

[美] 基思·德夫林 著
沈崇圣 译

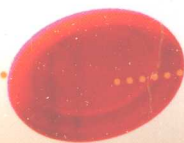
发现
数学
丛书

数学天赋

人人都是数学天才

THE MATH INSTINCT

Why You're a
Mathematical Genius



(Along With Lobsters,
Birds, Cats, and Dogs)



上海科技教育出版社

[美]

发现
数学
丛书

数学天赋

人人都是数学天才

上海科技教育出版社

THE MATH INSTINCT

Why You're a
Mathematical Genius

中文样本图书

(Along With Lobsters,
Birds, Cats, and Dogs)

图书在版编目(CIP)数据

数学天赋:人人都是数学天才/(美)德夫林(Devlin, K.)著;
沈崇圣译. —上海:上海科技教育出版社, 2009. 12

(“发现数学”丛书)

ISBN 978-7-5428-4923-6

I. 数... II. ①德... ②沈... III. 数学—普及读物 IV. 01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 199028 号

The Math Instinct:
Why You're a Mathematical Genius
(Along with Lobsters, Birds, Cats, and Dogs)

by

Keith Devlin

Copyright © 2000 by Keith Devlin

This edition arranged with DIANA FINCH LITERARY AGENCY
Through BIG APPLE TUTTLE-MORI AGENCY, LABUAN, MALAYSIA

Simplified Chinese Edition Copyright

2009 Shanghai Scientific & Technological Education Publishing House

ALL RIGHTS RESERVED

责任编辑 刘丽曼 装帧设计 汤世梁

“发现数学”丛书

数学天赋

——人人都是数学天才

[美]基思·德夫林 著

沈崇圣 译

上海世纪出版股份有限公司

出版发行

上海科技教育出版社

(上海市冠生园路393号 邮政编码 200235)

网址 www.ewen.cc www.sste.com

各地新华书店经销 上海长阳印刷厂印刷

ISBN 978-7-5428-4923-6/O·636

图字 09-2007-910 号

开本 850 × 1168 1/32 印张 5.75 字数 148 000

2009年12月第1版 2009年12月第1次印刷

印数 1-3400 定价:15.00元

对本书的评价

狗和猫会做数学。鸟类、蜜蜂、蝙蝠和海狸也会做数学。你相信高等三角学吗？偏微分方程呢？数学普及大师基思·德夫林再次带领我们到头脑与数学相遇的地方，迫使我们重新思考数学（和数学家）的真正含义。这对我们如何学习以及学校应该如何教授数学，都是既重要又及时的。

——科尔(K. C. Cole),《宇宙与宇宙中的茶杯和黑洞》(*The Universe and the Teacup and The Hole in the Universe*)的作者

内 容 提 要

有两种数学：一种是复杂而困难的，一种是简明而易懂的。蚂蚁、龙虾、威尔士柯基犬和我们自己所实践的那种简单数学的能力是天生的。

我们人类有什么先天的计算技能？不考虑内置的数学诸如视觉现象，我们大多数人在一天中面对复杂的数学问题时，仍做得很好。然而，当我们面临以“数学”形式呈现的同样问题时，我们的准确性往往会下降。但是，如果我们有天生的数学能力，为什么我们还得教授数学？为什么我们大多数人仍觉得数学这么难学？是否有一般人能够做到的、可以提高数学能力的技巧或策略？我们能否从狗、猫和其他动物“做数学”中吸取经验以提高我们的数学技能？

对上述问题我们都有资格给以明确的回答。关于动物做数学的所有例子都表明，如果我们想要在这种正规的数学形式中做得更好，我们应该了解它在自然数学中是如何起源的。在本书中，美国全国公共电台的“数学小子”基思·德夫林博士带领我们领略这两种数学，并告诉我们如何最大程度地挖掘我们已有的天赋。

作者简介

基思·德夫林(Keith Devlin, 1947—)是斯坦福大学语言与信息研究中心行政主任和斯坦福大学数学系的顾问教授,美国科学院数学科学教育委员会委员,世界经济论坛成员,美国科学促进会成员,美国全国公共电台数学普及节目主持人。他是24本书、一张互动式CD光盘和75篇已发表的研究论文的作者,以“数学小子”而著称。其著作有:《千年难题》(*The Millennium Problems*)、《数学犹聊天》(*The Math Gene*)、《数字化生命》(*Life by the Numbers*)等。

致 谢

第八章中关于视觉的许多描述,以史蒂文·平克(Steven Pinker)的著作《头脑如何工作》(*How the Mind Works*)中关于人类视觉系统的极好的摘要为基础。平克爽快地同意我使用他著作中的一些插图,并为我提供了原附件的副本。这些插图均由苏比亚(Ilavenil Subbiah)绘制。对于任何希望更多地了解视觉的读者,我都极力推荐平克博士对这一主题的论述。

沙利文(Simon Sullivan)为本书的图 1.1, 2.1, 4.1, 4.2, 4.3, 5.3, 5.4, 6.1, 6.3, 6.4, 6.6, 7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 8.1 和 8.8[f]作了专门的说明。

图 5.3 最初是论文《蜜蜂觅食路径的测量》(*Measuring Beelines to Food*)中的附图,出版于《科学》(*Science*)第 287 卷, 5454 期, 817—818 页, 2000 年 2 月 4 日。承蒙论文的作者英国萨塞克斯大学萨塞克斯神经科学中心的科利特(Thomas Collett)教授允许在本书中转载。

图 6.2 原先为《数学生物学 II, 空间模型和生物医学的应用》(*Mathematical Biology II, Spatial Models and Biomedical Applications*, Springer, New York 2003)一书中的图 3.6。现任西雅图华盛顿大学应用数学名誉教授的该书作者默里(James D. Murray)先生慷慨地许可在本书中使用。

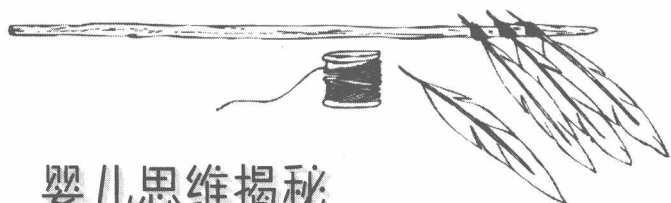
图 7.1, 7.2, 7.3 和 7.4 随同论文《动物如何运动:一种综合的观点》(*How Animals Move: An Integrative View*)发表在《科学》,第 288 卷, 5463 期, 100—106 页, 2000 年 4 月 7 日。承蒙论文作者帕萨迪纳加州理工学院生物工程系的迪金森(Michael Dickinson)教授允许在本书使用。

图 11.1 和 11.2 承蒙奥斯汀得克萨斯大学艺术学院和中东研究中心的施曼特-贝塞瑞特 (Denise Schmandt-Besserat) 教授提供。

我要感谢我的代理人温斯坦 (Ted Weinstein), 他对这一项目的热情和作出的许多努力帮助我形成本书目前的形式, 并寻找合适的出版商。还要感谢 Thunder's Mouth 出版社的奥克斯 (John Oakes), 他是一个正直的出版商。一获悉本书, 就认为这正是他所寻觅的书籍, 并为本书的出版尽其所能。

目 录

第一章	婴儿思维揭秘.....	1
第二章	埃尔维斯:懂微积分的威尔士柯基犬.....	11
第三章	数学是什么	19
第四章	我在哪里,我要去哪里.....	25
第五章	大自然的建筑师:能做建筑数学的动物.....	46
第六章	自然艺术家:创造美丽图案的动物(和植物)	59
第七章	恰是迈向正确的一步:运动中的数学.....	74
第八章	目中有它:视觉中隐藏的数学.....	83
第九章	动物的数学课	99
第十章	精明:街头商贩和超市顾客的数学技巧.....	109
第十一章	数字的大小.....	130
第十二章	无意义数学的困境.....	154
第十三章	开发我们的数学天赋.....	160
延伸阅读		170



第一章 婴儿思维揭秘

1992年,一位年轻的美国学者温(Karen Wynn)发表了一篇令全世界儿童心理学家震惊的文章。她宣称自己已经证明,仅4个月大的婴儿就能做简单的加减法。事实上,后来的其他实验证明,出生仅2天的婴儿就能做同样的数学题。

温是怎样证明这一点的?毕竟,4个月大的婴儿还不会说话。当从温所宣称的能够这样做的年幼的实验对象中挑选一个实例时,我们怎样才能发现他们是否知道 $1+1=2$ 呢?另外,温又该如何设法先提出一个这样的问题以使婴儿能够理解她的意思呢?

在说明温如何解决这些问题之前,我先把温宣称的发现解释清楚。首先,她并没有宣称她的实验对象有任何关于数字的概念。正如所有父母都知道的,幼儿必须经过训练才会计数,如1,2,3等;在此之前,幼儿必须先学习如何使用语言。但这样的事从来没有在一个仅4个月大的婴儿身上发生过。更确切的,温所宣称的是:



1. 她所测试的幼儿能区分一个物体、两个物体和两个以上的一组物体之间的差别。

2. 如果把两个物体放在一起,他们知道这个组合中正好有两个物体,而不是一个物体,也不是三个物体。

3. 如果拿出两个物体,然后取走其中的一个,他们知道你正好留下一个物体。不能最终留下两个物体或一个都没有。

对于一个成年人来说,描述这些能力的正常方式是:

1. 她所测试的幼儿知道数字 1 和 2 的差别,以及数字 2 和更大的数字之间的差别。

2. 他们知道 $1+1=2$ 和 $1+1$ 不等于 1 或 3。

3. 他们知道 $2-1=1$ 和 $2-1$ 不等于 0 或 2。

显然,用这种方式来表达,需要理解的数字至少是 0, 1, 2 和 3。至今,我们关于人脑处理数字的方式的所有证据都表明,只有在弄清楚“1”, “2”, “3”等数词之后,我们才具有处理数字的能力。(对大猩猩或其他灵长类动物的研究说明,它们对数字符号“1”, “2”, “3”的学习,是同样重要的。这个观点就是,要获得数字概念,似乎首先要掌握与这个概念相关的一个词或符号。)

严格地说,温的主张事实上是关于数量感的。我把这个词解释为关于数的意识,尤其是对一堆物体的多少而不是数目的一种意识。温认为,婴儿对一小堆物体的多少有可靠的感觉。但这并没有减少温的发现所带来的震惊。毕竟,所有人都明白,4 个月大的婴儿不知道如何使用数词。大多数专家认为,数量的意识是在儿童学会了如何计数以后才发展起来的。温声称,数的意识首先出现。这就是说,要么我们一出生就有这样的感



觉,要么至少在出生后几个星期内自动获得。(正如下面我们将看到的,随后的研究表明,如果我们确实不是一出生就有数的意识,则至多在出生后数日内就获得了它。)

以下是温获得发现所做的实验。(顺便提一句,世界各地的许多心理学家已经多次成功地重复了温的实验,所以对该发现的正确性不再有任何怀疑。)

实验方法利用了这样的事实,即即使是非常年幼的婴儿也已经获得了有关“这些物体的状态”的相当成熟的感觉。如果一名婴儿看到与其期望背道而驰的事物,他在试图理解所看到的事物时,会注意该事物。当出现不同的场景时,通过拍摄这名婴儿,特别是他的眼睛,并记录这名婴儿对每一场景的注意时间,调查人员就可确定哪些场景违背了婴儿的期望。例如,如果给婴儿看一系列放在盘中的水果片,然后再给他看一个没有可见支撑的悬挂在半空中的苹果,这名婴儿凝视悬空的水果的时间比注视盘中的水果的时间明显要长。

温让年幼的实验对象坐在一个小木偶舞台前,同时设置了一个(隐蔽的)正在运行的摄像机,如图 1.1 所示。木偶舞台最初是空的。实验者的手从一边出现,放一个木偶在舞台上。然后,放下幕帘,遮住木偶。实验者的手再次出现,把第二个木偶放在幕帘的后面。然后拉起幕帘,露出两个木偶。婴儿全神贯注地观看着整个过程。

温成功地多次重复这一过程。在一些重复中,当幕帘拉起时,只有一个木偶在舞台上。在其他情况下,拉起幕帘时露出三个木偶。(实验者只在婴儿的视野之外调整舞台。)每当拉起幕帘后出现一个或三个木偶时,婴儿注视戏台的时间比出现预期的两个木偶时注视的时间更长。在看到两个木偶一个接一个地放在一个原来空的戏台上之后,婴儿显然希望看到两个木偶。当结果与期望背道而驰时,婴儿便感到迷惑。平均下来,当出现错误的结果时,婴儿注视舞台的时间比出现正确结果时整整多

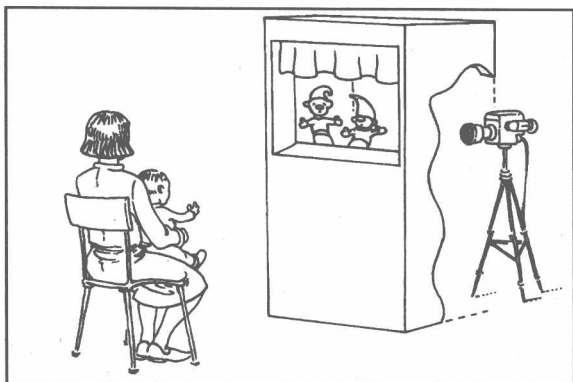


图 1.1 1992 年,在心理学家温所做的这个著名实验中,一名婴儿看出了舞台上的木偶戏所表现的正确和不正确的算术和。通过比较婴儿的反应,如面部表情,实验者可以测试出实验对象是否知道正确和不正确的算术之间的差别。

了两秒。实验表明,婴儿“知道” $1 + 1 = 2$,也“知道” $1 + 1 = 1$ 和 $1 + 1 = 3$ 都是错的。类似的实验表明,婴儿也知道 $1 + 2 = 3$ 。

当修改实验过程以测试婴儿对减法的理解时,温获得了类似的结果。例如,婴儿首先面对的舞台上有两个木偶。幕帘放下遮住这些木偶,实验者的手就会出现,并拿去一个木偶。然后幕帘升起,出现没有木偶、一个木偶或两个木偶的情况。当婴儿看到两个木偶或根本没有木偶时注视舞台的时间,比他看到正好留下一个木偶时,要多 3 秒多钟。他“知道” $2 - 1 = 1$,也“知道” $2 - 1 = 0$ 和 $2 - 1 = 2$ 都是错的。同样,他也知道 $3 - 1 = 2$ 和 $3 - 2 = 1$ 。

当温宣布她的结果时,心理学家十分震惊。世界各地许多持怀疑态度的研究人员设计了有别于她的方法的不同形式,以确定其结论是否正确。他们尤其想了解的是,被温证明的结



论——实验对象对错误的算术结果注视的时间更长,的确是源于对一个集合所包含物体的多少的感觉,即数量感,而不是其他一些原因所造成的。

一种可能性是,引起不同注视时间的并不是物体的数目,而是它们的位置排列特征。为了测试这一特定的可能性,法国心理学家克什兰(Etienne Koechlin)重复了温的实验,把木偶放在缓慢旋转的舞台上。这意味着婴儿对舞台不能形成一个固定的印象,当幕帘升起时,也不能预见所期望看见的舞台上物体的位置排列。克什兰的结果与温的完全一样。婴儿对出现错误的算术结果注视的时间,比出现正确的算术结果注视的时间要长。克什兰的实验消除了婴儿的反应是针对位置的排列而不是物体的数量的任何可能性。

美国心理学家西蒙(Tony Simon)运用了另一种与温的方法不同的形式进行实验。除了确认温原来关于数量感的结论外,西蒙还发现了婴儿观察世界的方式的另一个有趣的方面。

当西蒙进行实验时,他偶尔会替换被幕帘遮住的物体,也就是说调换物体,如把两个红色的木偶换成两个蓝色的木偶,或者把一红一蓝两个木偶换成一个或两个黄色的球。幕帘拉开时,只要算术是正确的,婴儿对显示的物体是变了颜色还是由木偶变成了球,都不感到惊讶。显然,当4个月大的婴儿看到的物体改变了颜色,或者变成了其他物体,他们泰然自若。但是,当看到两个物体变成一个,或者一个物体变成两个,他们就会感到疑惑。

换言之,婴儿不仅拥有数的意识,而且对数量保持不变的期望比对颜色、形状或外观保持不变的期望似乎更为关注。温氏实验的另一种形式设计了检验这种观察世界的方法。一名婴儿坐在幕帘前面,在幕帘后面一个红球和一个蓝色的拨浪鼓交替出现。假如婴儿始终没见到这两个物体在一起,那么,当幕帘拉起时,他很乐意看到这两个物体中的一个。显然,他接受了这一



物体在不同的时刻是可以不断改变外观的。对1岁以内的婴儿来说,这是正确的。只有当孩子长到1岁或者1岁以上时,见到两个不同外观的物体在幕帘后连续出现,才会导致那里确实有两个不同物体的期望出现。

我必须明确指出,温和随后的实验者所观察到的婴幼儿的数的意识是严格限制在包含一个、两个和三个物体的集合。例如,不足1岁的婴儿似乎无法从五个物体中区分出四个。但是,正如各种实验所证明的,对三个或更少的物体集合,4个月大的婴儿就有非常成熟的数量感和对加减法的基本理解。婴儿究竟是什么时候获得了这种能力呢?还是他们生来就有这种能力?

美国心理学家安特尔(Sue Ellen Antell)和基廷(Daniel Keating)的实验证明,婴儿在出生仅几天后就具有分辨一个物体和一对物体之间以及两个物体和三个物体之间的差别的能力。安特尔和基廷采用了另一位美国心理学家斯塔基(Prentice Starkey)首次使用的一种实验方法。正如温和的实验,斯塔基的实验利用了婴儿的视觉注意力在对令他们吃惊的事物上会持续较长时间的结论。对实验对象进行录像,能准确地记录他们对一个特殊事件注视的时间长度。

安特尔和基廷在实验中,让出生仅仅几天的婴儿看投影到屏幕上的幻灯片。第一张幻灯片显示的是两个并排的点。当这张幻灯片第一次出现时,婴儿注视了一会儿,然后就失去了兴趣,眼睛开始游移不定。就在这时,这张幻灯片被两点排列略有不同的另一张幻灯片所取代。婴儿迅速收回目光,但很快就失去了兴趣。幻灯片再次改变,仍旧显示两个点的另一种排列。婴儿的目光再次回到这一新的排列,但再次很快地失去了兴趣。随着这一过程不断地重复,重新吸引婴儿注意力的时间变得越来越短。然后,一张显示三个点而非两个点的幻灯片突然出现。婴儿的兴趣立即被激发起来,注视幻灯片的时间也适当地延长(在一次实验中,从1.9秒跳跃到2.5秒)。显然,实验对象已发



现了点的数量的改变。同样的情况也发生在实验开始时是三个点,然后突然减少到两个点时。

通过多次重复这个实验,把点安排成不同的格局,显示出不同的次序,实验者消除了因任何外观上的变化而不是点的数量上的变化引起婴儿注意的可能性。因此,证据是明显的:即使出生只有几天的婴儿就有数的意识。

法国心理学家比耶利亚茨(Ranka Bijeljic)的另一项实验表明,新生儿的数的意识并不限于婴儿看到的物体,他们还可以区分所听到的连续的两个和三个声音的差别。比耶利亚茨用不同的方法关注婴儿受试者注意力的持续时间。由于用声音测试婴儿,拍摄他们的脸部和比较注视时间的长短显然没有什么意义了(没有具体的物体可以注视)。比耶利亚茨根据婴儿的吮吸反射来检验他们的兴趣。给每名婴儿提供一个人造奶嘴吮吸。奶嘴与一个压力传感器相连,随时测量婴儿的吮吸量,并把结果发送到一台计算机。当婴儿的兴趣被激起时,他会用力吮吸奶嘴。当兴趣减弱时,则减少吮吸。

压力传感器控制着一台产生预录声音的装置,其中都是两个或三个音节的毫无意义的词,例如“aki”或者“bugaloo”。这种实验的典型过程以如下方式进行:当婴儿吮吸奶嘴时,不一会儿他就发现有个声音产生了。一旦作出了这个发现,他就开始用力吮吸,然后声音又一个接着一个地传来。该仪器设置成先产生带有两个或三个相同数量音节的无意义的词。过了一会儿,婴儿的兴趣降低,吮吸慢了下来。当计算机检测到这种情况时,就产生变化发出音节数不同的无意义的词(从两个音节变成三个音节,反之亦然)。一旦发生这种改变,婴儿就再次开始用力吮吸,导致产生更多的新发音的词。在这种新类型的词持续一段时间后,婴儿的兴趣再次下降,吮吸减少了。当计算机再次变换音节的数量,就能再次激起婴儿的兴趣。当从一个词到另一个词的音节数量保持不变时,不能引起婴儿的兴趣;只有音