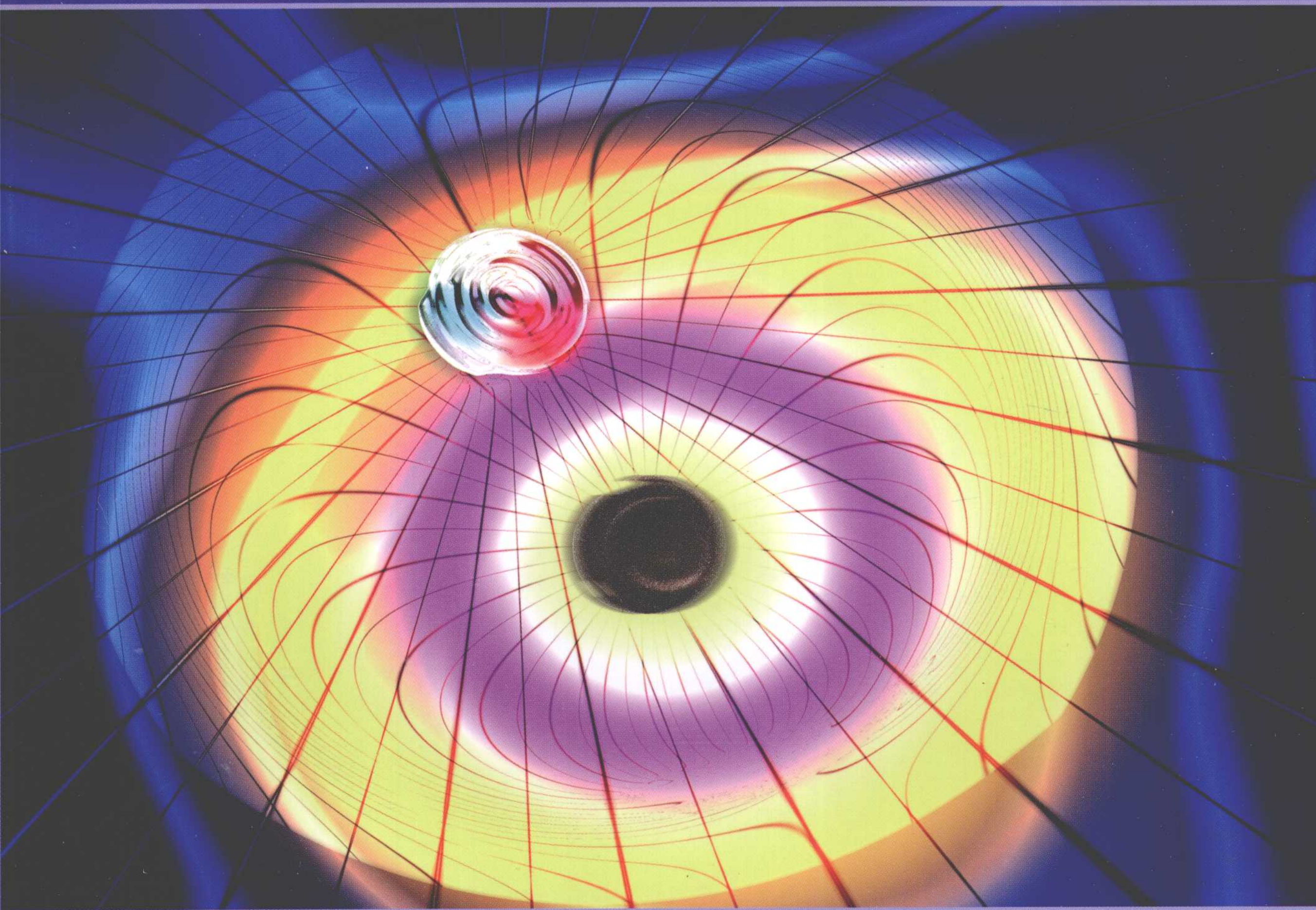
新世纪高职高专
基础类课程规划教材

新世纪



GAODENG SHUXUE

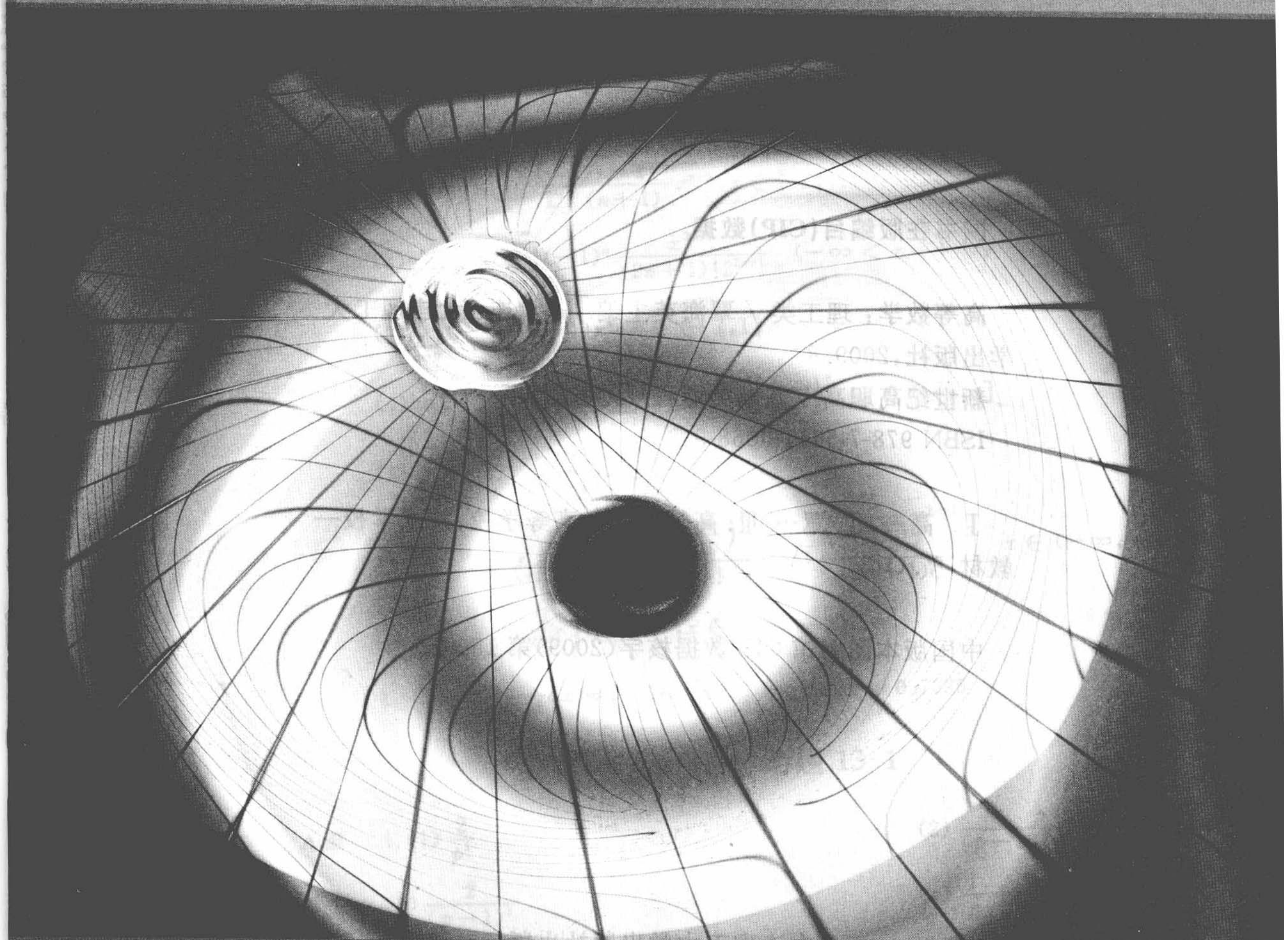
高等数学

（理工类）

主编 覃海英 主审 罗益奎

大连理工大学出版社

新世纪高职高专
基础类课程规划教材



GAODENG SHUXUE

高等数学

（理工类）

主　编　覃海英
副主编　庞　通　卜艳阳
编　委　龙伟忠　黄丽华　黄小玉　梁小军
　　　　高　英　叶奕茂　班庆梅
主　审　罗益奎

大连理工大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学：理工类 / 覃海英主编. 一大连：大连理工大学出版社，2009.8
新世纪高职高专基础类课程规划教材
ISBN 978-7-5611-5068-9

Ⅰ. 高… Ⅱ. 覃… Ⅲ. 高等数学—高等学校：技术学校—教材 Ⅳ. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 150059 号

大连理工大学出版社出版

地址：大连市软件园路 80 号 邮政编码：116023
发行：0411-84708842 邮购：0411-84703636 传真：0411-84701466
E-mail：dutp@dutp.cn URL：http://www.dutp.cn

大连美跃彩色印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸：185mm×260mm 印张：19.25 字数：445 千字
印数：1～2500
2009 年 8 月第 1 版 2009 年 8 月第 1 次印刷

责任编辑：杨 云 责任校对：周双双
封面设计：张 莹

ISBN 978-7-5611-5068-9 定 价：32.00 元

总　序

我们已经进入了一个新的充满机遇与挑战的时代，我们已经跨入了21世纪的门槛。

20世纪与21世纪之交的中国，高等教育体制正经历着一场缓慢而深刻的革命，我们正在对传统的普通高等教育的培养目标与社会发展的现实需要不相适应的现状作历史性的反思与变革的尝试。

20世纪最后的几年里，高等职业教育的迅速崛起，是影响高等教育体制变革的一件大事。在短短的几年时间里，普通中专教育、普通高专教育全面转轨，以高等职业教育为主导的各种形式的培养应用型人才的教育发展到与普通高等教育等量齐观的地步，其来势之迅猛，发人深思。

无论是正在缓慢变革着的普通高等教育，还是迅速推进着的培养应用型人才的高职教育，都向我们提出了一个同样的严肃问题：中国的高等教育为谁服务，是为教育发展自身，还是为包括教育在内的大千社会？答案肯定而且惟一，那就是教育也置身其中的现实社会。

由此又引发出高等教育的目的问题。既然教育必须服务于社会，它就必须按照不同领域的社会需要来完成自己的教育过程。换言之，教育资源必须按照社会划分的各个专业（行业）领域（岗位群）的需要实施配置，这就是我们长期以来明乎其理而疏于力行的学以致用问题，这就是我们长期以来未能给予足够关注的教育目的问题。

如所周知，整个社会由其发展所需要的不同部门构成，包括公共管理部门如国家机构、基础建设部门如教育研究机构和各种实业部门如工业部门、商业部门，等等。每一个部门又可作更为具体的划分，直至同它所需要的各种专门人才相对应。教育如果不能按照实际需要完成各种专门人才培养的目标，就不能很好地完成社会分工所赋予它的使命，而教育作为社会分工的一种独立存在就应受到质疑（在市场经济条件下尤其如此）。可以断言，按照社会的各种不同需要培养各种直接有用人才，是教育体制变革的终极目的。

随着教育体制变革的进一步深入，高等院校的设置是

随着教育体制变革的进一步深入，高等院校的设置是否会同社会对人才类型的不同需要一一对应，我们姑且不论。但高等教育走应用型人才培养的道路和走研究型(也是一种特殊应用)人才培养的道路，学生们根据自己的偏好各取所需，始终是一个理性运行的社会状态下高等教育正常发展的途径。

高等职业教育的崛起，既是高等教育体制变革的结果，也是高等教育体制变革的一个阶段性表征。它的进一步发展，必将极大地推进中国教育体制变革的进程。作为一种应用型人才培养的教育，它从专科层次起步，进而应用本科教育、应用硕士教育、应用博士教育……当应用型人才培养的渠道贯通之时，也许就是我们迎接中国教育体制变革的成功之日。从这一意义上说，高等职业教育的崛起，正是在为必然会取得最后成功的教育体制变革奠基。

高等职业教育还刚刚开始自己发展道路的探索过程，它要全面达到应用型人才培养的正常理性发展状态，直至可以和现存的(同时也正处在变革分化过程中的)研究型人才培养的教育并驾齐驱，还需要假以时日；还需要政府教育主管部门的大力推进，需要人才需求市场的进一步完善发育，尤其需要高职教学单位及其直接相关部门肯于做长期的坚忍不拔的努力。新世纪高职高专教材编审委员会就是由全国100余所高职高专院校和出版单位组成的旨在以推动高职高专教材建设来推进高等职业教育这一变革过程的联盟共同体。

在宏观层面上，这个联盟始终会以推动高职高专教材的特色建设为己任，始终会从高职高专教学单位实际教学需要出发，以其对高职教育发展的前瞻性的总体把握，以其纵览全国高职高专教材市场需求的广阔视野，以其创新的理念与创新的运作模式，通过不断深化的教材建设过程，总结高职高专教学成果，探索高职高专教材建设规律。

在微观层面上，我们将充分依托众多高职高专院校联盟的互补优势和丰裕的人才资源优势，从每一个专业领域、每一种教材入手，突破传统的片面追求理论体系严整性的意识限制，努力凸现高职教育职业能力培养的本质特征，在不断构建特色教材建设体系的过程中，逐步形成自己的品牌优势。

新世纪高职高专教材编审委员会在推进高职高专教材建设事业的过程中，始终得到了各级教育主管部门以及各相关院校相关部门的热忱支持和积极参与，对此我们谨致深深谢意，也希望一切关注、参与高职教育发展的同道朋友，在共同推动高职教育发展、进而推动高等教育体制变革的进程中，和我们携手并肩，共同担负起这一具有开拓性挑战意义的历史重任。

新世纪高职高专教材编审委员会

2001年8月18日

前 言

《高等数学》(理工类)是新世纪高职高专教材编委会组编的基础类课程规划教材.教材作为学校教学内容和教学方法的知识载体,在深化教育教学改革、全面推进素质教育、培养创新人才中具有举足轻重的地位。本教材是为了适应我国高职高专教育快速发展的要求和高职高专教育培养技能型人才的需要,经过诸位编者的共同努力,在认真总结全国高职高专院校理工类各专业高等数学课程教学改革经验的基础上编写而成的.

《高等数学》(理工类)以"掌握概念、强化应用、培养技能"为重点,充分体现"以应用为目的、以必需够用为度"的教学基本原则;理论描述精确简约,具体讲解明晰易懂;很好地兼顾了高职高专各类专业后续课程教学对数学知识的要求,同时也充分考虑了学生可持续发展的需要。本教材内容包括一元函数微积分、空间解析几何、多元函数微积分、曲线积分、微分方程、无穷级数、拉普拉斯变换等几个部分.每节配有A、B两组习题,书末附有习题答案.带*号的内容供部分专业的学生选学和自学.本教材为了突出强调数学知识与实际问题的联系,适当介绍了数学建模的思想,增加了与实际应用相关的内容.

本教材具有以下特点:(1)突出强调数学概念与实际问题的联系;(2)适度淡化逻辑论证,充分利用几何说明,帮助学生理解有关概念和理论;(3)充分考虑高职高专学生的数学基础,较好地处理了初等数学与高等数学的过渡和衔接;(4)优先选取了微积分在几何、物理、经济等多方面的应用实例,适用专业面宽;(5)每节均配有A、B两组习题,便于学生巩固基础知识,提高基本技能,加强对教材内容的理解,有利于培养学生应用数学知识解决实际问题的能力.

本教材按120学时设计,学时不足的教学单位可在内

容上作适当删减.

尽管我们在《高等数学》(理工类)的特色建设方面做出了许多努力,但由于我们水平有限,书中仍难免有不妥之处,希望各教学单位和读者在使用本教材的过程中给予关注,并将意见及时反馈给我们,以便下次修订时改进.

所有意见和建议请发往:gzjckfb@163.com

欢迎访问我们的网站:http://www.dutpgz.cn

联系电话:0411-84707604　84707492

编　者

2009年8月

目　录

第一章　函数、极限与连续

函数是客观世界中量与量之间相依关系的一种数学抽象.高等数学的主要研究对象是函数,研究问题的基本工具是极限.本章将介绍函数、极限与连续的基本概念,以及它们的一些重要性质.

第一节　函　数

一、函数的概念

1. 函数的定义

【例 1】 某物体以 10 m/s 的速度作匀速直线运动,则该物体走过的路程 S 和时间 t 有如下关系:

$$S=10t \quad (0\leqslant t<+\infty)$$

对变量 t 和 S,当 t 在 $[0,+\infty)$ 内任取一定值 t_0,S 都有唯一确定的值 $S_0=10t_0$ 与之对应.变量 t 与 S 之间的这种对应关系,即是函数概念的实质.

定义 1　设有两个变量 x 和 y,如果在集合 D 内每取定一个数值 x,按照对应法则 f,都有唯一确定的数值 y 与之对应,则称 y 为定义在 D 上的 x 的函数,记作 $y=f(x)$.其中 x 叫做自变量,y 叫做因变量,D 叫做函数的定义域.

当 x 取数值 $x_0\in D$ 时,与 x_0 对应的 y 的数值称为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的函数值,记作 $f(x_0)$.当 x 遍取 D 的各个数值时,对应的函数值的全体组成的数集

$$W=\{y\,|\,y=f(x),x\in D\}$$

称为函数的值域.

2. 函数的两个要素

定义域 D 与对应法则 f 唯一确定函数 $y=f(x)$,故定义域与对应法则称为函数的两个要素.如果函数的两个要素相同,那么它们就是相同的函数,否则,就是不同的函数.

函数 $y=f(x)$ 的对应法则 f 也可用 φ,h,g,F 等表示,相应的函数就记作 $\varphi(x)$,$h(x)$,$g(x)$,$F(x)$.

在实际问题中,函数的定义域是根据问题的实际意义确定的.若不考虑函数的实际意义,只抽象地研究用解析式表达的函数,则规定函数的定义域是使解析式有意义的一切实数值.

通常求函数的定义域应注意以下几点:

(1)当函数是多项式时,定义域为 $(-\infty,+\infty)$.

(2)分式函数的分母不能为零.

(3)偶次根式的被开方式必须大于或等于零.

(4)对数函数的真数必须大于零.

(5)反正弦函数与反余弦函数的定义域为$[-1,1]$.

(6)如果函数表达式中含有上述几种函数,则应取各部分定义域的交集.

【例 2】 判断下列函数是否是相同的函数

(1)$y=1$ 与 $y=\dfrac{x}{x}$ (2)$y=|x|$ 与 $y=\sqrt{x^2}$

(3)$y=\ln 2x$ 与 $y=\ln 2\cdot\ln x$

解 (1)函数 $y=1$ 的定义域为$(-\infty,+\infty)$,而函数 $y=\dfrac{x}{x}$的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$,故不是同一函数.

(2)两个函数的定义域与对应法则都相同,故是同一函数.

(3)函数 $y=\ln 2x$ 与 $y=\ln 2\cdot\ln x$ 的定义域都是$(0,+\infty)$,但对应法则不同,故不是同一函数.

【例 3】 求下列函数的定义域

(1)$y=\sqrt{x+3}-\dfrac{1}{x^2-1}$ (2)$y=\dfrac{1}{\ln(1-x)}$

解 (1)若使$\sqrt{x+3}$有意义,需 $x+3\geqslant 0$,即 $x\geqslant -3$,若使$\dfrac{1}{x^2-1}$有意义,需 $x^2-1\neq 0$,即$x\neq\pm 1$,所以函数的定义域为$[-3,-1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$.

(2)若使$\dfrac{1}{\ln(1-x)}$有意义,需 $1-x>0$ 且 $\ln(1-x)\neq 0$,即 $x<1$ 且 $x\neq 0$,所以函数的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,1)$.

3. 函数的表示法

函数的表示法有解析法、图示法以及表格法等.

【例 4】 设有容积为 10 m^3 的无盖圆柱形桶,其底用铜制,侧壁用铁制. 已知铜价为铁价的 5 倍,试建立做此桶所需费用与桶的底面半径 r 之间的函数关系.

解 设铁价为 k,铜价为 $5k$,所需费用为 y,桶的容积为 V,侧壁高为 h

由容积与底面半径及高的关系,有 $V=\pi r^2 h$,则 $h=\dfrac{V}{\pi r^2}$,侧面积为 $2\pi rh=2\pi r\dfrac{V}{\pi r^2}=\dfrac{2V}{r}$,又知 $V=10$ m^3,得侧面积为$\dfrac{20}{r}$,故所需费用与桶的底面半径 r 之间的函数关系为

$$y=\frac{20k}{r}+5\pi r^2 k$$

【例 5】 火车站收取行李费的规定如下:当行李不超过则求 50 kg 时,按基本运费 0.2 元/kg收费,当超过 50 kg 时,超重部分按 0.3 元/kg 收费,求运费 y(元)与重量 x(kg)之间的函数关系式,并画出该函数的图像.

解 当 $x\in(0,50]$时,$y=0.2x$;当 $x\in(50,+\infty)$时,$y=0.2\times 50+0.3(x-50)=0.3x-5$,所求函数为$y=\begin{cases}0.2x, & 0<x\leqslant 50\\ 0.3x-5, & 50<x<+\infty\end{cases}$(如图 1-1 所示).

像这样在自变量的不同变化范围内，对应法则用不同式子来表示的函数，叫做分段函数.

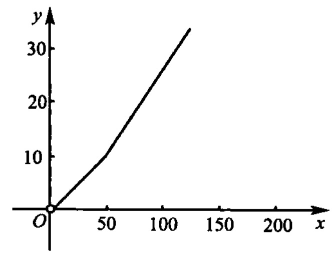


图 1-1

【例 6】　函数

$$y=\mathrm{sgn}x=\begin{cases}1 & x>0\\ 0 & x=0\\ -1 & x<0\end{cases}$$

称为符号函数，它的定义域 $D=(-\infty,+\infty)$，值域 $w=\{-1,0,1\}$，它的图像如图 1-2 所示.

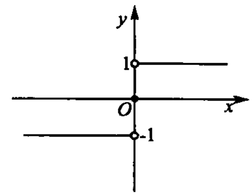


图 1-2

二、函数的几种性质

设函数 $f(x)$在某区间 I 内有定义.

1. 奇偶性

设 I 为关于原点对称的区间，若对于任意的 $x\in I$，都有 $f(-x)=f(x)$，则 $f(x)$叫做偶函数；若 $f(-x)=-f(x)$，则 $f(x)$叫做奇函数. 奇函数的图像关于原点对称，如图1-3所示；偶函数的图像关于 y 轴对称，如图 1-4 所示.

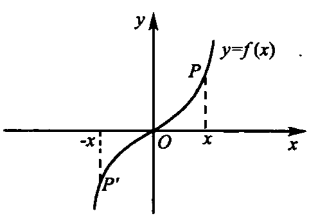


图 1-3

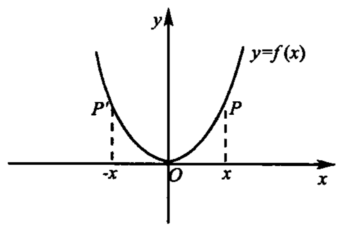


图 1-4

例如，$y=x^3$ 在区间$(-\infty,+\infty)$内是奇函数，$y=x^4+1$ 在区间$(-\infty,+\infty)$内是偶函数. 有的函数既不是奇函数也不是偶函数，如 $y=\sin x+\cos x$ 在区间$(-\infty,+\infty)$内是非奇非偶函数.

2. 单调性

若对于区间 I 内任意两点 x_1,x_2，当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称$f(x)$在 I 上单调增加，区间 I 称为单调增区间；若 $f(x_1)>f(x_2)$，则称 $f(x)$在 I 上单调减少，区间 I 称为单调减区间. 单调增区间或单调减区间统称为单调区间. 在单调增区间内，函数图像随着 x 的增大而上升，如图 1-5 所示；在单调减区间内，函数图像随着 x 的增大而下降，如图 1-6 所示.

例如，$y=x^2$ 在区间$[0,+\infty)$内是单调增加的，在区间$(-\infty,0]$内是单调减少的，在区间$(-\infty,+\infty)$内函数 $y=x^2$ 不是单调函数.

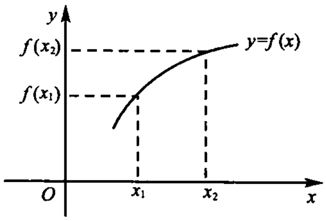


图 1-5

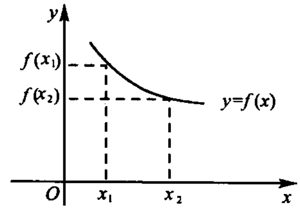


图 1-6

3. 周期性

若存在不为零的数 T,使得对于任意的 $x\in I$,都有 $x+T\in I$,且 $f(x+T)=f(x)$,则称$f(x)$为周期函数,其中 T 叫做函数的周期,通常周期函数的周期是指它的最小正周期.

例如,$y=\sin x$,$y=\cos x$ 都是以 2π 为周期的周期函数;$y=\tan x$,$y=\cot x$ 都是以 π 为周期的周期函数.

4. 有界性

若存在正数 M,使得在区间 I 上恒有 $|f(x)|\leqslant M$,则称 $f(x)$在 I 上有界,否则称 $f(x)$在 I 上无界.

例如,函数 $y=\dfrac{1}{x}$在区间(0,1)内无界,但在区间(1,2)内有界.

三、反函数

定义 2 设函数 $y=f(x)$的定义域为 D,值域为 W. 如果对于任一数值 $y\in W$,在 D 中都有唯一确定的值 x,使 $f(x)=y$,则得到一个以 y 为自变量,x 为因变量的新的函数,这个新的函数叫做函数 $y=f(x)$的反函数,记作 $x=f^{-1}(y)$,其定义域为 W,值域为 D.

由于人们习惯于用 x 表示自变量,而用 y 表示因变量,因此我们将函数 $y=f(x)$的反函数 $x=f^{-1}(y)$用 $y=f^{-1}(x)$表示. $y=f(x)$与 $y=f^{-1}(x)$的图像关于直线 $y=x$ 对称,如图 1-7 所示.

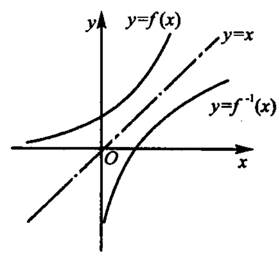


图 1-7

四、初等函数

1. 基本初等函数及其性质

幂函数 $y=x^{\mu}$ (μ 为常数)

指数函数 $y=a^{x}$ ($a>0,a\neq1,a$ 为常数)

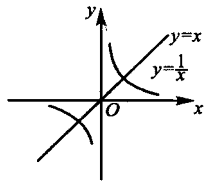
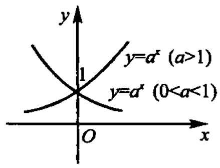
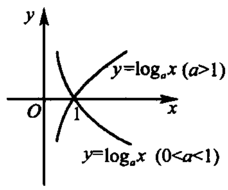
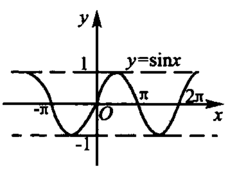
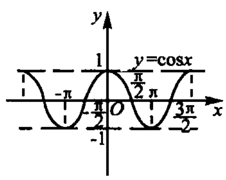
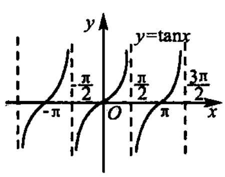
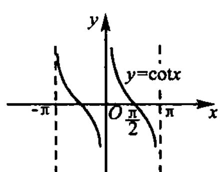
对数函数 $y=\log_a x$ ($a>0,a\neq1,a$ 为常数)

三角函数 $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$, $y=\sec x$, $y=\csc x$

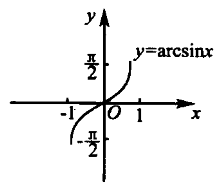
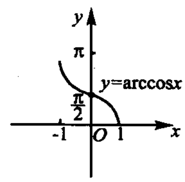
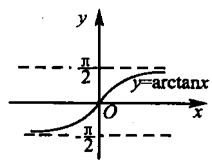
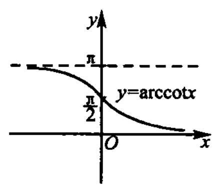
反三角函数 $y=\arcsin x$, $y=\arccos x$, $y=\arctan x$, $y=\operatorname{arccot} x$

以上五类函数统称为基本初等函数,常用的基本初等函数的定义域、值域、图像和性质见表 1-1.

表 1-1

函　数	定义域和值域	图　像	性　质
幂函数 $y=x^{\mu}$			当 $\mu>0$ 时，函数在第一象限单调增 当 $\mu<0$ 时，函数在第一象限单调减
指数函数 $y=a^{x}$ $(a>0,a\neq1)$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		过点(0,1) 当 $a>1$ 时，单调增 当 $0<a<1$ 时，单调减
对数函数 $y=\log_a x$ $(a>0,a\neq1)$	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		过点(1,0) 当 $a>1$ 时，单调增 当 $0<a<1$ 时，单调减
三角函数 正弦函数 $y=\sin x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		奇函数，周期为 2π，有界 在 $\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right](k\in\mathbf{Z})$ 单调增 在 $\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right](k\in\mathbf{Z})$ 单调减
余弦函数 $y=\cos x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		偶函数，周期为 2π，有界 在 $[2k\pi-\pi,2k\pi](k\in\mathbf{Z})$ 单调增 在 $[2k\pi,2k\pi+\pi](k\in\mathbf{Z})$ 单调减
正切函数 $y=\tan x$	$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，周期为 π 在 $\left(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2}\right)(k\in\mathbf{Z})$ 单调增
余切函数 $y=\cot x$	$x\neq k\pi(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，周期为 π 在 $(k\pi,(k+1)\pi)$　$(k\in\mathbf{Z})$ 单调减

（续表）

函数		定义域和值域	图像	性质
反三角函数	反正弦函数 $y=\arcsin x$	$x\in[-1,1]$ $y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$		奇函数，有界 单调增
	反余弦函数 $y=\arccos x$	$x\in[-1,1]$ $y\in[0,\pi]$		有界 单调减
	反正切函数 $y=\arctan x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$		奇函数，有界 单调增
	反余切函数 $y=\mathrm{arccot}\, x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,\pi)$		有界 单调减

2. 复合函数

先看一个例子，设 $y=\sqrt{u}$，而 $u=1+x^2$，以 $1+x^2$ 代替 $\sqrt{u}$ 中的 u，得 $y=\sqrt{1+x^2}$，我们称它为由 $y=\sqrt{u}$，$u=1+x^2$ 复合而成的复合函数.

定义 3 设 $y=f(u)$，$u=\varphi(x)$，且函数 $\varphi(x)$ 的值域全部或部分包含在函数 $f(u)$ 的定义域内，那么 y 通过 u 的联系成为 x 的函数，我们把 y 叫做 x 的复合函数，记作 $y=f[\varphi(x)]$，其中 u 叫做中间变量.

【例 7】 试求由函数 $y=u^3$，$u=\tan x$ 复合而成的函数.

解 将 $u=\tan x$ 代入 $y=u^3$ 中，即得所求复合函数 $y=\tan^3 x$.

有时，一个复合函数可能由三个或更多的函数复合而成. 例如，由函数 $y=2^u$，$u=\sin v$ 和 $v=x^2+1$ 可以复合成函数 $y=2^{\sin(x^2+1)}$，其中 u 和 v 都是中间变量.

【例 8】 指出下列复合函数的结构：

(1) $y=\sqrt{1+x^2}$　　(2) $y=\arcsin(\ln x)$　　(3) $y=\mathrm{e}^{\sin\sqrt{x-1}}$

解 (1) $y=\sqrt{u}$，$u=1+x^2$

(2) $y=\arcsin u$，$u=\ln x$

(3) $y=\mathrm{e}^u$，$u=\sin v$，$v=\sqrt{\omega}$，$\omega=x-1$