

经全国中小学教材审定委员会2001年审查通过

九年义务教育三年制初级中学教科书

# 中学数学实验教材

# 代数

普及本修订版

第四册

教育部《中学数学实验教材》研究组编



语文出版社

<http://www.ywecs.com>

责任编辑：王永强

ISBN 978-7-80126-081-9



9 787801 260819 >

定价：10.50 元

普及本修订版

九年义务教育三年制初级中学教科书  
中学数学实验教材

代 数  
第 四 册

教育部《中学数学实验教材》研究组 编

YUWEN CHUBANSHE  
语 文 出 版 社

九年义务教育三年制初级中学教科书

中学数学实验教材

**代 数**

普及本修订版

第四册

教育部《中学数学实验教材》研究组编

\*

**语 文 出 版 社 出 版**

100010 北京朝阳门南小街 51 号

E-mail: ywp @ ywchs. com

新华书店经销

北京通州皇家印刷厂印刷

\*

890 毫米  $\times$  1240 毫米 1/32 5.5 印张

2001 年 6 月第 2 版 2009 年 12 月第 12 次印刷

定价: 10.50 元

ISBN 978 - 7 - 80126 - 081 - 9

---

本书如有缺页、倒页、脱页,请寄本社发行部调换。

## 修订版前言

《中学数学实验教材》(普及本)经教育部中小学教材审定委员会审查通过推荐在条件较好的学校试用已经六年. 从全国十多个省、市部分学校试用后总结的经验和撰写的论文可以看出, 这套教材独具特色, 在加强素质教育, 实现义务教育的数学教育目的上发挥了很好的作用. 使用这套教材的教师教学取得了很大成绩, 特别是为进一步修改和完善这一套教材积累了经验、意见和材料. 为了适应发展的义务教育形势, 进一步扩大这套教材的适用范围, 使它更加成熟、完善、好用, 教育部基础教育司组织部分使用本教材的教师、教研员进行了这次精雕细刻的修订.

这次修订更充分贯彻了“精简实用, 返璞归真, 顺理成章, 深入浅出”的指导思想, 更突出了“数学知识结构和学生认知结构统一, 知识教学与能力训练统一, 完整性与发展性统一”等特色, 保留了教材体系的完整系统性, 适当降低训练要求, 内容更靠拢义务教育数学教学大纲, 适应面向全体学生进行素质教育, 减少课时和减轻负担的要求, 吸收了新的经验, 利教利学; 教材内容进行了适当的调整, 以普及本为基础, 分为必学、选学和阅读教材三个层次, 对练习、习题和复习题的梯度, 作了精心的配置与安排, 落实“双基”教学和能力的培养; 尽力体现和渗透了数学思想和数学方法. 经过这次修订后, 这套教材内容有所精简, 要求有所降低, 负担有所减轻, 教法和学法有所加强, 适用面进一步扩大, 一般学校也可使用.

为了方便教与学, 全套教材按代数(含函数和统计初步)、几何两科安排: 代数四册和几何两册. 代数第一册供初一上使用, 第二册供初一下使用, 代数第三册供初二使用, 第四册供初三使用; 几何第一册供初一下和初二使用, 第二册供初二下和初三使用. 代数和几何的周课时数可作如下安排: 初一上代数 5 课时, 初一下和初二上代数 3 课时几何 2 课时, 初二下和初三代数 2 课时几何 3 课时.

参加本版修订工作的丁尔璈、李建才、高存明、孙瑞清、罗声雄、邱万作、万庆炎、叶尧城等. 参加本册修订工作的还有侯书清、徐章和, 参加本册审校工作的有程良蕙、张玉莲、王景安、赫巨成、吉林市第 29 中学.

# 原版前言

《中学数学实验教材》经过十年实验,由“试教本”到本版“普及本”已经三次大的修改,形成了四个版本.本版继续贯彻了“精简实用,反璞归真,顺理成章,深入浅出”的指导思想;保持了原教材的基本构想和多年实验中证明行之有效的优点和特色;同时参照了现行数学教学大纲和九年制义务教育数学教学大纲,保证了这些大纲的基本要求;并着重在精选内容、降低难度、减轻学习负担方面下功夫,以便能在更多的初中学生中适用.

本教材的教学目的是:使学生切实学好从事现代生产、适应现代生活、特别是学习现代科学技术所必需的数学基础知识;通过对数学理论、应用、思想和方法的学习,培养学生运算能力,发展逻辑思维能力 and 空间想象力,从而逐步培养运用数学的思想和方法去分析和解决实际问题的能力;通过数学的教学和学习,培养学生良好的学习习惯,严谨的治学态度和科学的思想方法,逐步形成辩证唯物主义世界观.

本教材初中部分包括代数、几何和函数三科.教学可按初一下、初二代数、几何双科并进,初三学函数的程序安排.

初中代数(第一册).在总结小学所学自然数、小数、分数的基础上,明确提出运算律.把数系扩充到有理数系和实数系.充分运用运算律解一元一次、二次方程,多元一次方程组.然后进一步系统化,引进多项式及其运算,学习综合除法,到余式定理、因式定理,然后学习分式、根式.最后,为了满足现行大纲要求,增设二元二次方程组一章.代数的中心课题乃是从加、乘等代数运算方面来对种种数量问题作数量分析.代数学最根本的结构就是数系,数系的基本通性就是其所具有的运算律,这是普遍可用的基本“法宝”.初中代数的基本构想和特点也就是在初等代数的范畴内,突出运算律,充分体现以通性求通解这种代数思想的优越性.

初中几何(第二册).第一章实验几何主要是引导学生对于现实空间的种种基本性质,作一系统的观察、分析与实验,从而总结出“空

间通性”的一个明确体系,以达“探源、奠基、启蒙”的目的.由实验几何到推理几何是人类文明的重大突破,在教学中也是一关键性转折点.为了帮助学生顺利实现这一转折,安排了“集合术语和简易逻辑”一章.用集合术语具体、形象地讲清逻辑规则以转入推理几何.本教材对传统的欧氏平面几何认真作了精简和重编,突出重点.就是引导学生学习演绎法,体会空间基本性质的本质与用法.突出平行四边形定理、相似三角形和勾股定理,打下以后空间结构全面代数化的理论基础.

初中函数(第三册).在初中代数与初中几何的基础上,通过直线和平面的坐标化,使数形结合,研究最简单的图形:直线和圆.从不等式的基本性质开始,用坐标图解和集合运算来说明不等式,一元、二元不等式的解集,这是代数、集合、几何的“三结合”.进而数形结合研究函数,正式引入函数概念,正式研究一次、二次多项式函数及其主要性质.最后设置“统计初步”一章以满足实际应用之需.另外,为了满足现行大纲的要求,本册开头设置了“指数与对数”一章.如果将来新大纲不要求在初中阶段学习此课题,即可删去不讲.

本教材的处理力求符合人类认识发展和个体认识发展的规律,深入浅出,顺理成章.突出由算术到代数、由实验几何到论证几何、由综合几何到解析几何、由常量数学到变量数学四个重大转折.为此,强调数系运算律、集合、逻辑、向量和逼近法分别在实现这四个转折中的作用.这样既遵循历史发展的规律,又突出了几个转折关头,缩短了认识过程,有利于学生掌握数学思想发展的脉络,提高数学教学的思想性.

1986年暑期哈尔滨工作会研讨在《中学数学实验教材》初中部分第二版由人民教育出版社出版后,如何进一步适应我国现状,拓展适用面的问题时,决定修订一套初中的“普及本”.由各省、市实验组织坚持多年实验,对本教材有深切体会、认识和丰富经验的试教老师和教研员总结经验、拟定编写纲目.项武义教授也写出了《关于初中普及本的几点想法与建议》.同年寒假郑州会议制订了《中学数学实验教材》普及本编写纲目.据此由各省、市分工编写第一稿.编写过程中项武义教授进行了具体指导,审阅了部分书稿.实验组统稿又作

细致加工才最后定稿.本版是数学专家、第一线数学老师和数学教育工作者三结合通过实验而获得的成果.尽管如此,本版仍难免有不妥之处.在使用中我们热忱希望大学多提意见.

参加本版修订工作的有实验组的丁尔璽、李建才、罗声雄、孙瑞清、高存明、童直人等.此外,参加本册修订工作的还有郑宾王、林学齐、赖祖正.

# 目 录

|                 |        |
|-----------------|--------|
| 第八章 函数与图象       | ( 1 )  |
| § 1 直线坐标化       | ( 1 )  |
| 1.1 有向直线        | ( 1 )  |
| 1.2 数轴          | ( 5 )  |
| 习题 8-1          | ( 9 )  |
| § 2 平面坐标化       | ( 10 ) |
| 2.1 平面的直角坐标化    | ( 10 ) |
| *2.2 两点间的距离     | ( 16 ) |
| *2.3 中点公式       | ( 17 ) |
| 习题 8-2          | ( 19 ) |
| § 3 函数          | ( 21 ) |
| 3.1 常量、变量和函数    | ( 21 ) |
| 3.2 函数的图象       | ( 28 ) |
| 习题 8-3          | ( 30 ) |
| 阅读材料 函数概念的演进与确立 | ( 31 ) |
| § 4 正比例函数与反比例函数 | ( 33 ) |
| 4.1 正比例函数       | ( 33 ) |
| 4.2 反比例函数       | ( 38 ) |
| 习题 8-4          | ( 43 ) |
| § 5 一次函数        | ( 45 ) |
| 5.1 一次函数及其图象    | ( 45 ) |
| 5.2 一次函数的性质     | ( 49 ) |
| 5.3 一次函数的应用     | ( 52 ) |
| 习题 8-5          | ( 56 ) |
| 本章小结            | ( 57 ) |
| 复习题八            | ( 59 ) |

|                                             |        |
|---------------------------------------------|--------|
| A 组 .....                                   | ( 59 ) |
| B 组 .....                                   | ( 60 ) |
| <b>第九章 二次函数</b> .....                       | ( 62 ) |
| § 1 二次函数 .....                              | ( 62 ) |
| 1.1 二次函数 .....                              | ( 62 ) |
| 1.2 函数 $y=ax^2(a \neq 0)$ 的图象和性质 .....      | ( 63 ) |
| 1.3 函数 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 的图象和性质 ..... | ( 70 ) |
| 习题 9-1 .....                                | ( 80 ) |
| § 2 二次函数的应用 .....                           | ( 83 ) |
| 2.1 根据已知条件确定二次函数 .....                      | ( 83 ) |
| 2.2 二次函数的最大值或最小值 .....                      | ( 88 ) |
| 2.3 一元二次方程的图象解法 .....                       | ( 97 ) |
| 习题 9-2 .....                                | ( 99 ) |
| 本章小结 .....                                  | (101)  |
| 复习题九 .....                                  | (104)  |
| A 组 .....                                   | (104)  |
| B 组 .....                                   | (107)  |
| 研究课题 合理下料与二次函数 .....                        | (109)  |
| <b>第十章 统计初步</b> .....                       | (110)  |
| § 1 总体和样本 .....                             | (110)  |
| 1.1 随机性与必然性 .....                           | (110)  |
| 1.2 总体、个体和样本 .....                          | (112)  |
| § 2 平均数 .....                               | (114)  |
| 2.1 算术平均数 .....                             | (114)  |
| 2.2 加权平均数 .....                             | (118)  |
| 2.3 众数与中位数 .....                            | (121)  |
| 2.4 用计算器求平均数 .....                          | (124)  |
| 习题 10-1 .....                               | (127)  |
| § 3 方差 .....                                | (130)  |
| 3.1 方差的意义 .....                             | (130)  |
| 3.2 方差及标准差的简化计算 .....                       | (133)  |

|                       |       |
|-----------------------|-------|
| 3.3 用计算器求方差与标准差 ..... | (139) |
| 习题 10-2 .....         | (140) |
| § 4 频率分布 .....        | (141) |
| 4.1 频率分布 .....        | (141) |
| * 4.2 累积频率分布 .....    | (150) |
| § 5 实习作业 .....        | (153) |
| 本章小结 .....            | (162) |
| 复习题十 .....            | (163) |
| A 组 .....             | (163) |
| B 组 .....             | (165) |

## 第八章 函数与图象

### § 1 直线坐标化

#### 1.1 有向直线

我们知道，温度计上的水银柱是沿着一条竖直的直线上升或下降的。水银柱上升，说明温度升高，水银柱下降，说明温度降低(图 8-1)。可见，这时这条直线的向上、向下两个方向有两种不同的意义。

任何一条直线都有两个相反的方向。在科学技术和日常生活中，为了区别一条直线的两个不同方向，可以规定其中一方向为**正向**，另一方向为**负向**。

例如，我们可以把温度计水银柱所在直线向上的方向规定为正向，向下的方向规定为负向。又如，北京天安门前的长安街是东西走向的，我们可以规定，向东的方向为正向，向西的方向为负向。当然也可以反过来规定。这种规定是根据我们研究问题和解决问题的需要和方便而作出的，但在同一个问题里，我们只能选择一种规定。

规定了正方向的直线，叫做**有向直线**，读作有向直线  $l$ ，记作  $\overrightarrow{l}$ 。画图时，直线的正方向用箭头表示出来(图 8-2)。

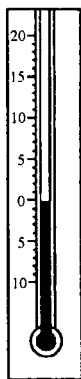


图 8-1



图 8-2

每条线段都有两个端点，如果把其中一个端点认定为**起点**，另一个端点认定为**终点**，那么这条线段的方向，就是由起点到终点的方向。图 8-3 是端点为  $A$ 、 $B$  的线段，如果以  $A$  为起点， $B$  为终点，那么它的方向就是从  $A$  到  $B$ 。相反，如果  $B$  为起点， $A$  为终点，那么它的方向就是从  $B$  到  $A$ 。因此，任何一条线段都可以规定两个相反的方向。

规定了起点和终点的线段，叫做**有向线段**。

在有向直线上的有向线段，如果它的方向和有向直线正方向一致，就称它为**正向线段**。如果它的方向和有向直线正方向相反，就称它为**负向线段**。

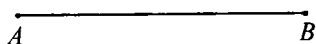


图 8-3

表示一条有向线段，要写出它的两个端点。一般将起点写在终点前面，并在两个字母上面加一个箭头。如图 8-4，以  $A$  为起点， $B$  为终点的有向线段，记作  $\overrightarrow{AB}$ ；以  $B$  为起点， $A$  为终点的有向线段，记作  $\overrightarrow{BA}$ 。因为  $\overrightarrow{AB}$  的方向和有向直线  $l$  的正方向一致，所以它是一条正向线段。同样的道理， $\overrightarrow{BA}$  是一条负向线段。为了研究问题的方便，我们还把有向直线上的一个点，看作是起点和终点重合的有向线段，称为**零线段**。零线段没有方向。

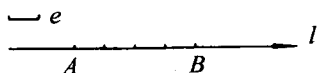


图 8-4

如果我们规定了线段的单位长度，就可以量得一条有向线段的长度。有向线段  $\overrightarrow{AB}$  的长度记作  $|AB|$ 。图 8-4 中，设线段  $e$  是单位长度，那么可以量得  $|AB| = 4$ 。因为有向线

段的长度与它的方向无关,所以,有向线段 $\overrightarrow{BA}$ 的长度 $|BA|$ 也等于 4.

有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 是正向线段,我们把它的长度加上正号,有向线段 $\overrightarrow{BA}$ 是负向线段,我们把它的长度加上负号,这样得到的实数,就叫做有向线段的数量. 线段 $\overrightarrow{AB}$ 的数量用 $AB$ 表示. 于是 $AB=4$ ,同理 $BA=-4$ .

一般地,有向线段 $\overrightarrow{PQ}$ 和有向线段 $\overrightarrow{QP}$ ,虽然它们的长度一样,但是方向却相反. 因此我们称它们是相反的有向线段. 它们的数量有这样的关系:

$$PQ = -QP,$$

或

$$PQ + QP = 0. \quad (1)$$

从等式(1)可以看出,两条相反的有向线段数量的和,正如相反数一样,可以“相互抵消”. 比如一个人,沿直线从位置 $P$ 走到位置 $Q$ ,又从位置 $Q$ 回到位置 $P$ . 那么他还在原来的位置,结果没有变化,总效果为零.

符号 $|PQ|$ 表示线段 $\overrightarrow{PQ}$ 的长度. 有时也称为有向线段 $\overrightarrow{PQ}$ 数量的绝对值. 与实数绝对值性质类似,有

$$|PQ| = |QP| \quad (2)$$

以及

$$|PQ| = \begin{cases} PQ & (\text{正向线段或零线段}) \\ -PQ & (\text{负向线段}). \end{cases} \quad (3)$$

**定理** 设 $\overrightarrow{AB}$ 是有向直线 $l$ 上的一条有向线段, $P$ 是 $l$ 上的任意一点,那么

$$AP + PB = AB. \quad (4)$$

证明: 当 $P$ 与 $A$ 、 $B$ 中的某一点重合时,则 $AP$ 、 $PB$ 中有某一线段为零线段.(4)得证.

当 $P$ 不与 $A$ 、 $B$ 中的任一点重合时,它们的排列顺序有

如图 8-5 中的六种情况. 对于情况(1):

$\therefore$  三条线段的长度关系为

$$|PB| = |PA| + |AB|,$$

移项得

$$|PB| - |PA| = |AB|.$$

又  $\overrightarrow{PB}$ 、 $\overrightarrow{PA}$ 、 $\overrightarrow{AB}$  都是正向线段, 根据(3), 上式可以写成

$$PB - PA = AB,$$

也就是

$$AP + PB = AB.$$

对于另外五种情况, 我们可以仿照前面的推理一一证明等式(4)成立. 因此, 定理得到证明.

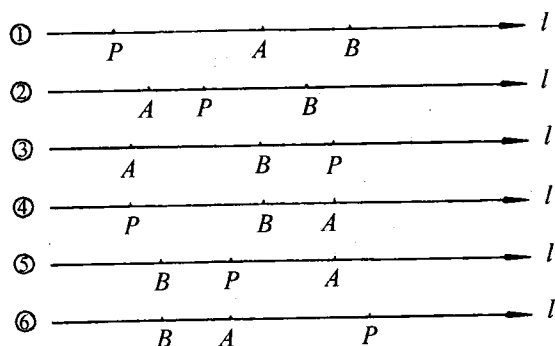
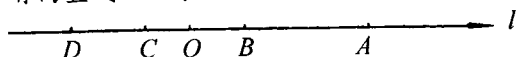


图 8-5

### 练习

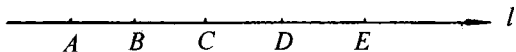
1. 举出实例, 说明生活中规定直线方向的必要.
2. 如图, 在有向直线  $l$  上有 A、B、C、D、O 各点, 写出以 A、B、



(第 2 题)

$C$ 、 $D$  中的两个点为端点的有向线段，并指出哪些是正向线段，哪些是负向线段？

3. 如图，有向直线  $l$  上有  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  五个点，每相邻两点的距离都是 1 个单位。填空：



(第 3 题)

- (1) 数量等于 2 的有向线段有 \_\_\_\_\_；
- (2) 长度等于 2 的有向线段有 \_\_\_\_\_；
- (3) 数量等于 -3 的有向线段有 \_\_\_\_\_；
- (4)  $AB+BD=$  \_\_\_\_\_,  $AD+DC=$  \_\_\_\_\_,  
 $DE+EB=$  \_\_\_\_\_,  $|DE|+|EB|=$  \_\_\_\_\_.

## 1.2 数轴

前面，我们学习过数轴，以后，我们又经常应用它来解释数的问题，数轴成了我们学习数学的一个基本工具。

所谓数轴就是规定了原点(基准点)和单位长度的有向直线。

下面来说明怎样把数轴上的点和实数一一对应起来。

- (1) 给定任意一个实数，在数轴上找与它对应的点。

如图 8-6，设给定实数  $a=5\frac{1}{2}$ ，我们可以在数轴上画以

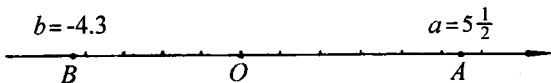


图 8-6

原点  $O$  为起点的正向线段  $\overrightarrow{OA}$ ，使  $|OA|=5\frac{1}{2}$ ，终点  $A$  就是数  $5\frac{1}{2}$  对应的点。设给定实数  $b=-4.3$ ，我们可以在数轴上

画以原点  $O$  为起点的负向线段  $\overline{OB}$ ，使  $|OB|=4.3$ ，终点  $B$  就是数  $-4.3$  对应的点。

一般地，对于任意给定的实数  $m$ ，我们可以在数轴上以原点  $O$  为起点，画长度是  $|m|$  个单位的有向线段  $\overline{OM}$ （当  $m > 0$  时，画正向线段；当  $m < 0$  时，画负向线段；当  $m = 0$  时，点  $M$  与原点  $O$  重合），线段  $\overline{OM}$  的终点  $M$ ，就是实数  $m$  在数轴上的对应点。

**例 1** 把下列各数用数轴上的点表示出来：

$$2, 0, -3.5, \sqrt{2}, -\sqrt{3}.$$

**解：**如图 8-7 画数轴，然后在数轴上依次画出以原点  $O$  为起点的正向线段  $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OC}$ ，使它们的长分别等于 2、3.5 和  $\sqrt{2}$ ，点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  分别表示数 2、3.5 和  $\sqrt{2}$ 。

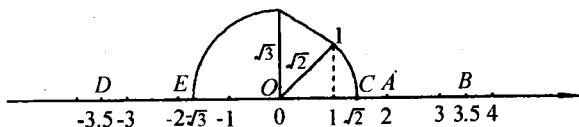


图 8-7

在数轴上画以原点  $O$  为起点的负向线段  $\overline{OD}$ 、 $\overline{OE}$ ，使它们的长分别等于  $|-3.5|$  和  $|\sqrt{3}|$ ，点  $D$ 、 $E$  分别表示数  $-3.5$  和  $-\sqrt{3}$ 。

原点  $O$  表示数 0。

(2) 给定数轴上任意一点，找它对应的实数。

设点  $P$  是数轴上任意一点，那么以原点  $O$  为起点的有向线段  $\overline{OP}$  的数量，总是单位长度的实数倍。即存在一个实数  $x$ ，使得

$$OP = x.$$