

JIYU "HWW FENXIFA" DE FULIYE BIANHUAN JIEXI

◎ 刘里鹏 / 著

基于“HWW分析法” 的傅里叶变换解析



华中科技大学出版社

<http://www.hustp.com>

● 刘里鹏 / 著

基于“HWW分析法” 的傅里叶变换解析



华中科技大学出版社
中国·武汉

图书在版编目(CIP)数据

基于“HWW 分析法”的傅里叶变换解析/刘里鹏 著. —武汉:华中科技大学出版社,2009 年 12 月

ISBN 978-7-5609-5879-8

I. 基… II. 刘… III. 傅里叶变换-研究 IV. O174·22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 227231 号

基于“HWW 分析法”的傅里叶变换解析

刘里鹏 著

策划编辑:冯传禄

责任编辑:王汉江

责任校对:张琳

封面设计:刘卉

责任监印:周治超

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87557437

录排:武汉佳年华科技有限公司

印刷:华中科技大学印刷厂

开本:787mm×960mm 1/16

印张:9

插页:3

字数:162 000

版次:2009 年 12 月第 1 版

印次:2009 年 12 月第 1 次印刷

定价:16.80 元

ISBN 978-7-5609-5879-8/O·518

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

内 容 简 介

傅里叶变换这一知识点往往让学习者感觉头疼,觉得它抽象难懂。本书阐述与传统思维 and 教育的“WWH 分析法”完全相反的“HWW 分析法”,并采用该方法对傅里叶变换进行详细地全新解析。本书试图弥补相关教材和教学中存在的诸多不足,适合具有一般高等数学基础的学生和老师参考。此外,本书中提到的学习和教育方法可以供相关教育人士参考。

前言

20 世纪初,爱因斯坦(Albert Einstein, 1879—1955)就曾多次说过“现在随便一个学科的分支就能够花费我毕生的时间和精力……”。那时候的科学知识已经丰富到我们很难想象的地步,更不用说大约一个世纪后的今天了。

本书的“附录 1”用简单的鱼骨型草图勾勒出目前我国大学里主要一级学科的分类,接近 60 门一级学科又产生出二级学科和三级学科。图中,我们简单展开了数学、力学和化学等一级学科后可以看到众多的二级学科,再展开一些二级学科如流体力学和物理、化学等又可以看到分支很多的三级学科。由于纸张限制很难都一一展开(图中的“加号”表示可以进一步展开),但是仅仅这些足以让人感叹知识星空的浩瀚无穷。

我们用“知识大爆炸”、“学科大爆炸”来形容目前面临的现状一点也不过分,如果把科学比作是一棵大树的话,那么这棵大树已经足够粗壮和根深叶茂,而且异常旺盛的生命力促使着它还在疯狂地生根发芽。现代学科的发展正体现出越来越强烈的非平衡混沌的特征,就像是当大树的枝丫足够多的时候乍一看是一片茫然。由此自然而然就产生了很多问题,比如:

◇ 学科发展面临的现状、困境及走出困境的方法是什么? 学科的发展有没有危机? 学科大树会不会枯萎?

◇ 学科产生的一般规律是什么? 学科发展的动力是什么? 它的基本特征又是什么?

◇ 科技如此发达的今天我们幸福吗? 我们获得了什么? 同时又失去了什么?

◇ 路在何方? 如何走?

本书的主要目的之一即为尽量解决上面提到的问题,而为了更好地说明其中的规律和方法,笔者需要找到一个平台或者实例。正如书名告诉大家的一样,笔者选择的这个平台就是傅里叶变换,其实完全可以随便找一个知识点,但是为什么偏偏选择傅里叶变换呢?

主要原因大概是这样的:笔者曾经打算用一种全新的方式专门写一本关于傅里叶变换的书籍,就像笔者的处女作《从割圆术走向无穷小——揭秘微积分》那样。大二学习傅里叶变换时,我的很多同学都抱怨老师没有把傅里叶变换讲清楚,看了很多书仍然觉得它抽象难懂。他们“调侃”我,“你已经揭秘了微积分,能不能再写一本书揭秘傅里叶变换呀?”此外,笔者还曾经设想开辟“学科哲学”这样一个分支进行刚才提到的学科问题的研究。然而时间和精力的有限,让我试图把两本书结合在一起,这

大概是本书的来源。由此再看书名不会觉得那么奇怪了吧。

看到这里,读者可能会感觉这本书应该比较晦涩难懂。而事实上,笔者最乐于用通俗易懂的语言讲述比较抽象和看似很“学术性”的知识。然而在“通俗”和“抽象”、“活泼”和“严肃”、“易懂”和“深刻”、“科普”和“教材”中找到一个平衡点确实不简单,笔者也一直在努力寻找着达到此效果所需要的最合适的方式和语言。

本书的写作参考了很多资料,包括一些书籍和论文。主要参考文献附于本书之后,在此向这些资料的作者或者译者表示真诚的感谢!这是笔者的第三本书,而且都是在暑假完成的。这三本书都离不开我的爸爸、妈妈和姐姐的默默支持与鼓励。张荣老师、熊蕊老师、刘玉老师等先后审阅了本书的初稿,提出了很多宝贵的意见。而在本书正式定稿前,笔者曾多次向身边的同学介绍过本书的主要内容尤其是“HWW 分析法”,他们也曾提出过很多很好的问题,这有助于笔者在定稿之前对书中的相关内容进行修正和完善。在此向一直支持我的亲人们、老师们和同学们表示深深的感谢!

此外,本书作为专著出版得到国家大学生创新性实验计划项目的资助(项目编号:2009074),得到华中科技大学电气学院的大力支持。在此也一并表示深深感谢!

由于笔者水平有限,错误和不当之处在所难免,关于本书的任何问题、意见或者建议都可以通过 E-mail: lipeng.lew@gmail.com 与我联系,“独立之精神,自由之思想”,欢迎大家批评指正。

我的大学校长、中国工程院院士李培根在百忙之中抽出时间为本书题词“九万里风鹏正举”,我想这不仅反映了他对本科生的关心,也是对我本人的极大鼓励。本书的写作离不开学校的培养,我将怀着感恩的心情继续前行,我将一直奋斗在科学研究的路路上。

刘里鹏

2009年8月

目 录

上 篇

第 1 章 引言:我们一直在倒着走?!	(3)
1.1 老路? 套路? 死路?	(3)
1.2 新路? 正路? 活路?	(4)
拓展阅读 未来可以预测吗?	(7)

中 篇

第 2 章 引例:问题的提出	(13)
2.1 从“PS 高手”到“PS 全才”	(13)
2.2 从“人机大战”到“人机对话”	(15)
2.3 从“同素异形”到“同分异构”	(17)
2.4 从“火眼金睛”到“真假美猴王”	(21)
2.5 从“微分积分”到“加减乘除”	(23)
拓展阅读 没有共振,世界能存在吗?	(24)
第 3 章 最大胆的设想	(27)
3.1 怎么办?	(27)
3.2 为什么?	(30)
3.3 是什么?	(33)
拓展阅读 分形产生世界,变换创造文明(上)	(38)
第 4 章 最优美的变换	(44)
4.1 怎么办?	(44)
4.2 为什么?	(45)
4.3 是什么?	(47)
拓展阅读 分形产生世界,变换创造文明(下)	(53)
第 5 章 最完美的结合	(60)
5.1 怎么办?	(60)
5.2 为什么?	(63)
5.3 是什么?	(69)
拓展阅读 从面向过程到面向对象(上)	(73)

第 6 章 最巧妙的加速	(79)
6.1 怎么办?	(79)
6.2 为什么?	(80)
6.3 是什么?	(86)
拓展阅读 从面向过程到面向对象(中)	(94)
第 7 章 最广泛的应用	(100)
7.1 为什么?	(100)
7.2 应用一瞥:测频	(101)
7.3 应用一瞥:测响应	(102)
7.4 更多的应用期待你的发现	(104)
拓展阅读 从面向过程到面向对象(下)	(106)

下 篇

第 8 章 随想:敢问路在何方	(113)
8.1 学科哲学的抛砖引玉	(113)
8.2 “百科全图”的引玉抛砖	(114)
8.3 敢问路在何方	(117)
拓展阅读 傅里叶变换的局限性和小波变换	(118)
附录 1 一级学科分类草图	(122)
附录 2 常见函数的变换性质	(123)
附录 3 本书中使用计算机软件的部分源程序及结果	(125)
参考文献	(133)
后记	(136)



上篇

在本书的简介中，笔者首先提到了“HWW分析法”。该方法可以作为学科分析的基本方法，笔者也是按照这种方法来详细剖析傅里叶变换的。而上篇所包含仅仅一章的内容，即为详细阐述这一分析方法的来源和具体细节，其中精心安排的拓展阅读趣味性地讲解了混沌与分形的理论，算作是对后续内容的一点小小的铺垫吧。



第1章 引言：我们一直在倒着走？！

1.1 老路？套路？死路？

记得高一政治课学的是政治经济学，当时笔者的老师总是按照“是什么(What)”、“为什么(Why)”和“怎么办(How)”这三大块来安排教学。每节课首先介绍经济学中的一些基本概念，比如“什么是商品”，“什么是通货膨胀”，等等；然后再分析经济学中的基本规律，比如“什么是价值规律”，“一个国家的进出口情况怎么影响该国的利率”，等等；最后提出经济学中尤其是高考中常见的问题，接着运用刚才讲述的基本概念和规律来解决这些问题。我们姑且把这种分析方法称为“WWH 分析法”。

这大概就是笔者第一次系统接触“WWH 分析法”的课堂经历，也是笔者开始意识到这一方法的巧妙和作用之大。确实，这样讲解知识和分析问题会让你的思路比较清晰，就像盖房子一样，一层一层地铺垫最后“封顶”。读者可以随便问一个问题，笔者敢肯定这个问题逃不出“是什么”、“为什么”和“怎么办”的范畴。而在回答一些比较模糊的问题时，我们需要首先弄清这个问题具体是属于其中的哪一个。

让笔者感到吃惊的是，在接下来几年的求学生涯中，基本上所有的老师都是用“WWH 分析法”来安排自己的课堂，基本上所有的教材和资料的作者都是用这一方法来梳理结构和内容的。比如本书要讲述的傅里叶变换，基本上所有的教材包括国外很有名的教材，在讲解它时都是运用“WWH 分析法”。

现在，“WWH 分析法”已经成为老师和学生普遍接受的方法，成为我们讲课和学习的“老路”和“套路”。由于这种方法遵循“盖房子”一样的循序渐进的学习规律，所以很少有人来质疑它的“权威”，与当初笔者认识这一方法时的感觉是一样的。

然而，在后来的学习过程中，笔者越来越觉得“WWH 分析法”表面上看是一条“正路”，而实际上是一条“死路”。

首先，“WWH 分析法”堵死了我们的好奇心。

就拿傅里叶变换为例，很多教材在一开始就列出傅里叶变换的公式：

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

然而不告诉读者该公式是怎么来的，它为什么能够发挥那么大的作用。如果你记住这个公式，然后用微积分的知识就可以解决一些傅里叶变换的问题，你很高兴，

但是不知道为什么要用这个公式,即“知其然,而不知其所以然”。

开篇介绍傅里叶变换“是什么”,显然是不恰当的,它不能够激发读者的好奇心。俗话说“兴趣是最好的老师”,而这一方法就让我们失去了最好的老师。还有一点很奇怪,就是很多人在用“WWH 分析法”时总是忽略第二个 W,就是没有“为什么”,这更进一步让学生在学的时候不知所措。我们就像是戴着墨镜一样,紧张地攀登知识的山峰,然而胜利的旗子却显得那么遥不可及(见图 1-1)。



图 1-1

其次,“WWH 分析法”扼杀了我们的创造力。

还拿上面的例子说明,如果按照一般的教材,在学习傅里叶变换时,我们确实只会用,而不懂为什么用。这样下来,表面上我们在用工具来解决问题,而实际上我们自己则变成了一种“工具”。这是多么的可怕!我们会被动地接受各式各样的概念和定理,然后被动地应付各种考核。

当然如果我们硬着头皮走到最后,也许懂得了什么的道理。然而这一切都迟了,我们在一开始就错了,我们的很多“队友”已经被这种方法“折磨”得对学习失去了兴趣,自然我们的创造力已经大打折扣。

其实,“WWH 分析法”还有诸多弊病,但基本上都是由上面两点引出来的,我们就不再分析下去了。不过,单就上面两点就足以给这种方法“定罪”。记得爱因斯坦曾经说过,学校始终应当把发展独立思考和独立判断的一般能力放在首位,而不应当把取得的专业知识放在首位。如果一个人掌握了他的学科基础,并且学会了独立思考和独立工作,就必定会找到自己的出路,而且比起那些主要靠训练获得细节知识的人来,他更能适应进步和变化。

设想一下,如果一个人失去了“好奇心”和“创造力”,除了墨守成规地重复一些别人已经走过多遍的老路之外,他还能够做些什么?这句话决不是危言耸听,而是向大家敲响“方法革命”的警钟。

1.2 新路? 正路? 活路?

上一节我们分析了“WWH 分析法”存在的主要问题,本节我们将提出一种全新的思维方法,而它的顺序正好与“WWH 分析法”相反,即先提出“怎么办(How)”,再分析“为什么(Why)”和“是什么(What)”。

下面简单分析一下“HWW 分析法”的一些特点,关于其合理性读者阅读完后续内容后自有定论。

首先,它符合知识产生的逻辑规律。

笔者曾经在《从割圆术走向无穷小——揭秘微积分》一书中借助微积分的解析得到学科发展的一般规律(见图1-2)。

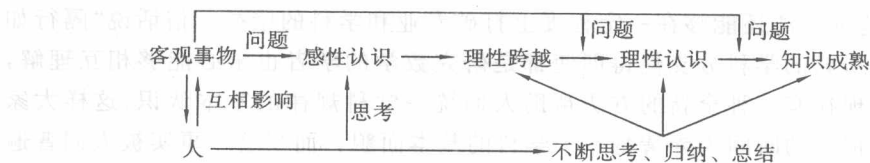


图 1-2

简单地讲,是以“芝诺悖论”为代表的问题引发人们开始对微积分涉及的概念比如“无穷”、“变化率”等进行思考,接着是生产、生活面临求“切线”、“面积”的现实需求进一步推动了微积分方法的建立,最后是“贝克莱悖论”等一系列问题促使了微积分理论的真正成熟。其实不仅仅是微积分这门学科,其他学科多是按照这一模式发展起来的。

“HWW 分析法”首先提出问题,即从基本问题和模型入手;然后剖析其中的“为什么”,即揭示出一般规律;最后再建立相关理论,而这些理论必须有基本概念来支撑,这样就很自然地吻合了学科发展的一般规律。事实上,这才是人们认识事物的逻辑顺序,与“盖房子”的理论不一样。

其次,“HWW 分析法”激发了我们的探索欲望。

“HWW 分析法”首先提出的问题激发大家的兴趣,怎么解决这些问题是我们学习理论知识的动力,也是我们阶段学习的方向。如果在提出这些问题的同时渲染一下气氛,增加一些历史故事或背景资料,我想课堂教学的效果会得到很大的改善。

值得一提的是,现在是有一部分老师在上课之前提出要解决的问题,然而仅仅是几句话带过,而后的教学又陷入了老路子,用的不是纯粹意义上的“HWW 分析法”。

然后,“HWW 分析法”可以培养我们的创造力。

俗话说“条条大路通罗马”,解决一个问题的方式多种多样,也许我们能找出比前人更好的方法。起先,“HWW 分析法”就为我们创造力的提高埋下了种子。而随后,紧跟的“为什么”让我们真正弄清楚知识背后的道理,这样又为我们的创造力提供了广阔的平台。最后的“是什么”教会我们构造基本概念建立基本模型的能力,也许下一个我们要学习的概念就是读者您提出来的。

最后,“HWW 分析法”能提高我们学习的效率,而这一点在当今“知识大爆炸”的时代显得尤为重要。按照传统的方法,我们的课时被安排得很长,而如果引入“HWW 分析法”,课堂的效率会提高很多。因为这一方法符合人们认识事物的逻辑顺序,所以如果我们阅读用这种方法编写的书籍尤其是教材,一定能够很快地进入自学的状态,而且能很快地把书看懂。笔者身边的同学和朋友都认为我学习的效率很高,这正是“HWW 分析法”在我身上发挥的作用。很显然,这一方法绝对不是对我

一个人有效,我非常乐观地认为,该方法对于绝大多数人而言都可以体现出全新的效果。

此外,这种方法还能够在一定程度上打破专业和学科的壁垒。俗话说“隔行如隔山”,如今纷繁的学科分支使得即使都是研究数学的学者也未必能够相互理解,彼此合作。现在有一种全新的方法帮助人们统一学科规律的基本认识,这样大家完全可以在很短的时间内弄清楚一个学科的基本面貌。而当这一事实被人们普遍接受的时候,更多的学科合作尤其是交叉学科的研究就会活跃起来,随之而来的是更多的人与人之间的沟通、交流、合作与理解。所以,这一方法带来的好的影响力是无穷的。

需要指出的是,这里提到的“HWW 分析法”中的 H(How)、W(Why)和 W(What)并不是孤立的,而是相互联系在一起的,其中最重要的是 Why。著名哲学家黑格尔(Hegel)有过一句家喻户晓、睿智无比的话:“凡是存在的,都是合理的;凡事合理的,都是存在的。”这句话有很多种理解方式,一种理解是其中的“合理”作中性词理解为“合乎逻辑,合乎自然”。比如我们要讲解的傅里叶变换,单就概念而言,它的产生和命名都是有历史原因的,如果能够把关于它的历史都搞清楚的话,我们可能就会发出“原来如此”的感言,这也正是“凡是存在的,都是合理的”这句话所体现的。而对于一个物体而言,如果我们能够掌握它周围环境的所有信息,掌握影响物体运动的基本力学规律,就一定能够判断它的运动轨迹,哪怕是不确定的运动轨迹,我们也能计算出它可能的各种运动方式和每一种轨迹产生的概率。比如你随便抛一枚硬币,表面上看出现“正面”或“反面”的概率都是一样的,我们很难判断出到底是哪一面朝上。但是,如果我们能够掌握上面提到的周围环境信息及物理规律,再用一台强大的计算机就一定能够在硬币落地之前判断最终它会哪一面朝上。这样看来,偶然中包含着必然,而之所以我们认为很多事物是偶然的,是由我们认识事物的局限性所决定的。再比如气象台的天气预报,短时间的天气预报是很准确的,这可以看成是“凡事合理的,都是存在的”这句话的体现。然而由于影响天气的因素实在太多了,以至于表面上可以预测的事物变得不可预测,这就是对“混沌”理论的通俗理解。这个理论中有一个很有名的效应叫做“蝴蝶效应”,大致意思说的是南非洲的一只蝴蝶轻轻闪动一下翅膀可能导致太平洋上空的一场风暴,这是很可能的,当然这样的现象需要较长时间的积累,不能在短时间内出现。人们不可能掌握所有影响天气的信息,犹如人们不可能把世界上所有的蝴蝶和蜜蜂闪动翅膀的情况都了解清楚一样,而即使了解清楚了,也没有那么强大的计算机去求解无数个偏微分方程。

总之,“HWW 分析法”更加突出对“为什么”的分析,更加注重于对“所以然”的探索,更加侧重于对“人性化”思维的尊重。笔者相信这一方法有很大的应用和发展空间,接下来的“中篇”我们将以傅里叶变换为例详细展示“HWW 分析法”的魅力。

拓展阅读

未来可以预测吗?

“假如有一位智者在任一给定时刻都能洞见所有支配自然界的力和组成自然界的存在物之间的相互位置,假如这一智者的智慧巨大到足以对自然界的所有数据进行分析,他就能将宇宙最大的天体和最小的原子的运动统统纳入单一的公式之中。对这样的智者来说,没有什么是不能确定的,未来同过去一样都历历在目。”

这是法国著名数学家、天文学家拉普拉斯(Laplace, 1749—1827, 见图 1-3) 在 1812 年出版的《概率的解析理论》一书中讲述的话, 他因研究太阳系稳定性的动力学问题被誉为“法国的牛顿”和“天体力学之父”。显然在拉普拉斯看来, 未来是可以预测的。



图 1-3

而实际上, 自从 1686 年 4 月 28 日牛顿发表《自然哲学之数学原理》一书后, 当时几乎所有的人们都坚信宇宙万物的基本规律已经被揭示出来了。在他们眼中, 宇宙无外乎就像是一台复杂一点但却有着固定结构的机械钟表(见图 1-4)。通过计算就能够预测每一个齿轮运行的状态, 就能够洞察万物的未来。

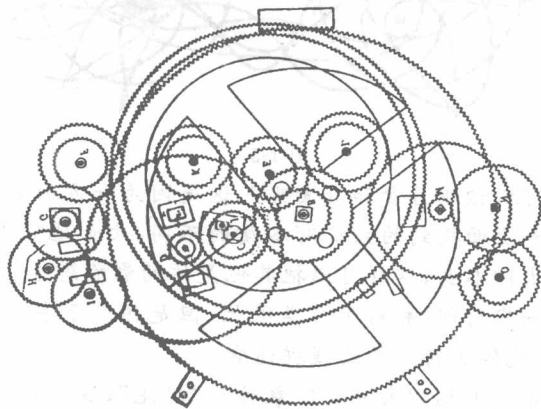


图 1-4

1846年,海王星在预言的方位上被发现了。这在一定程度上实现了拉普拉斯的豪言壮语。而随后各种天文现象包括2009年7月22日发生在我国上空的日全食这一罕见的天文奇观的准确预测都反映出牛顿经典力学的伟大。

然而随着人们所研究领域的不断扩展,越来越多的现象向拉普拉斯的“钟表世界”提出了挑战。不同的声音最先来自热力学领域,人们发现用牛顿的经典力学难以揭示分子运动的基本规律,除非借助统计力学。之后,被发现的“海森伯测不准关系”也指出:准确地测量粒子的位置和速度受到基本限制,牛顿的经典力学在应用到微观世界中出现了困难。

也许你会认为只有当物体受力很多且很复杂的时候,系统才会难以预测。然而事实上,简单的系统一样可以出现这种情况。举个例子:两颗质量相等的星球围绕它们的质心作圆周运动,即物理学中比较简单的“双星系统”。现在有一粒很小的灰尘在它们的引力作用下运动,计算机模拟的结果表明:我们无法预测这粒灰尘的运动情况。灰尘的运动轨迹复杂多变,如图1-5所示。

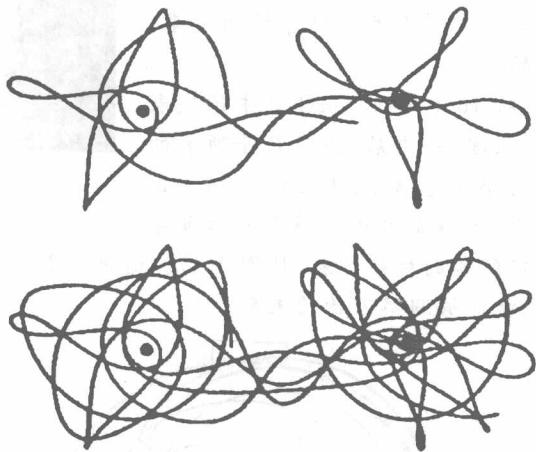


图 1-5

那么为什么可以预测月食和日食呢?这是因为一方面太阳、地球和月球三者组成的系统和上面提到的系统有本质的不同,比如地球围绕太阳旋转的主要影响因素是太阳本身,这样可以把其他星体的影响忽略。而另一方面,地球的运行轨迹在一定时间(相对于人类很长,但是相对于宇宙却很短)内是一个解析解,即我们能够用特定的曲线描述它。

人们把上述不能够预测未来的现象称为“混沌”,这一理论据说是这样发展起来的。

1963年的一天,美国气象学家洛伦兹(E. N. Lorenz)走进麻省理工学院的

咖啡馆。而在他进来之前,他刚把一个数据输入那台现在看来工作速度非常慢的计算机,以验证上次的结果。他知道结果出来还需要等一个多小时。然而,当他回到自己的实验室时,令他惊讶的事情发生了:这次的结果与上次的结果在开始时相同,但到后来却出现了巨大的差异。

洛伦兹在通过再次验证排除“问题出在计算机上”的可能性后的不久终于找到了原因:在初次计算中,他输入的数值是 0.506127,而在后来的计算中,他输入的数值是 0.506。按常理说,用后者替换前者是可以的,然而问题就出在这里。将此现象应用到天气中,就得到了前面曾经提到过的蝴蝶效应。

作为宇宙的基本现象,混沌不仅仅广泛存在于天文学和气象学中。比如在流体力学中,当管道内流体的流速超过一定值时,或是在液流或气流中的障碍物后面,都会出现十分紊乱的流动。这种流动叫做湍流(turbulence)。图 1-6 所示的是在一个圆柱体后面产生的水流涡流图像,图 1-7 所示的是喷气式飞机喷出尾气产生的旋涡图像。

再比如在研究生物数量变化时有一个著名的逻辑斯蒂映射(logistic map),如图 1-8 所示。随着生物繁殖率 r 的不断增加,哪怕是极细微的增加,

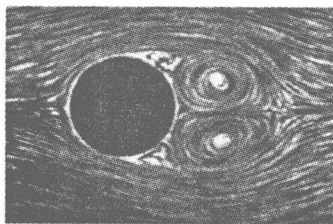


图 1-6

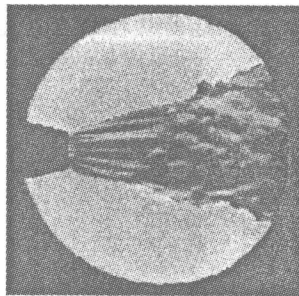


图 1-7

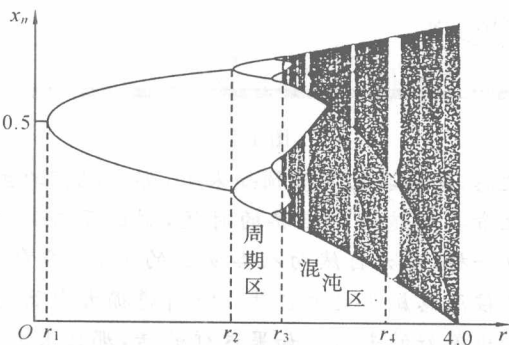


图 1-8