

# 旋转机械故障的非线性 问题及智能诊断技术

■ 罗跃纲 著 ■



科学出版社  
[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

# 旋转机械故障的非线性 问题及智能诊断技术

罗跃纲 著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书主要内容包括：旋转机械转子系统故障的非线性动力学理论和方法，具有单一和耦合故障的转子-轴承系统的复杂非线性运动特性和故障特征，耦合故障的相互作用机理、影响规律和主次关系，单一和耦合故障及工作转速对系统周期运动稳定性的影响，基于神经网络的智能诊断技术，智能故障诊断系统的总体设计与实现方法，基于知识和神经网络的故障诊断专家系统等。

本书可供从事旋转机械科学研究、设计、制造及应用的科技人员阅读，亦可供高等院校相关专业的师生参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

旋转机械故障的非线性问题及智能诊断技术/罗跃纲著. —北京:科学出版社, 2009

ISBN 978-7-03-025792-5

I. 旋… II. 罗… III. ①旋转机构-非线性力学: 动力学②人工智能-应用-旋转机构-故障诊断 IV. TH21 TH133

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 185217 号

责任编辑: 童安齐 / 责任校对: 耿 菲

责任印制: 吕春珉 / 封面设计: 耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencecp.com>

精英彩色印装有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2009 年 11 月第一 版 开本: B5 (720×1000)

2009 年 11 月第一次印刷 印张: 18 1/2

印数: 1—2 000 字数: 360 000

**定价: 48.00 元**

(如有印装质量问题, 我社负责调换(环伟))

销售部电话 010-62134988 编辑部电话 010-62137026(BA08)

**版权所有, 侵权必究**

举报电话: 010-64030229; 010-64034315; 13501151303

本书由  
国家自然科学基金项目资助  
(编号:50775025)

大连市人民政府资助出版

The published book is sponsored  
by the Dalian Municipal Government

大连民族学院资助出版

The published book is sponsored  
by the Dalian Nationalities University

## 前　　言

旋转机械是指大型汽轮发电机组、水轮发电机组、核电机组、航空航天发动机、高速压缩机、离心机、离心泵和高精度机床等以转子系统为工作主体的机械设备,广泛地应用于电力、石化、冶金、机械、航空等各工业部门。随着科学技术与现代化工业的发展,旋转机械正朝着大型化、连续化、高速化、轻型化、集中化、自动化和大功率、大载荷方向发展。这一方面提高了生产率,降低了生产成本;但另一方面,这些设备一旦发生故障,所造成的经济损失将会成倍地增加。最近几十年来,机械设备故障导致的灾难性事件时有发生,造成的经济损失、人员伤亡和社会影响也是难以估量的,因此对于旋转机械在速度、容量、效率和安全可靠性等方面提出了更高的要求,另外,研究转子系统的非线性特性和故障机理,发展并应用先进的状态监测与诊断技术对设备故障进行检测和诊断显得尤为重要。

转子系统非线性动力学的研究始于20世纪50年代。近20年来随着非线性科学、应用力学及计算机技术的发展,转子非线性动力学取得了迅速发展。转子系统中存在的非线性因素多种多样,而且非常复杂,非线性因素之间会产生一定程度的耦合、多频激励及运动耦合,导致复杂系统响应——自激振动、多解现象、拟周期运动和混沌运动等的发生。这些运动状态是不平衡激励引起的强迫振动与非线性因素引发的低频振动的合成。对拥有大量强非线性因素的转子系统来说,使用非线性动力学分析不但可以避免由于参数线性化而忽略对系统动力学行为具有重要影响的非线性因素的缺陷,而且能将强迫振动和各种自激振动(包括初始条件)因素统一在一起考虑,得到与现场测试更加接近的分析结果。

转子系统故障的非线性动力学是近年来发展起来的一门新兴学科,研究作为现代转子动力学的新热点内容,它以转子故障的非线性特征为主要研究对象。从故障原因上看,转子故障主要包括转定子碰摩、转子裂纹、基础(部件)松动、陀螺效应、密封和轴承油膜引发的故障等。

研究问题主要包括:求解各种故障情况下的动态响应,研究故障转子的本质特征,辨识诊断故障;分析系统参数变化对系统响应形式的影响规律及对系统响应稳定性的影响;研究稳态响应及其稳定性随系统参数变化的演化规律以及引起的分岔与混沌行为特性;建立对转子运动进行状态监测和故障诊断的智能系统等。

本书以故障旋转机械转子系统为主要研究对象,应用现代非线性动力学理论和转子动力学理论,从非线性动力学理论新近发展的几个研究热点和方向,如亚谐振动、自激振动及其稳定性、分岔与混沌等,系统、深入地研究了转子系统存在单一和耦合故障时的非线性特性、故障机理和特征、周期运动的稳定性及若干相关问题;此外,还研究了基于灰色理论、神经网络、遗传算法、小波分析等的智能诊断方法存在的问题及其改进措施,以及在机械设备故障诊断中的应用问题。

本书根据作者承担的国家自然科学基金项目(编号:50775025)所取得的部分创新性研究成果,结合本人的博士学位论文和博士后研究报告,并参考了部分有关文献经汇总、整理而成,意在为旋转机械故障的诊断和预防提供一定的依据和参考。

本书的出版得到大连市政府学术专著资助,同时得到了大连民族学院的资助,在此致以深切的谢意。

在撰写本书过程中,中国科学院院士闻邦椿教授、长江学者张义民教授和陈长征教授等为本书提出了许多宝贵意见,在此一并向他们表示衷心的感谢。

由于时间仓促、作者水平所限及研究工作的局限性,本书难免存在不足之处,恳请广大读者批评指正。

罗跃纲

2009年7月20日

# 目 录

## 前言

<b>第 1 章 绪论</b> .....	1
1.1 旋转机械故障问题研究的目的与意义 .....	1
1.2 转子系统故障非线性问题的常用研究方法 .....	4
1.3 转子系统故障非线性问题中的分岔与混沌研究方法 .....	7
1.4 转子系统故障非线性问题的研究概况 .....	12
1.5 转子系统故障智能诊断技术研究概况 .....	24
1.6 本书的主要内容 .....	26
参考文献 .....	27
<b>第 2 章 转子系统单一故障的非线性特性</b> .....	41
2.1 概述 .....	41
2.2 具有非线性弹性的转子系统分析 .....	42
2.3 非线性弹性转子系统碰摩的非线性特性分析 .....	57
2.4 裂纹故障转子系统非线性特性分析 .....	71
2.5 基础松动故障转子系统非线性特性分析 .....	90
参考文献 .....	94
<b>第 3 章 单跨转子-轴承系统耦合故障的非线性特性</b> .....	99
3.1 概述 .....	99
3.2 耦合故障转子-轴承系统模型和运动微分方程 .....	99
3.3 耦合故障转子-轴承系统非线性特性分析 .....	101
3.4 单跨转子-轴承系统故障的稳定性分析 .....	109
3.5 基于模型的故障转子系统定量诊断 .....	115
3.6 故障转子系统非线性特性的实验研究 .....	129
参考文献 .....	141
<b>第 4 章 双跨转子-轴承系统单一故障的非线性特性</b> .....	144
4.1 概述 .....	144
4.2 双跨故障转子-轴承系统模型和运动微分方程 .....	144
4.3 双跨碰摩转子-轴承系统的非线性特性分析 .....	152
4.4 双跨裂纹转子-轴承系统的非线性特性分析 .....	155
4.5 双跨松动转子-轴承系统的非线性特性分析 .....	159

4.6 双跨故障转子-轴承系统周期运动稳定性分析 .....	163
参考文献 .....	166
<b>第 5 章 双跨转子-轴承系统耦合故障的非线性特性 .....</b>	<b>169</b>
5.1 概述 .....	169
5.2 双跨转子-轴承系统裂纹-碰摩耦合故障的非线性特性 .....	169
5.3 双跨转子-轴承系统松动-碰摩耦合故障的非线性特性 .....	177
5.4 双跨转子-轴承系统松动-裂纹耦合故障的非线性特性 .....	186
参考文献 .....	196
<b>第 6 章 基于神经网络的智能诊断技术 .....</b>	<b>199</b>
6.1 概述 .....	199
6.2 误差反向传播神经网络 .....	199
6.3 BP 网络存在的问题及改进方案探讨 .....	201
6.4 遗传神经网络算法及其应用 .....	206
6.5 灰色神经网络 .....	221
6.6 小波神经网络 .....	224
6.7 基于信息融合的集成神经网络 .....	238
参考文献 .....	245
<b>第 7 章 智能诊断系统总体设计与实现 .....</b>	<b>249</b>
7.1 概述 .....	249
7.2 智能诊断系统开发技术 .....	250
7.3 智能诊断系统总体设计与实现 .....	254
参考文献 .....	265
<b>第 8 章 设备故障智能诊断系统 .....</b>	<b>267</b>
8.1 概述 .....	267
8.2 基于知识的故障诊断专家系统 .....	267
8.3 基于神经网络的智能诊断系统 .....	274
参考文献 .....	283

# 第1章 绪论

## 1.1 旋转机械故障问题研究的目的与意义

旋转机械是指大型汽轮发电机组、水轮发电机组、核电机组、航空航天发动机、高速压缩机、离心机、离心泵和高精度机床等以转子系统为工作主体的机械设备，广泛地应用于电力、石化、冶金、机械、航空等各工业部门。随着科学技术与现代化工业的发展，旋转机械正朝着大型化、连续化、高速化、轻型化、集中化、自动化和大功率、大载荷方向发展。这一方面提高了生产率，降低了生产成本；但另一方面，这些设备一旦发生故障，所造成的经济损失将会成倍地增加。最近几十年来，由于机械设备故障导致的灾难性事件时有发生，造成的经济损失、人员伤亡和社会影响是难以估量的。例如，1986年美国的“挑战者”号航天飞机爆炸事件，造成的经济损失举世罕见；1992年6月日本海南电厂的一台600MW超临界火力发电机组因机组共振而造成断轴毁机事故，直接经济损失达45亿～50亿日元。我国的个别电厂在20世纪80年代因机械激烈振动而发生重大事故，造成的经济损失达几亿元。因此，对于旋转机械在速度、容量、效率和安全可靠性等方面提出了更高的要求；另外，发展并应用先进的状态监测与诊断技术对设备故障进行检测和诊断显得尤为重要。

1895年，Foppel首先提出了一个最简单的转子模型<sup>[1]</sup>，它由一根两端刚支的无质量的轴和在其中部的圆盘组成。Jeffcott教授在1919年对这一模型进行了动力学特性的研究，他指出在超临界运行时，转子会产生自动定心现象，后这一模型被命名为Jeffcott转子<sup>[2]</sup>。自此以后，基于线性系统理论的转子动力学获得了很大的发展，在不平衡响应计算、临界转速确定、运行的稳定性、参数辨识以及转子不平衡等方面得到广泛的应用，并已拓展到了机械故障诊断领域。随着旋转机械向高转速、新型材料和新型结构的趋势发展，转子系统的非线性振动现象异常突出，由此引发的非线性动力学行为日益引起关注，尤其对于复杂转子系统（含多自由度和强非线性的转子系统）的研究已成为近代转子动力学的研究热点<sup>[3~6]</sup>。转子动力学中很多问题在本质上都是非线性的，因而只有采用非线性的微分方程才能准确描述转子系统真实的动力学行为。在一些实际问题的处理中，合理的线性化能显著地减少分析与计算工作量，降低理论上和技术上的难度，且所得结果与真实系统的观测结果基本相符。然而当真实的转子系统的非线性较为显著时，如果再采用

线性化的分析方法,将人为地忽略掉对系统具有重要影响的非线性因素,以及与之相关的系统固有的非线性动力学现象。例如,稳态响应对于初始条件的依赖性、解的多样性和稳定性、振动状态的突变、超谐波与次谐波共振、分岔与混沌以及系统长期性态(混沌吸引子)对于参数的依赖性等<sup>[6]</sup>,造成分析结果与实际系统的动力学行为在定性和定量上的偏差,甚至在分析和计算中出现本质性的错误,导致人们有时无法用转子动力学的传统理论来准确解释异常振动现象产生的原因,不能满足现代工程设计、机械状态监测与故障诊断的需要。由此可见,线性理论根本不可能彻底解决转子系统的动力学问题,开展转子系统非线性动力学的研究具有很重要的理论和现实意义。

转子系统非线性动力学的研究始于 20 世纪 50 年代<sup>[7,8]</sup>,近 20 年来随着非线性科学、应用力学及计算机技术的发展,转子非线性动力学取得了迅速发展。转子系统中存在的非线性因素多种多样,而且非常复杂,非线性因素之间会产生一定程度的耦合、多频激励及运动耦合,导致复杂系统响应——自激振动、多解现象、拟周期运动和混沌等运动的发生。这些运动状态是不平衡激励引起的强迫振动与非线性因素引发的低频振动的合成。对拥有大量强非线性因素的转子系统来说,使用非线性动力学分析不但可以避免由于参数线性化而忽略对系统动力学行为具有重要影响的非线性因素的缺陷,而且能将强迫振动和各种自激振动(包括初始条件)因素统一一起来考虑,得到与现场测试更加接近的分析结果。近年来国内外学者针对不同的对象,从不同角度,用不同的方法对转子系统的非线性动力学问题进行了研究,揭示了转子系统丰富的非线性动力学行为和物理机制。但到目前为止,对转子系统故障发生的机理尚未充分揭示,其准确性和精度尚未达到理想的地步。为了从理论上对故障产生的机理做出更具体的解释,进而使诊断技术向更高层次的方向发展,近几年来,国内外的科技工作者以较大的注意力转向对故障机理即故障转子系统动力学特性的研究。

转子系统故障的非线性动力学是近年来发展起来的一门新兴学科,研究作为现代转子动力学的新热点内容,它以转子故障的非线性特征为主要研究对象。从故障原因上来看,转子故障主要包括转轴裂纹、转定子碰撞、部件松动、陀螺效应、密封和轴承油膜引发的故障等。研究问题主要包括:求解各种故障情况下的动态响应,研究故障转子的本质特征,辨识诊断故障;分析系统参数变化对系统响应形式的影响规律及对系统响应稳定性的影响;研究稳态响应及其稳定性随系统参数变化的演化规律以及引起的分岔与混沌行为特性;建立对转子运动进行状态监测和故障诊断的智能系统等。对于非线性转子动力学的分析方法主要包括两个方面:一是定量方法,即采用各种解析法求出问题的近似解析解;二是定性方法,即研究方程解的存在性及周期解的稳定性。各种解析方法对于弱非线性问题可以得到较为准确的结果,但对于强非线性问题和多自由度及连续体的非线性问题尚难以

求解。由于转子系统非线性动力学问题的复杂性和计算机技术的飞速发展,对于当今科学前沿课题的转子系统非线性动力学中的分岔与混沌问题的研究,数值方法已经成为一种不可或缺的基本方法。

转子系统出现故障时,常常伴有强烈的振动。转子振动包括转轴扭转振动、弯曲振动和圆盘振动等多种多样的形式。在转子系统发生故障,例如转子系统发生碰撞、裂纹、基础松动等故障,以及上述故障组合而成的耦合故障时,非线性问题更加突出。对于单自由度非线性系统可能产生多解、跳跃、极限环、亚谐共振和超谐共振、拟周期解、周期解分岔和动态分岔以及混沌运动等。多自由度非线性系统除上述现象外,还会发生内共振、组合共振、模态耦合等复杂的动力学行为。由于上述这些因素不可避免的存在,而准确描述转子-轴承系统动力学行为的微分方程又是非线性的,用传统的转子动力学理论研究轴承油膜所采用的8个线性化刚度和阻尼特性系数的油膜力模型已不能满足现代各种工程设计问题的需要。为了更好地研究转子系统复杂的动力学行为,必须采用非线性理论。对含有大量强非线性因素的转子-轴承系统来说,使用非线性动力学分析方法不但可以避免由于参数线性化而将自由振动和强迫振动强行分割的求解局限性,而且能将受迫振动和各种自激振动因素统一于力学模型中,使之更加符合工程实际。

在已有的转子系统故障动力学模型中,大多为单跨转子模型。对单跨转子模型进行分析,对揭示转子系统的运行机理和故障特性起了很大作用,但是工程上许多大型转子系统是由多跨多盘组成,现有的单跨转子分析结果,必然不能完全揭示多跨转子系统的运动特性和各跨之间的相互影响规律。近年在多跨转子系统非线性问题研究方面已经取得了一些研究成果<sup>[9]</sup>,为转子系统的故障诊断和预测提供了一定的理论依据,但仍然有很多问题尚待解决,而且有些结论还尚未形成共识。例如,转子系统亚谐振动的发生、失稳的形成,转子系统故障的发生与发展的演化规律,多重耦合故障转子系统非线性动力学模型的建立,具有故障的转子系统分岔与混沌行为发生的条件,多吸引子共存、吸引域的确定、跳跃突变与故障的内在关系、具有参数慢变转子系统故障的非线性特性等。

实际的转子系统发生故障时,通常是两种或多种具有耦合特性的故障同时发生,而且相互影响。但目前对多重(或孪生)故障转子系统的动力学和故障机理研究还比较少,而工程实际中转子系统的耦合故障又是很普遍的。例如,裂纹转子系统在一定情况下会产生转定子碰撞,油膜振荡转子系统在某些干扰下也会产生碰撞故障等。耦合故障转子的动力学行为较单一故障转子更加复杂,并且存在许多独特的动力学特性。由于多重故障转子系统的耦合特性,用单一故障的诊断方法去诊断多重耦合故障转子必然会发生分析结果与实际系统的动力学行为的不符,不能满足现代工程设计、机械状态监测与故障诊断的需要。

现在,多重故障转子系统诊断的理论依据还很不充分,为解决多重故障转子的

诊断方法问题,用非线性理论研究多重故障转子系统的非线性动力学问题和故障机理已是一项十分迫切的工作,也成为当前转子动力学中的主要研究课题。

故障诊断是通过研究故障与征兆(特征向量)之间的关系来判断故障的。结构与设备的故障形式多种多样,故障产生的机理和原因也非常复杂,加之实际因素的复杂性,故障与征兆之间表现出一种非常复杂的关系,即各类故障所反映的特征参数并不完全相同,这种关系很难用精确的数学模型来表示,这给现场诊断带来了极大的困难。而且现代故障诊断已不满足于是否有故障的简易诊断结果,而要求给出故障产生的可能性及故障的位置和程度如何。传统的故障诊断技术越来越难以满足现代故障诊断的需要。人工智能技术的发展,特别是基于知识的专家系统和以并行分布处理为特征的人工神经网络技术在故障诊断中的应用,使得故障诊断技术进入了一个智能化发展阶段。神经网络具有高度的非线性和容错能力以及它的并行和分布式的特点,在模式识别领域得到广泛应用。目前,神经网络技术已经运用于各个领域,在机械设备状态监测和故障诊断方面也得到广泛应用。但是神经网络技术本身的缺陷和不足,尚有很多值得探讨的问题。因此,有必要研究如何对算法进行改进,如何选取诊断神经网络的输入参数(征兆特征向量)等,使其能更适合故障诊断问题。

为了满足工程实际需要,本书将应用现代非线性动力学理论和转子动力学理论对含有松动、裂纹和碰撞等多重故障的单、双跨转子-轴承系统的动力学行为及其故障机理及特征、设备故障的智能诊断等方面进行一些探讨和研究工作,意在为该类故障转子-轴承系统的诊断和预防提供一定的依据和参考。

## 1.2 转子系统故障非线性问题的常用研究方法

转子系统故障经常表现出诸多用线性理论难以解释的非线性动力学特性,促使人们逐渐认识到必须利用非线性动力学理论分析,由此产生了以转子系统故障的非线性振动特性和机理研究为主要内容的新兴交叉学科——非线性故障转子动力学。非线性故障转子动力学研究的主要目的是:解释可能发生的故障动力学现象并建立现象与故障特征之间的直接联系;确定故障引发振动信号的典型特征和典型征兆,理解故障产生机理;探讨解决故障动力学问题的有效方法;建立基于非线性振动理论的非线性故障转子系统的故障诊断新机制。到目前为止,还没有出现普遍适用于各种不同类型非线性转子系统振动微分方程的分析解法,特别是从定量的角度解决转子故障引发的非线性动力学现象、特征与转子系统故障参数之间的关系,只能针对具体情况采用不同的方法研究。非线性动力学问题的研究通常包括定性研究和定量研究。定性研究的主要内容包括方程解的存在性、唯一性、周期性和稳定性的研究等;定量研究包括方程解的具体表达形式、数量大小和解的

数目等。非线性问题的求解方法有精确解法和近似解法。用分析方法求非线性问题的精确解一般只对少数特殊情况有效,对于非线性转子动力学问题,通常只能用近似方法求解。目前在转子系统非线性动力学的研究中应用较多的近似分析方法有谐波多尺度法、平均法、平衡法、等价线性化法和传统小参数法等。多尺度法和平均法适用于求解弱非线性转子系统的稳态响应和非稳态响应,而谐波平衡法可用于求解强非线性和弱非线性转子系统的稳态周期响应,传统小参数法只能求出振动系统的稳态解,即只能对定常情况进行分析。研究具有确定性稀疏的弱非线性动力系统周期解的经典方法有摄动法(小参数法)、平均法(KB 法)、KBM 法(渐近法)、多尺度法等;研究单自由度强非线性动力系统的渐近解的方法有广义平均法、区域平均法、椭圆函数法、时间变换法、参数展开法、频闪法、增量谐波平衡法等;研究多自由度系统的方法有改进平均法、多频摄动法,以及多种方法的综合运用等<sup>[10~22]</sup>。Ishida 等<sup>[23]</sup>利用谐波平衡法研究了非线性(源于轴承间隙)对非对称转子系统不稳定区域的影响,并给出了实验结果。Kang 等<sup>[24]</sup>采用有限元法对具有不对称轴和圆盘的转子系统建模,用谐波平衡法求解稳态响应并确定临界速度。Choi 等<sup>[25,26]</sup>考察了一个含轴承间隙的刚性轴单圆盘转子系统发生碰撞时的非线性动力学特性,基于谐波平衡法、DFT 和 IDFT 等解析方法,分析了其次谐波振动、同频谐波振动和超谐波振动,并讨论了摩擦系数、偏心量、阻尼和交叉刚度等系统参数对拟周期运动的影响规律,研究发现了倍周期分岔途径进入混沌区域的必然性及稳定域随系统参数变化的一般规律。Kim 等<sup>[27]</sup>用 Fourier 变换改进的谐波平衡法研究具有分段线性刚度振子的稳定性和分岔特征,确定了由此引发的混沌运动的参数区域。Brancati 等<sup>[28]</sup>采用谐波平衡法和短轴承理论,对刚性转子-轴承系统进行了分析,得到了系统的同步运动区域、亚谐运动区域和非周期运动区域。Cveticanin<sup>[29]</sup>用多尺度法研究了可变质量和刚度非线性转子的不平衡响应,并用 K-B 法和 Lyapunov 直接方法研究了变参数弱非线性转子系统的动力学行为。Gardner 等<sup>[30]</sup>用多尺度法分析了长轴承和短轴承近似下转子系统失稳后的弱非线性运动,研究了平衡点失稳后的次临界和超临界分岔。唐驾时等<sup>[31]</sup>研究了一类强非线性系统的分岔,利用改进的 L-P 方法求出了变换参数,将系统解展为小参数的幂级数,用多尺度法求出了系统的分岔响应方程。陈予恕等<sup>[32~34]</sup>对非线性转子系统的分岔问题做了许多研究,发表了一系列研究成果:采用短轴承模型建立转子-轴承系统运动微分方程,在临界点处利用中心流形定理研究油膜轴承支撑的非线性转子的分岔特性;通过平均法得到的平均方程研究 1/2 亚谐共振情况;利用奇异性理论进行分析,得到了多种分岔模式。Cveticanin<sup>[35]</sup>用平均法研究了具有刚性支撑和非线性刚度轴的 Jeffcott 转子系统在主共振区的稳态和非稳态响应。

近似分析方法的优点是解的表述是显式的,因而便于分析参数的影响,有利于对转子系统进行动力学设计和故障诊断分析。非线性转子动力学问题非常复杂、

影响因素众多,使得要获得足够高精度的解必须以数学推演和计算量的剧增为代价,且解对于参数的依赖关系不再明显。另外,近似分析方法难以用于非解析函数型非线性问题,同时不适于高自由度的转子系统。因此,利用近似方法进行定性分析非常困难,而要得到定量的理论结果,难度则更大<sup>[36]</sup>。

数值积分是求解非线性转子动力学方程最直接和有效的方法。对用微分方程控制的动力系统,求解其稳态解的数值方法主要有参数延拓法、增量谐波平衡法以及延拓法与打靶法、谐波平衡法等的复合算法。求自治系统的平衡点可以归结为一个非线性代数方程组的求解问题,在非奇异点可以用牛顿迭代法求解。为了提高算率,人们先后提出了许多求解非线性系统周期解的方法。将稳态周期解求解问题转化为常微分方程两点边值问题求解的思想由来已久,1957年 Urabc<sup>[37]</sup>就给出了一种计算步骤。凌复华较为全面地发展和论述了打靶法,并将打靶法用于求解分段线性非线性系统<sup>[38~41]</sup>。对周期非自治系统,打靶法不仅可以计算出稳定周期解,还能得到系统的不稳定周期解。对自治系统将周期看成未知量,对打靶法稍进行改进即可与非自治系统一样求解。打靶法的数值稳定性与待求周期解对初始条件的敏感性有关,多级打靶法<sup>[40]</sup>可以提高其数值稳定性,文献[36]提出了一种求解非线性转子-轴承系统周期响应的计算方法,它将计算非线性转子-轴承系统瞬态响应的分块 Newmark 方法与打靶法相结合,充分利用了分块 Newmark 方法速度快的优点和 Jacobi 矩阵求解时每步不用迭代的特点,所以计算效率高,并用 Floquet 理论判定解的稳定性。关于延拓法,1983 年 Kubicek 和 Marek 出版了一本专著<sup>[42]</sup>,若先用延拓法求得周期解的一个近似,再用打靶法提高精度,则形成打靶延拓法。文献[43~47]详细讨论了打靶法和延拓法的理论基础及实际应用。在谐波平衡法的基础上,有专家学者开发出增量谐波平衡法(IHB)、椭圆谐波平衡法、幅值谐波平衡法和谐波平衡立方法等数值方法<sup>[48,49]</sup>,其中,增量谐波平衡法是最重要的一种<sup>[50~52]</sup>,此法先将微分方程用 N-R 法展开,再对增量微分方程在频域求解,不需对代数方程组进行 N-R 迭代,因此避免了每步迭代中计算庞大的雅可比矩阵,大大提高了计算速度。

初值问题的直接积分法、边值问题的打靶法、TCM(trigonometric collocation method)法等在转子非线性动力学研究方法得到了广泛的应用。Zhao 等<sup>[53~55]</sup>利用数值积分和 TCM 法研究了油膜阻尼器支撑的转子系统的不平衡响应,揭示了同频振动、幅值突跳、拟周期运动、次谐波振动、混沌等非线性动力学现象以及极限点分岔、拟周期分岔、倍周期分岔、次谐分岔等分岔行为。汪慰军等<sup>[56]</sup>用四阶 Runge-Kutta 法和 Floquet 理论,利用修正的短轴承理论模型对转子-轴承系统进行了稳定性、分岔和混沌特性分析。袁小阳等<sup>[57]</sup>基于打靶法和 Floquet 理论,提出了转子系统周期运动求解及其稳定性分析的数值方法,并讨论了圆柱轴承刚性转子系统中不平衡量对于稳定性的影响。Shiau<sup>[58]</sup>综合 TCM 和 HBM 解法的优势,

提出了一种反复迭代的混合数值算法,对多自由度转子系统的数值仿真表明了算法的有效性和效率。张家忠等<sup>[59]</sup>用 Floquet 理论分析了挤压油膜阻尼器-滑动轴承-刚性转子系统的稳定性及分岔行为,计算表明系统出现稳态周期解、拟周期分岔和倍周期分岔。

实验分析方法在非线性动力系统研究中起着非常重要的作用。实验研究方法不但可以检验理论模型及其求解的正确性,而且能够为其他求解方法提供实践依据和求解思路。实验分析方法可以直接求解非线性问题,又可以作为必要手段去验证理论分析结果,将理论与实验相结合是非线性研究取得快速发展的重要一环。随着计算机软硬件技术的发展,在一定条件下可由计算机仿真代替部分实验工作。

### 1.3 转子系统故障非线性问题中的分岔与混沌研究方法<sup>[11~22]</sup>

非线性动力学中的分岔和混沌运动是非线性科学研究的重要内容和热点之一,也是非线性微分方程研究的重要组成部分。分岔问题研究起源于 18 世纪以来对天体力学、流体力学和非线性振动中一些失稳现象的探讨,具有深刻的工程应用背景。分岔理论不仅揭示了系统不同运动状态之间的联系和转化,而且与混沌运动密切相关,是研究混沌产生的机理和条件的重要途径。混沌运动是一种由确定性系统产生对于初始条件极为敏感而具有内禀随机性和长期预测不可能性的往复非周期运动,是除了平衡态、周期运动和拟周期运动以外的有界的不规则的稳态运动。

#### 1.3.1 分岔的基本概念

若任意小的参数变化会使得结构不稳定的动力系统的相轨迹拓扑结构发生突变,则称这种变化为分岔。分岔理论研究系统参数改变而引起解的结构和稳定性变化的过程。设含参数的微分方程动力系统为

$$\dot{x} = f(x, \mu)$$

式中: $x \in U \subseteq \mathbb{R}^n$  为状态变量; $\mu \in J \subseteq \mathbb{R}^m$  为分岔参数,或控制变量。当参数  $\mu$  连续地变动时,若上式的拓扑结构在  $\mu = \mu_0$  处发生突变,则称上式在  $\mu = \mu_0$  处出现分岔, $\mu_0$  称为分岔值。在参数  $\mu$  的空间中由分岔值组成的集合成为分岔集。上式的极限集(平衡点或极限环)在  $x-\mu$  空间中随参数  $\mu$  变化的图形称为分岔图。

根据研究的目的、范围和对象以及方法的不同,分岔问题有不同的分类。根据系统向量场  $f(x, \mu) = 0$  的范围可以分为全局分岔和局部分岔。全局分岔需要考虑向量场的全局性态,研究向量场的全局拓扑结构,这是十分复杂的工作。局部分岔仅研究在平衡点或闭轨附近某个邻域内向量场轨线的拓扑结构的变化,这足以反映许多实际工程中的分岔问题。

在通常的分岔研究中往往按研究对象将分岔分为静态分岔和动态分岔。静态分岔方程为

$$f(x, \mu) = 0 \quad x \in U \subseteq R^n; \mu \in J \subseteq R^m$$

静态分岔研究静态分岔方程解的数目随参数  $\mu$  的变动而发生的突然变化。静态分岔主要研究平衡点分岔。在研究静态分岔时,通常首先由静态分岔的必要条件求出向量场  $f(x, \mu)$  的奇异点,然后再判定这奇异点是否是静态分岔点。当方程的维数较高时,向量场的静态分岔问题研究是一项困难的工作。通常是利用 L-S 约化方法、PB 规范形方法或中心流形方法将原分岔方程在奇异点附近降为维数较低的方程。降维后方程解的定性性态与原方程解的定性性态是等价的,因此只需考虑降维后的方程解的定性性态。

动态分岔研究动态分岔方程解的(极限集)的拓扑结构随参数  $\mu$  的变动而发生的突然变化。动态分岔不仅研究平衡点分岔,而且研究闭轨、同宿轨线、异宿轨线、不变环面等的分岔,因而动态分岔实际上包括了静态分岔问题。

分岔问题研究大致分为以下几个方面:

(1) 分岔集的确定,即确定分岔的必要条件与充分条件,这是分岔研究的基本内容。

(2) 分岔定性性态的研究,即研究分岔出现时系统拓扑结构随参数变化的情况,这是分岔研究的重要内容。

(3) 分岔解的计算,即系统平衡点和极限环的计算。

(4) 各种不同分岔的相互作用,以及分岔与动力系统的其他现象(如混沌等)的联系。

近年来,分岔理论取得了很大进展,提出了多种研究方法,定性方法有奇异性方法、PB 规范形方法、后继函数法、Lyapunov 方法、次谐 Melnikov 函数法等。定量方法主要有基于摄动法的平均法、多尺度法、WKB 法、幂级数方法、内谐波平衡法等。

### 1.3.2 混沌的基本概念

长期以来,人们在认识和描述运动时,总是将运动分为两种类型,即由 Newton 创造的确定性运动和随机性运动。混沌要研究的是确定性运动。一切运动在本质上都是非线性的,对于满足一定条件的非线性振动系统,受规则激励后也会产生貌似无规则永不重复的振动响应——混沌运动。

最早认识到确定性系统中存在这种奇怪运动并对它进行研究的是法国的 Poincaré,他在 1892 年发表的“天体力学新方法”中,引入了许多重要的概念,如同宿(homoclinic)、异宿(heteroclinic)、双重渐近轨道和分岔等术语,但由于主客观条件的限制,他的研究成果在很长时间内未受到人们的重视,直到 1963 年 Lorenz 第

一次发现了混沌及其对初始条件的极端敏感性。1971年,Ruelle 和 Takens 提出了“奇怪吸引子”这个新术语。1975年 Li 和 York 首先使用了混沌(chaos)这个术语。1976年 May 综述了呈现复杂性态的一个简单数学模型——一维平方映射。在此基础上,1978年 Feigenbaum 发现了两个普适常数,使得对于混沌的研究进入了一个新纪元。以后关于混沌运动的文献爆炸性地增长,有关的研究工作在各个领域展开,不仅涉及物理学和数学,也涉及化学、生物学、社会学和经济学等,在转子故障的非线性动力学方面也取得了丰富的成果<sup>[9]</sup>,可以说现在对于非线性系统的研究相当大一部分是对于混沌的研究。

混沌的定义是研究问题的基础,然而在许多时候却是不容易给出的。下面给出混沌运动的两个描述定义,虽然在数学上要精确化,但对实际工作有一定指导意义。

**定义 1** 不稳定的过渡状态导致的始终有限的定常运动称为混沌运动。

**定义 2** 除开平衡,周期,拟周期以外的始终有限的定常运动称为混沌运动。

混沌是一个相当难于给以精确定义的数学概念,可以把它看成是确定性系统的随机行为。确定性是指它由内在原因而不是由外来的噪声或干扰所产生;而随机性指的是不规则的和不可预测的行为。非线性动力系统中的混沌运动具有以下一些有确定性运动所没有的几何与统计特征,如局部不稳定而整体稳定,无限自相似,连续功率谱,奇怪吸引子分维数,正的 Lyapunov 指数,正测度熵等。但混沌运动又非完全无序,具有某些随机运动所没有的确定性运动的特征,如无周期而有界,具有 Feigenbaum 普适常数,对初始值极端敏感,长期行为不可预测等。因此,混沌中蕴含着有序,有序的过程也可能出现混沌。混沌是有序与无序的统一,是无周期的有序运动,也是服从一定规律的无序运动。

### 1.3.3 通向混沌的道路

#### 1) 倍周期分岔

分岔与混沌有着密切的联系,系统周期解在一定条件下,会产生倍周期分岔。随着系统参数的变化,这种分岔可以无限继续下去,直至周期演化为无限的,出现混沌。

#### 2) 阵发性分岔

阵发性分岔是指在分岔图上,系统的周期解随着参数的逐渐变化,在达到某一值时,不经过一系列的分岔,而是突然变为非周期的而成为混沌,这样的分岔使混沌吸引子的大小产生了一个跳变,因而也称为爆炸性(explosive)分岔,或间歇性(intermittent)分岔,或爆发性(bursting)分岔。Explosive 分岔的一个特点是,分岔过程具有明显的跳变现象。