应用和创造的一种能力.《课标》指出:“数学可以帮助人们更好地探求客观世界的规律,并对现代社会中大量纷繁复杂的信息作出恰当的选择与判断,同时为人们交流信息提供一种有效、简捷的手段.数学作为一种普遍适用的技术,有助于人们收集、整理、描述信息,建立数学模型,进而解决问题,直接为社会创造价值”.从中不难看出信息处理在数学应用中的重要性,所以近几年在中考试题中加大了对这方面的考查力度.因此在教学过程中,要重视培养学生信息处理的能力.培养学生信息处理能力的关键在于:让学生明确信息处理能力的基本要求:①寻找、选择、归纳、整理、储存、记忆各种有用的信息;②将所获得的信息分析综合、抽象概括,言简意赅地从一种表达形式转变为另一种表述形式,即从了解到理解;③针对问题选择、重组、应用已有的信息,独立地解决该问题;④正确地评价信息,比较几种方法的优缺点,看出他们各自的特点、适用的场合以及局限性;⑤利用信息作出新的预测和假设;⑥能够从信息看出变化的趋势、变化模式并提出变化的规律.

例 有一种螃蟹,从海上捕获后不放养最多只能存活两天,如果放养在塘内,可以延长存活时间,但每天也有一定数

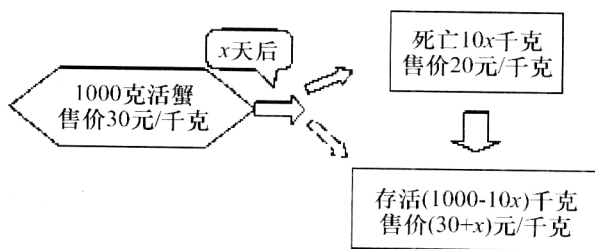
量的蟹死去,假设放养期内的个体重量基本保持不变,现有一经销商,按市场价收购了这种活蟹 1000 千克放养在塘内,此时市场价为每千克 30 元,据测算,此后每千克活蟹的市场价每天可上升 1 元,但是放养一天需各种费用支出 400 元,且平均每天还有 10 千克蟹死去,假定死蟹均于当天全部售出,售价都是每千克 20 元.

(1) 设 x 天后每千克活蟹的市场价为 p 元,写出 p 关于 x 的函数关系式;

(2) 如果放养 x 天后将活蟹一次性出售,并记 1000 千克蟹的销售总额为 Q 元,写出 Q 关于 x 的函数关系式;

(3) 该经销商将这批蟹放养多少天后出售可获最大利润(利润 = 销售总额 $\times$ 收购成本 $\times$ 费用)? 最大利润是多少?

分析: 解该题的关键是把握信息,并进行加工处理. 可以通过下图所示的网络逐一剖析,蟹的质量与价格分别有三种不同的存在形式:收购的活蟹的质量与价格、放养 x 天后死蟹与活蟹的质量与价格. 加上对放养费用的考虑即构成一个完整的价格体系,不难建立起相应的数学模型,从而解决问题.



路线4·中考常见题型分析

选择题属于客观性试题,题目短小精悍,具有概念性强、适应性强、解法灵活、答案简明等特点. 选择题由条件和若干个结论组成,具有一定的迷惑性,主要考查学生的判断能力和比较能力. 中考数学题一般采用单选题,解答的方法主要有:(1)直接法. 利用概念、规律和事实直接计算推理判断确定正确选项;(2)排除法. 如果不能完全肯定某一选项正确,可以肯定哪些选项一定不正确,先把它排除掉,最后余下的一个选项就是正确的答案;(3)特值法. 用特殊值代替题目中的字母,通过计算推理作出判断,便可选出正确选项,因为一般情况下正确的答案,特殊情况下也正确;(4)验证法. 把所有选项逐一代入原题进行检验,从而选出正确的答案;(5)图解法. 利用已知条件作出图象(或图形),再根据图形的作法和性质作出判断,从而选出正确的答案;(6)估算法. 无需计算,只要以正确的算理为基础,借助合理地观察、比较、判断和推理等,进行简单的估算,即可准确、迅速地选出答案. 如果这些方法都行不通,还可合情合理的猜想,一定不要缺答. 解选择题有速度要求,因此不要一味地按常规,固定地采用直接法,而是要灵活运用多种方法,提高解题的速度

和准确性.

例1 已知一元二次方程 $x^2 + 2mx + 6n = 0$ 有实数根,其中 m, n 都是奇数,那么它的根一定是 ().

(A) 奇数 (B) 偶数 (C) 分数 (D) 无理数

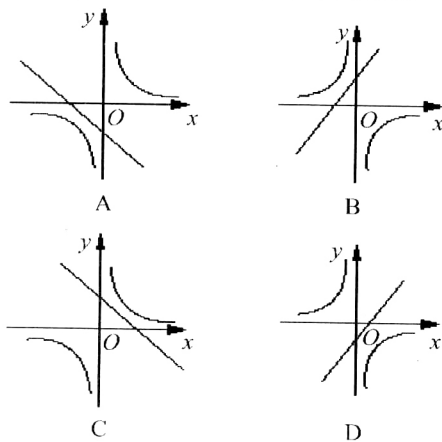
解: 用特值法解较易,设 $m = 3, n = 1$, 原方程变为 $x^2 + 2mx + 6n = 0$, 解得 $x = -3 \pm \sqrt{3}$, 故选(D).

例2 若方程 $(m^2 - 1)x^2 - \frac{1}{m+1}x + 2 = 0$ 是关于 x 的一元一次方程,则 m 的值是 ().

(A) 0 (B) -1 (C) 1 (D) ± 1

解: 用验证法解,当 $m = 0$ 时,原方程变为 $-x^2 - x + 2 = 0$, 不是一次方程. 当 $m = -1$ 时,原方程无意义. 当 $m = 1$ 时,原方程变为 $-\frac{1}{2}x + 2 = 0$, 符合题意,故选(C).

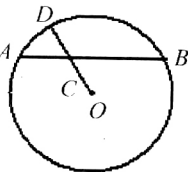
例3 如图,当 $k > 0$ 时,函数 $y = -k(x+1)$ 和 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), 在同一平面直角坐标系中的图象大致为 ().



解: 用排除法解,因为 $k > 0$, 根据反比例函数的图象可排除(B)和(D),再由一次函数的图象可排除(C),故选(A).

例4 如图, AB 为 $\odot O$ 的弦, C 是 AB 上一点,且 $BC = 2AC$, 连接 OC 并延长交 $\odot O$ 于 D , 若 $OC = 3, CD = 2$, 则圆心 O 到 AB 的距离 d 是 ().

- (A) $6\sqrt{2}$ cm
(B) $(9 - 2\sqrt{2})$ cm
(C) $\sqrt{7}$ cm
(D) $(8 - 3\sqrt{2})$ cm



解: 此题用直接解法有一定的难度,因为圆心 O 到 AB 的距离 d 一定小于斜边 OC , 即 $d < 3$, 所以通过对各选项进行估算,可知(A)、(B)、(D)均大于3,故应选(C).

填空题与选择题一样,具有题目短小精悍,考查目标集中明确,解法灵活、答案简明等特点,还有本身的特点,没有备选答案,不要求书写思考过程或计算过程,所以需要有较高的判断能力和准确的计算能力. 每一题只有满分和零分两

个评分标准,因此,概念性问题的答案一定要确切、简练;计算性的问题答案千万要准确,包括数字的位数、单位、正负号等;比例性的答案不能前后颠倒,必须按先后顺序书写;答案不唯一的题,需认真思考,分类讨论,考虑全面;结果需取舍的题,要全面作答,小心谨慎,合理取舍. 填空题常用的解法有:直接法、特值法、图解法、整体代入法、观察法、构造法、合理猜想法等. 解填空题除掌握必要的解法外,还应重视一些解法技巧,如整体代入、设而不求、活用定义、巧用公式等,以此达到“正确、合理、迅速”的求解.

例5 将进货单价为70元的某种商品按零售价100元一个出售时,每天能卖出20个,若这种商品的零售价在一定范围内每降价1元,其日销量就增加1个,为了获得最大利润,则应降价_____元.

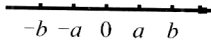
分析:直接从已知条件出发,进行运算或推理,就可求得正确的结论. 设每个商品降价 x 元,利润为 y 元,则 $y = (100 - x)(20 + x) - 70(20 + x) = -(x - 5)^2 + 625$,

$\therefore$ 当 $x = 5$ 时, y 取最大值, $\therefore$ 答案应填5元.

例6 若代数式 $2x^2 + 3x + 7$ 的值为8,则代数式 $4x^2 + 6x - 9$ 的值是_____.

分析:用整体代入法解. 先观察系数2,3及4,6,发现它们对应成比例,故将 $2x^2 + 3x$ 看成一个整体,求出 $2x^2 + 3x = 1$,代入 $4x^2 + 6x - 9$ 中得 $2(2x^2 + 3x) - 9 = 2 \times 1 - 9 = -7$, $\therefore$ 答案应填-7.

例7 如果 a, b 都是正数,且 $a - b < 0$,那么 $a, b, -a, -b$ 从小到大的排列顺序是_____.

分析:利用“数轴上两个点所对应的数,右边的总比左边的大”,借助图解法求解. 由 $a - b < 0$,知  $0 < a < b$,在数轴上先表示出 a, b ,然后找出它们的相反数,由图可知,答案应填 $-b < -a < a < b$.

例8 平移抛物线 $y = x^2 + 2x - 8$,使它经过原点,写出平移后抛物线的一个解析式_____.

分析:采用构造法求解,由题意构造平移后抛物线的一个解析式为 $y = x^2 + 2x - 8 + a$, $\therefore$ 它经过原点, $\therefore x = 0$ 时, $y = 0$,则 $a = 8$, $\therefore$ 答案应填 $y = x^2 + 2x$.

方案设计题是近年兴起的一种新题型,它的特点是题中给出几种方案让学生通过计算选取最佳方案,或给出设计要求,让考生自己设计方案,这种方案有时不止一种,因而又具有开放型题的特点. 此种题型主要考查学生的数学应用意识、动手操作能力和实践能力,是学为之用的教改精神的具体体现,这类题目不仅要求学生要有扎实的数学双基知识,而且要能够把实际问题中所涉及的数学问题转化、抽象成具体的数学问题,命题的背景广泛,学生自由施展才华的空间大,是中考热点之一.

例9 某商店需要购进一批电视机和洗衣机,根据市场调查,决定电视机进货量不少于洗衣机的进货量的一半,电视机与洗衣机的进价和售价如下表:

类 别	电视机	洗衣机
进价(元/台)	1800	1500
售价(元/台)	2000	1600

计划购进电视机和洗衣机共100台,商店最多可筹集资金161800元.

(1)请你帮助商店算一算有多少种进货方案?(不考虑除进价之外的其他费用).

(2)哪种进货方案待商店销售购进的电视机与洗衣机完毕后获得利润最多?并求出最多利润.(利润=售价-进价).

解:(1)设商店购进电视机 x 台,则购进洗衣机 $(100 - x)$ 台,根据题意,得
$$\begin{cases} x \geq \frac{1}{2}(100 - x), \\ 1800x + 1500(100 - x) \leq 161800. \end{cases}$$
解不等式组,得 $33 \frac{1}{3} \leq x \leq 39 \frac{1}{3}$. 即购进电视机最少34台,最多39台,商店有6种进货方案.

(2)设商店销售完毕后获利为 y 元,根据题意,得 $y = (2000 - 1800)x + (1600 - 1500)(100 - x) = 100x + 10000$. $\therefore 100 > 0$,

$\therefore$ 当 x 最大时, y 的值最大. 即当 $x = 39$ 时,商店获利最多为13900元.

阅读理解题是近几年出现的一种新题型,这种题型一般篇幅较长、内容丰富、超越常规,源于课本,高于课本,不仅考查学生的阅读能力(即自学能力),而且综合考查学生的数学意识和数学综合能力,尤其侧重于考查学生的数学思维能力和创新意识,此类题目能够帮助学生实现从模仿到创造的思维过程,符合学生的认知规律. 这类题目的结构一般为:给出一段阅读材料,学生通过阅读,将材料所给的信息加以搜集整理,在此基础上,按照题目的要求进行推理解答. 阅读理解题一般不难,但难以解答准确,对考生来说,必须有扎实的基本功.

例10 阅读理解一元二次不等式 $6x^2 - x - 2 > 0$ 解法.

解: $6x^2 - x - 2 = (3x - 2)(2x - 1) > 0$, 所以 $(3x - 2)(2x - 1) > 0$,

由有理数的乘法法则“两数相乘,同号得正”得

$$(1) \begin{cases} 3x - 2 > 0 \\ 2x - 1 > 0 \end{cases} \text{ 或 } (2) \begin{cases} 3x - 2 < 0 \\ 2x - 1 < 0 \end{cases}$$

解不等式组(1)得 $x > \frac{2}{3}$, 解不等式组(2)得 $x < -\frac{1}{2}$.

所以 $(3x - 2)(2x - 1) > 0$ 的解集为 $x > \frac{2}{3}$ 或 $x < -\frac{1}{2}$.

阅读后解答:(1)求分式不等式 $\frac{5x+1}{2x-3} < 0$ 的解集.

(2)通过阅读例题和解答(1),你学会了什么知识和方法?

解:(1)由有理数除法法则“两数相除,异号得负”有:

$$\textcircled{1} \begin{cases} 5x+1 > 0 \\ 2x-3 < 0 \end{cases} \text{ 或 } \textcircled{2} \begin{cases} 5x+1 < 0 \\ 2x-3 > 0 \end{cases} \text{ 解} \textcircled{1} \text{ 得 } -\frac{1}{5} < x < 2,$$

解不等式组②无解.

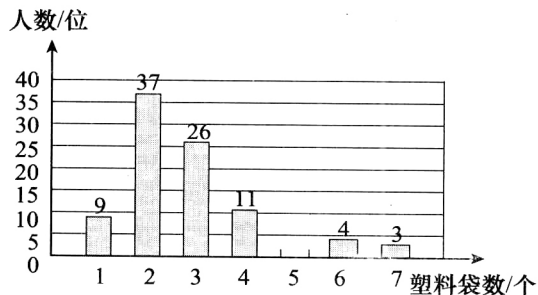
所以原不等式的解集为 $-\frac{1}{5} < x < 2$.

(2)由此学会了一元二次不等式和分式不等式的一种解法.

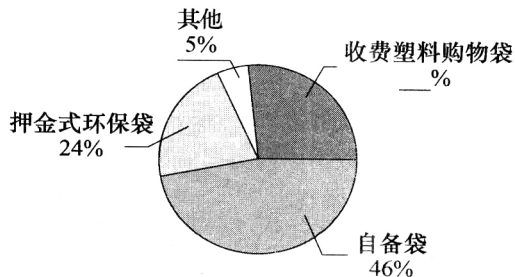
图表信息题就是根据文字、图象、图表等给出的数据信息,进而依据这些给出的信息,通过整理、分析、合成、提取、加工等手段解决的一类实际问题.这类题目的图象(表)信息量大,大多数条件不是直接告诉,而是以图象(表)形式映射出来,较为隐蔽,解答它不仅要有扎实的数学基础知识,而且要有较强的读图(表)、识图(表)、分析图(表)的能力.解答此类题时,首先要仔细阅读题目所提供的材料,从中捕捉有关信息(如数据间的关系与规律图象的形状特点、变化趋势等),然后对这些信息进行加工处理,并联系相关数学知识,从而实现信息的转换,使问题顺利获解.由于此类问题命题背景广泛、蕴含知识丰富,突出对学生收集、整理与加工信息能力的考查,近年来常在各地的中考试卷中频繁出现.

例 11 为减少环境污染,自 2008 年 6 月 1 日起,全国的商品零售场所开始实行“塑料购物袋有偿使用制度”(以下简称“限塑令”).某班同学于 6 月上旬的一天,在某超市门口采用问卷调查的方式,随机调查了“限塑令”实施前后,顾客在该超市用购物袋的情况,以下是根据 100 位顾客的 100 份有效答卷画出的统计图表的一部分:

“限塑令”实施前,平均一次购物使用不同数量塑料购物袋的人数统计



“限塑令”实施后,使用各种购物袋的人数分布统计图



“限塑令”实施后,塑料购物袋使用后的处理方式统计表

处理方式	直接丢弃	直接做垃圾袋	再次购物使用	其他
选该项的人数占总人数的百分比	5%	35%	49%	11%

请你根据以上信息解答下列问题:

(1)补全图 1,“限塑令”实施前,如果每天约有 2000 人次到该超市购物.根据这 100 位顾客平均一次购物使用塑料购物袋的平均数,估计这个超市每天需要为顾客提供多少个塑料购物袋?

(2)补全图 2,并根据统计图和统计表说明,购物时怎样选用购物袋,塑料购物袋使用后怎样处理,能对环境保护带来积极的影响.

解:(1) $100 - (9 + 37 + 26 + 11 + 4 + 3) = 100 - 90 = 10$.

“限塑令”实施前,平均一次购物使用不同数量塑料购物袋的人数统计图

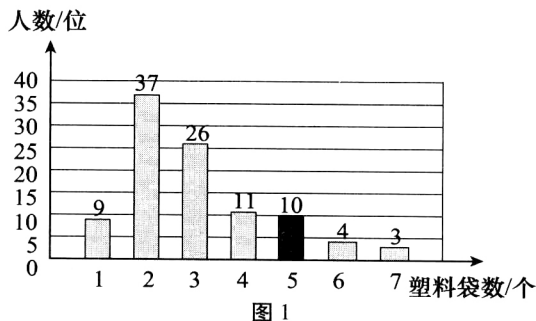


图 1

“限塑令”实施后,使用各种购物袋的人数分布统计图

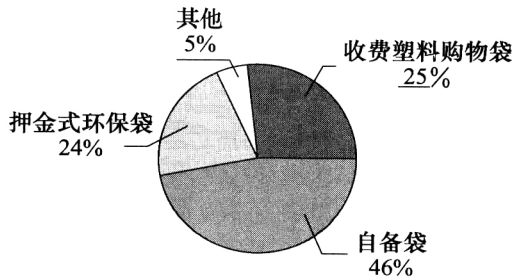


图 2

$$\frac{9 \times 1 + 37 \times 2 + 26 \times 3 + 11 \times 4 + 10 \times 5 + 4 \times 6 + 3 \times 7}{100} =$$

$$\frac{300}{100} = 3 (\text{个}).$$

这 100 位顾客平均一次购物使用塑料购物袋的平均数为 3 个.

$2000 \times 3 = 6000$. 估计这个超市每天需要为顾客提供 6000 个塑料购物袋.

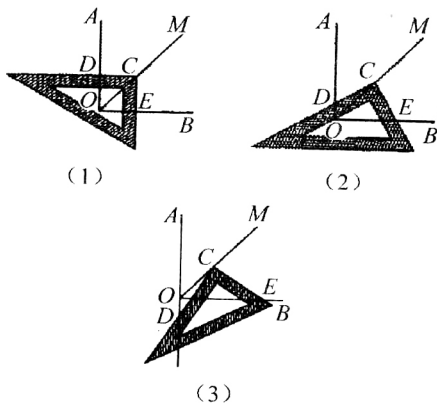
(2)使用收费塑料购物袋的人数所占百分比为 25%.

由图 2 和统计表可知,购物时应尽量使用自备袋和押金式环保袋,少用塑料购物袋;塑料购物袋应尽量循环使用,以便减少塑料购物袋的使用量,为环保作贡献.

实验操作题是指学生通过动手测量、作图(象)、取值、计算等实验,猜想获得数学结论的探索研究性活动,这类活

动完全模拟以动手为基础的手脑结合的科学研究形式,需要动手操作、合情猜想和验证,不但有助于实践能力和创新能力的培养,更有助于养成实验研究的习惯,符合新课程标准特别强调的发现式学习、探究式学习和研究式学习,鼓励学生进行“微科研”活动,积极引导从事实验活动,培养学生乐于动手、勤于实践、勇于探索的意识和习惯,切实提高学生的动手能力和实践能力.因此,实验操作题将成为今后中考的热点题型.

例 12 操作:已知 $\angle AOB = 90^\circ$, 在 $\angle AOB$ 的平分线 OM 上有一点 C , 将一个三角板的直角顶点与 C 重合, 将三角板绕点 C 旋转, 三角板的两条直角边分别与 OA 、 OB (或它们的反向延长线) 相交于点 D 、 E . 图(1)、(2)、(3) 是旋转三角板得到的图形中的其中三种.



探究: (1) 当三角板绕点 C 旋转到 CD 到 OA 垂直时 (如图 1), 线段 OD 、 OE 和 OC 之间有数量关系: $OD + OE = \sqrt{2}OC$. 利用图(1)证明.

(2) 当三角板绕点 C 旋转到 CD 与 OA 不垂直时, 在图(2)、图(3)这两种情况下, 上述结论是否还成立? 若成立, 请给予证明; 若不成立, 线段 OD 、 OE 和 OC 之间又有怎样的数量关系? 请写出你的猜想, 不需证明.

解: (1) 证明: $\because CD \perp OD$, OM 是 $\angle AOB$ 的平分线 $\therefore \triangle CDO$ 是等腰直角三角形, $\therefore OE = CD$, $\therefore OD^2 + OE^2 = OC^2$, $2OD^2 = OC^2$, $2OD = \sqrt{2}OC$, $\therefore OD + OE = \sqrt{2}OC$.

(2) 图(2)的结论: $OD^2 + OE^2 = OC^2$.

证明: 过 C 分别作 OA 、 OB 的垂线,

垂足分别为 M 、 N , $\triangle CMD \cong \triangle CNE$, $DM = EN$, $OM = OD + DM$, $ON = OE - EN$, 又 $OM + ON = \sqrt{2}OC$, 即 $OD + DM + OE - EN = \sqrt{2}OC$, $\therefore OD + OE = \sqrt{2}OC$.

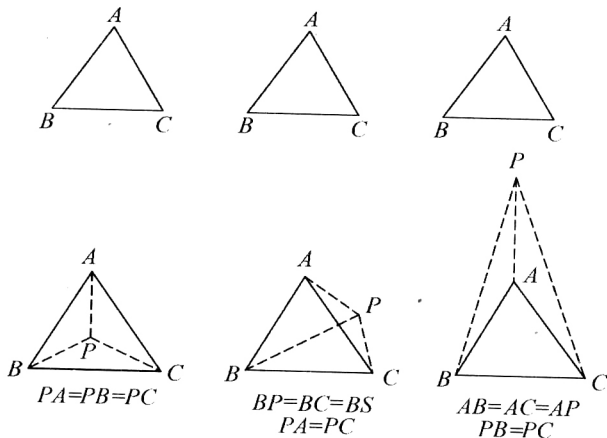
图(3)结论: $OE - OD = \sqrt{2}OC$.

开放型试题是相对于传统的条件完备、结论正确的封闭题型而言的, 常见的类型有条件开放题, 即条件不完备, 可以是变化的问题; 结论开放题, 即无固定结论或结论较多的问

题; 解题策略开放题, 即可以采用多种思想方法和途径去解决的问题. 这些问题被认为是当前培养创新意识、创造能力的最富有价值的数学问题. 开放型试题重在开发思维, 促进创新, 提高数学素养. 这符合新课标要求. 开放题的特征很多, 如条件的不确定性, 结构的多样性, 思维的多向性, 解答的层次性, 过程的探究性, 知识的综合性, 情景的模拟性, 内涵的发展性等, 学生通过多角度、多侧面、多层次地积极探究, 运用观察、比较、分析、综合、抽象、概括等方法得出结论, 这对培养学生探索创新能力十分有利.

例 13 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 找一点 P 使 $\triangle PAB$ 、 $\triangle PAC$ 、 $\triangle PBC$ 都是等腰三角形, 请分别在下列三个图形中画出点 P 的位置, 并分别注明哪些线段相等.

解:



探索发现题是指命题中缺少一定的题设或未给出明确的结论, 需要经过推断、补充并加以证明的命题, 它不像传统的解答题或证明题, 在条件和结论给出的情景中只需进行由因导果或执果索因的工作, 从而定格于“条件——演绎——结论”这样一个封闭的模式之中, 而是必须利用题设大胆猜想、分析、比较、归纳和推理. 探索发现题可以分为如下类型: ①结论探索型, 由条件去探索不明确的结论; ②条件探索型, 由结论去探索未给予的条件; ③规律探索型, 探索发现有关数学对象所具有的规律性或不变性的问题; ④存在探索型, 根据一定的条件, 探索发现某种数学关系是否存在. 探索是人类认识客观世界过程中最生动、最活跃的思维活动, 探索性问题存在于一切学科领域之中, 在数学中则更为普遍. 所以在教学中要注意引导学生去探索发现.

例 14 已知下列等式:

- ① $1^3 = 1^2$;
- ② $1^3 + 2^3 = 3^2$;
- ③ $1^3 + 2^3 + 3^3 = 6^2$;
- ④ $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 10^2$;
- ...

由此规律知, 第 n 个等式是 _____.

解: 第 n 个等式是 $1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = (1 + 2 + \cdots + n)^2$.