

修正課程標準適用

新編

高中乙組代數學

上冊

編者

✓ 陳 蓋 民
王 疏 九

中華書局印行

104

民國三十六年四月十三版

修正課程標準適用

高中乙組代數學（全二冊）

◎上冊定價國幣八角五分

（郵運匯費另加）

編者

陳王

蓋疏

民九

發行人

中華書局股份有限公司代表
顧樹森

印刷者

上海澳門路四六九號
中華書局永寧印刷廠

發行處

各埠中華書局

有 不
著 准
作 翻
權 印

編輯大意

1. 本書是根據教育部最近修正頒布的高中乙組代數課程標準而編輯。

2. 本書共計二十一章,三百餘面,按照教育部規定的高中乙組教授代數的時間分配,每時平均教授三面即可教完。

3. 全書分爲五段,自第一章至第五章爲第一段,敘述代數數系的發展及式的運算,自第六章至第十二章爲第二段,由函數和圖象的研究,導出各種方程式根的意義及其解法,並指出實際的問題,以顯示牠的效用,第十三章和第十四章爲第三段,專論恆等式的性質和應用及二項式定理,自第十五章至第十七章爲第四段,講述各種相關數量及其應用,自第十八章至第二十一章爲高等代數學的概要,以供學者研究高深算學的基礎。

4. 材料的排列都是根據編者教授算學的經驗和學習心理及教學法的一般原則,注重內容的程序,和各種單元的聯繫,以適合學習時的推理訓練,和培植向上探討的能力,養成學生能

獨立研究的習慣.

5. 章節的分配,極注意部定每週授課的時數和每學期可實授若干週,以免教學時間有餘或不足的弊病.

6. 例題和習題,均按所講的理論或方法及課內課外的作業時間來分配;並依難易,循序排列,務使由淺入深,少困難而多興趣.

7. 本書以各種式的運算為基礎,方程式為中心,能解決實際問題為目的,故對於互相關聯的材料,均集中於一處,使學者一見知其概要;各章的應用問題,亦多屬自然界和社會的現象,以顯示代數學與人生的關係.

8. 本書對於各種運算方法,均舉例詳示,反復申說,務使學者能徹底明白,運用純熟;但對於機械的算法和記憶則極力避免,以免阻礙學生探討的志趣,妨害理解的能力.

修正課程標準適用

高中乙組代數學

上 冊

目 次

第一章 代數數系之進展和運算律

1. 整數	1
2. 有理數	1
3. 有理數的圖示法	2
4. 無理數、算術數	2
5. 有號數	3
6. 實數	6
7. 有號數的絕對值	6
8. 實數的圖示法	7
9. 實數運算律的基本假設	7
10. 實數的運算律	9
11. 代數數系	11

第二章 基本四則

1. 代數式	15
--------	----

2. 代數式的數值.....	18
3. 整式的加減法.....	20
4. 整式的乘法.....	22
5. 乘法運算時的排列.....	25
6. 恆等式的求積法.....	27
7. 整式的除法.....	29

第三章 析因式

1. 析因式的意義.....	38
2. 析因式的方法.....	38
3. 餘式定理和因式定理.....	49

第四章 公因式和公倍式

1. 公因式的意義.....	53
2. $H.C.F.$ 的求法.....	53
3. 用輾轉除法求 $H.C.F.$ 的方法.....	54
4. 最低公倍式的意義和求法.....	58
5. $L.C.M.$ 和 $H.C.F.$ 的關係.....	59
6. $H.C.F.$ 對於分式的應用.....	61
7. $L.C.M.$ 對於分式的應用.....	63
8. 分式的加減法.....	65
9. 分式的乘法.....	66

10. 分式的除法	67
-----------	----

11. 繁分式的化簡	68
------------	----

第五章 多項式之開方及根式的運算

1. 開方的意義	73
----------	----

2. 多項式的開平方	73
------------	----

3. 多項式的開立方	77
------------	----

4. 根式和其化約的公式	80
--------------	----

5. 根式的化簡	81
----------	----

6. 根式的加減法	82
-----------	----

7. 根式的乘除法	84
-----------	----

8. 根式的有理化法	85
------------	----

第六章 函數和圖象

1. 常數和變數	89
----------	----

2. 函數的觀念和定義	89
-------------	----

3. 函數的記法	90
----------	----

4. 數形的關聯法和坐標	92
--------------	----

5. 函數的圖象	96
----------	----

6. 數表決定的函數	97
------------	----

7. 函數爲零的性質	100
------------	-----

第七章 整方程式的解法

1. 方程式的意義和分類	101
2. 解方程式	102
3. 一元一次方程式的解法	104
4. 一元二次方程式的解法	106
5. 一元二次方程式根的討論	111
6. 根與係數的關係	113
7. 一元二次方程式的幾個定理	114
8. 二次函數的圖象	117
9. 簡易高次方程式的解法	117

第八章 分方程式

1. 分方程式的特性	121
2. 分方程式的解法	121
3. 特形分方程式的解法	124
4. 逆數方程式的解法	125

第九章 無理方程式

1. 無理方程式的解法	128
2. 特殊無理方程式的解法	130
3. 解法的討論	132

第十章 聯立方程式之解法

1. 聯立方程式	134
----------	-----

2. 圖解法	134
3. 相合方程式、矛盾方程式	134
4. 消元法	135
5. 行列式法	136
6. 相合方程式、矛盾方程式的條件	140
7. 非一次聯立方程式	142

第十一章 不等式

1. 不等式的定義和種類	144
2. 不等式定理 1	146
3. 定理 1 的應用——移項	147
4. 不等式定理 2	148
5. 定理 2 的應用——去分母	149
6. 不等式定理 3	151
7. 定理 3 的應用	152

第十二章 應用問題的解法

1. 解問題時應有的步驟	154
2. 解問題時的注意	154
3. 整方程式的應用問題	155
4. 分方程式的應用問題	160
5. 聯立方程式的應用問題	163

修正課程標準適用

高中乙組代數學

上 冊

第一章

代數數系之進展和運算律

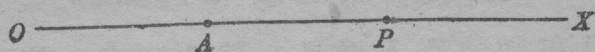
1. 整數 有人看見一羣牲口,或一籃梨,要計算他們的多少,就要“數一數”說:一、二、三、……,這些一、二、三、……就是自然數系,自然數系的數叫做整數。

2. 有理數 我們有了整數,固然可以計算一切不連續量,但是不能計算一切連續量,因此我們的祖先爲實際生活的需要又想出分數來,分數和整數總起來叫做有理數。

有理數和自然數,有一個很重要的差別,就是如果依照數的次序排列起來,自然數可以一個跟着一個寫下去,而有理數就不然,譬如問比1大的有理數是什麼?如果說是1.1,那末1.01就在1.1之前,而1.001又在1.01之前,兩個有理數之

間常常有無限個其他有理數存在,這種性質叫做有理數的密集性(Dense),*這種密集性在自然數系中是沒有的。

3. 有理數的圖示法 一切有理數,都可以用直線的點或線段的長表示出來。在直線 OX 上任取一點 O 作為測量的起點,以 OA 為單位,



則由幾何作圖法,任意一個有理數 $\frac{a}{b}$ (a, b 為任意的正整數,但 $b \neq 0$) 都可以用 OX 上面一點來表示譬如 P 點表示有理數 $\frac{a}{b}$ 或線段 OP 表示 $\frac{a}{b}$ 。但是反過來,直線上任意一點,都相當於一個有理數麼?——這就不一定了,譬如表示正方形對角線的長的數 $\sqrt{2}$,就不是有理數,乃是一個新發生的數,這種新發生的數,叫做無理數。

4. 無理數,算術數 整數和分數,都是日常生活上所必需的數,遠在人類有史以前就發生了,至於無理數,因為日常的計算不需要這樣超

*本章所講的數,如學者有不明瞭處,可參考代數及簡單數性之研究一書中數性之部(中華書局出版)。

乎感覺以外的精確，所以雖經畢達哥拉斯發現於前，歐几里得證明於後，在幾何學上得到重要的位置，但是正式承認他是一個數還是笛卡兒發現解析幾何以後的事。

我們有了無理數，不但連續量可以計算無礙，並且使直線上面的點和數能一對一的對應起來。這些整數，分數，無理數我們總稱為算術數。

5. 有號數 上古時候，人類生活簡單，祇要有理數就夠用了，到了幾何學發達以後，數的範圍就擴張到無理數，到了近代，生活複雜，又要擴張到正負數了。譬如款項的收支，財產的盈虧，營業的損益，時間的前後，溫度的升降，位置的左右，經度的東西，緯度的南北，以及運動的進退等都是含有兩個意義相反的量，這種含有兩個意義相反的量，就要兩種性質相反的數來計算，否則計算的結果就不能表出量的兩個相反的意義來。因此數學家就把“+”及“-”各附於算術數之前以表量的兩個相反的意義（但不附於0之前，因為0是沒有，既然沒有就無相反意義之可言。）這個“+”叫做正號，“-”叫做負號。有正號的數

叫做正數,有負號的數叫做負數.正負數叫做有號數,正負號叫做性質符號.性質符號相同的數叫做同號數,性質符號相異的數叫做異號數.平常所用的加減符號 $+$, $-$ 叫做運算符號.現在如爲明瞭有號數在日常生活上之重要及應用起見,舉例說明如下.

例 1. 有人經商:第一次賠 123 元,第二次賠 54 元,第三次賺 85 元,第四次賺 76 元,第五次賺 32 元,問此人經商的結果如何?

(解) 經營商業是含有賺與賠的兩種相反意義.現在命賺的錢數爲正數,賠的數爲負數,即得

$$(-123)+(-54)+(85)+(76)+(32)=+16. \quad \text{答:賺 16 元.}$$

例 2. 上面所說的商人,經結算後,發覺第一次的賠多算了 12 元,第四次的賺也多算了 8 元.問該商人營業結果究竟如何?

(解) 我們原來設賺爲正量,賠爲負量;所以第一次多算的數是 -12 ,第四次多算的是 $+8$,由是得

$$+16-(-12)-(8)=20.$$

(注意) 由上面例 1,可知在加法中,性質符號與運算符號有同樣的作用;所以在加法中性質符號可以

作為運算符號。又由例 2, 可知在減法中, 祇要 $-(-12)=+12$, $-(+8)=-8$, 性質符號也可以和運算符號一致。所以在加減法中祇要記住下面的運算律:

$$a+(-b)=a-b$$

$$a-(+b)=a-b$$

$$a-(-b)=a+b$$

就可以不必區別性質符號與運算符號的不同了。

例 3. 有船向北駛, (或向南駛) 日行緯度 3° , 某日夜半剛駛過赤道, 問自某日夜半後 5 日及前 5 日船在何處?

(解) 設向北量出來的緯度為正, 那末向南量出來的就是負量, 又時間如以未來為正, 那末過去就是負。由是將船向北駛的答案如下:

(1) 5 日後, 船在北緯 15° 即 $+15^\circ$,

$$\text{即 } (+3^\circ) \times (+5) = +15^\circ.$$

(2) 5 日前, 船在南緯 15° 即 -15° ,

$$\text{即 } (+3^\circ) \times (-5) = -15^\circ.$$

又得船向南駛的答案如下:

(1) 5 日後船在南緯 15° 即 -15° ,

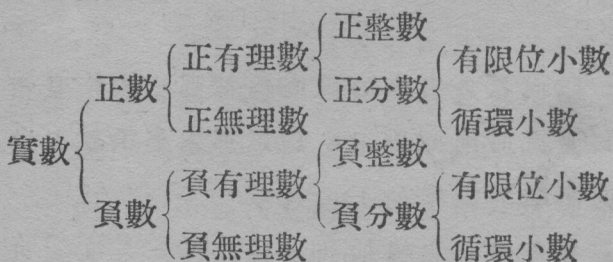
$$\text{即 } (-3^\circ) \times (+5) = -15^\circ.$$

(2) 5 日前,船在北緯 15° 即 $+15^\circ$,

$$\text{即 } (-3^\circ) \times (-5) = +15^\circ$$

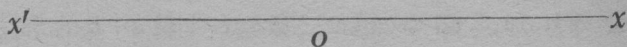
(注意) 由這個例,可知有號數相乘,須“同號相乘得正,異號相乘得負”纔能和算術數乘法一樣。

6. 實數 由上面研究的結果,可知在日常生活上,數的概念,祇限於算術數是不夠應用的,必須擴張到有號數才能計算現代生活上所遇的量。合一切正負的整數,分數,無理數及 0 叫做實數,實數的分類如下表:



7. 有號數的絕對值 有號數含有符號和數目兩部分,倘若不問符號的正負,祇論數目的大小,這個數目就叫做有號數的絕對值,譬如 $+6$ 和 -6 的絕對值都是 6. 有號數 $+6$ 或 -6 的絕對值也常用 $|+6|$ 或 $|-6|$ 來表示,即 $|+6| = |-6| = 6$. 所以有號數的絕對值就是算術數。

8. 實數的圖示法 前面講過,算術數和直線 ox 上面的點可以一對一的相應,現在把 ox 向着 xO 方向延長如下圖 ox' , 即得 ox' 上面的點和



負數一對一的相應,於是 xx' 成爲有向直線,有向直線也叫做軸,軸上面的點和實數一對一的相應,一切實數都可以用軸上面的點或線段表示出來。

9. 實數運算律的基本假設 數由整數,分數,無理數擴張到有號數而成爲實數系,這是根據實際生活的需要而來,初學的人還不十分難懂;惟獨實數系的運算律如 $a - (-b) = a + b$, $(-a)(-b) = ab$ 等,雖然也由實際問題體驗出來,覺得他是應當如此運算,但是在十七世紀以前,代數學萌芽時代,曾難倒很有頭腦的數學家,覺得這種運算律是神秘的奇怪的,我們初學的人看到他們,知其然而不知其所以然,更要覺得神秘而奇怪了,其實這種運算律都是由淺顯易懂極平常的道理推演出來的,他們是推理的自然結果,並非神秘奇怪的事件,現在把極平常的道理分

條寫在下面：

I. 兩個數(指實數而言,以下仿此)相加,仍舊是一個數.

譬如 a 加 b 必等於第三數 c , c 叫做 $a+b$ 的和. 求和的方法叫做加法.

II. 若 $a=b$, $c=d$; 則 $a+c=b+d$.

III. 加法是服從對易律的.

IV. 加法是服從結合律的.

V. 兩數相乘,仍舊是一個數.

譬如 a 與 b 相乘,必等於第三數 c , c 叫做積,求積的方法,叫做乘法.

VI. 若 $a=b$, $c=d$; 則 $ac=bd$.

VII. 乘法是服從對易律的.

VIII. 乘法是服從結合律的.

IX. 乘法和加法並用時是服從分配律的.

X. 已知 a, b 兩數,一定還有一個數 x 能適合於 $x+b=a$.

由 $a-b$ 就是求一個數 x , 加入 b 等於 a , x 叫做 $a-b$ 的差,求差的方法叫做減法.

XI. 已知 a, b 兩個數,若 $b \neq 0$,就有一個數