



世纪高等教育规划教材

材料力学教程

主编 范慕辉 焦永树

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



21 世纪高等教育规划教材

材 料 力 学 教 程

主编	范慕辉	焦永树
参编	刘宝会	郅彦辉
	于文英	王 娟



机 械 工 业 出 版 社

本书是 21 世纪高等教育规划教材之一, 根据教育部高等学校力学基础课程教学指导分委员会最新制定的“材料力学课程基本要求 (A 类)”编写而成。全书以工程实际为背景, 注重物理概念的建立, 强化力学建模能力和解决工程实际问题能力的培养。

本书凝聚了编者多年从事材料力学教学的经验与体会, 在内容编排、概念阐述、例题习题选取和课件制作等方面都作了新的尝试与探索。在保证教学内容系统性、逻辑性和完整性的基础上, 力求“够用”、“实用”和“好用”。

全书共 13 章, 包括绪论, 拉伸压缩与剪切, 扭转, 弯曲内力, 弯曲应力, 弯曲变形, 应力应变分析与强度理论, 组合变形的强度分析, 能量方法, 压杆稳定, 动载荷与疲劳, 杆件的弹塑性极限分析及应变电测法, 每章后配有思考题与习题。书后附有截面的几何性质、梁在简单载荷作用下的变形、型钢表和习题答案。

为方便教师教学, 本书配有电子教案, 教师可登录机工教材网 (www.cmpedu.com), 注册后, 免费下载使用。

本书可作为省级重点和一般院校机械、土建类专业多学时材料力学教材, 也可作为独立学院二本、三本工科相关专业的教学参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

材料力学教程/范慕辉, 焦永树主编. —北京: 机械工业出版社, 2010. 1
21 世纪高等教育规划教材
ISBN 978-7-111-29217-3

I. 材… II. ①范…②焦… III. 材料力学—高等学校—教材
IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 223541 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)
策划编辑: 姜 凤 责任编辑: 姜 凤 版式设计: 霍永明
封面设计: 姚 毅 责任校对: 刘志文 责任印制: 李 妍
北京诚信伟业印刷有限公司印刷
2010 年 2 月第 1 版第 1 次印刷
169mm×239mm·20.5 印张·406 千字
标准书号: ISBN 978-7-111-29217-3
定价: 29.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心: (010)88361066

门户网: <http://www.cmpbook.com>

销售一部: (010)68326294

销售二部: (010)88379649

教材网: <http://www.cmpedu.com>

读者服务部: (010)68993821 封面无防伪标均为盗版

前 言

本书是河北省精品课程“工程力学”配套教材之一，也是21世纪高等教育规划教材之一，根据教育部高等学校力学基础课程教学指导委员会最新制定的“材料力学课程基本要求（A类）”编写的多学时材料力学教材。全书以工程实际为背景，注重物理概念的建立，强化力学建模能力和解决工程实际问题能力的培养。

本书凝聚了编者多年从事材料力学教学的经验与体会，在内容编排、概念阐述、例题习题选取和课件制作等方面都作了新的尝试与探索。在保证教学内容系统性、逻辑性和完整性的基础上，力求“够用”、“实用”、“好用”。“够用”是指满足教育部高等学校力学基础课程教学指导委员会最新制定的“材料力学课程基本要求（A类）”，并对部分内容略有扩展；“实用”是指针对省级重点和一般院校的培养目标和师生情况，突出工程概念，紧密联系实际，真正学以致用；“好用”是指结构设计、内容编排、例题习题的选取符合教学规律和要求，用起来得心应手。

在编写中，编者力求做到语言精炼，结构清晰，阐述透彻，重点突出，难点分散，例题典型。各章习题均按照易、中、难三个层次编排，教学适应性好。

为了课堂教学的需要，书中各章都精选了与教学内容相关的思考题，可作为课堂讨论和课后复习之用。另外，编者还制作了与本书配套的电子教案，教师可登录机工教材网（www.cmpedu.com），注册后，免费下载使用。

参加本书编写工作的有：范慕辉（第1、2、4、8章，第7章7.7~7.9节，第9章9.6~9.9节和附录B、C），焦永树（第3、5、6、10、12章和第9章9.1~9.5节），刘宝会（第11章），郗彦辉（第7章7.1~7.6节和附录A），于文英（第13章）。王娟负责本书电子教案的制作工作，范慕辉负责绘制书中的插图，全书由范慕辉、焦永树定稿。

本书承蒙天津大学蔡宗熙教授主审，在此致以深深的谢意。

本书适用于省级重点和一般院校机械类、土建类各专业本科生使用，也可作为独立学院二本、三本工科相关专业的教学参考书。

由于编者水平有限，书中难免有不妥之处，恳请使用本教材的师生及读者批评指正。

编 者
2009年12月

目 录

前言

第1章 绪论 1

- 1.1 材料力学的任务 1
- 1.2 材料力学的基本假设 1
- 1.3 杆件的基本变形形式 2
- 1.4 内力—截面法 3
- 1.5 应力 4
- 1.6 应变 5
- 思考题 6
- 习题 6

第2章 拉伸压缩与剪切 7

- 2.1 拉压杆的内力及应力 7
- 2.2 拉压杆的变形 12
- 2.3 金属拉压时的力学性能 15
- 2.4 许用应力及强度条件 20
- 2.5 圣维南原理与应力集中 22
- 2.6 简单拉压超静定问题 23
- 2.7 温度应力和装配应力 26
- 2.8 连接件的实用计算 29
- 思考题 34
- 习题 35

第3章 扭转 41

- 3.1 扭矩与扭矩图 41
- 3.2 切应力互等定理
剪切胡克定律 44
- 3.3 圆轴扭转应力及强度条件 46
- 3.4 圆轴扭转变形及刚度条件 50
- 3.5 非圆截面杆扭转时的应力与
变形 53
- 思考题 57
- 习题 58

第4章 弯曲内力 63

- 4.1 概述 63

4.2 剪力与弯矩 剪力图与弯矩图 ... 65

- 4.3 弯矩、剪力与分布载荷
集度间的微分关系 71
- 4.4 刚架的内力图 74
- 思考题 75
- 习题 76

第5章 弯曲应力 83

- 5.1 弯曲正应力及强度条件 83
- 5.2 梁的切应力及强度条件 90
- 5.3 提高梁强度的措施 95
- 思考题 99
- 习题 100

第6章 弯曲变形 104

- 6.1 梁的挠曲线近似微分方程 104
- 6.2 积分法求变形 105
- 6.3 叠加法求变形 109
- 6.4 梁的刚度条件 110
- 6.5 变形比较法解超静定梁 111
- 6.6 提高梁抗弯刚度的措施 113
- 思考题 114
- 习题 115

第7章 应力应变分析与强度

理论 121

- 7.1 应力状态的概念 121
- 7.2 平面应力状态分析的解析法 ... 124
- 7.3 平面应力状态分析的图解法 ... 129
- 7.4 三向应力状态简介 133
- 7.5 平面应力状态的应变分析 136
- 7.6 广义胡克定律 139
- 7.7 强度理论概述 143
- 7.8 四个常用的强度理论 143
- 7.9 莫尔强度理论 146
- 思考题 149

习题	150	计算	230
第 8 章 组合变形的强度分析	155	11.3 交变应力与疲劳破坏	238
8.1 组合变形概述	155	11.4 材料的持久极限	241
8.2 拉伸(压缩)与弯曲的组合	156	11.5 构件的持久极限	244
8.3 斜弯曲	160	11.6 提高构件疲劳强度的措施	246
8.4 弯曲与扭转的组合	163	思考题	247
8.5 薄壁筒容器的强度计算	166	习题	248
思考题	169	第 12 章 杆件的弹塑性极限	
习题	169	分析	251
第 9 章 能量方法	174	12.1 工程材料的弹塑性简化模型	251
9.1 应变能的计算	174	12.2 拉压杆系的弹塑性分析	253
9.2 应变能的一般表达式	178	12.3 圆轴的弹塑性扭转	254
9.3 互等定理	178	12.4 梁的弹塑性弯曲	256
9.4 卡氏第二定理	180	思考题	260
9.5 虚功原理	183	习题	260
9.6 单位载荷法 莫尔积分	184	第 13 章 应变电测法	263
9.7 计算莫尔积分的图乘法	190	13.1 概述	263
9.8 力法解超静定问题	193	13.2 电阻应变计	263
9.9 对称性与反对称性的应用	199	13.3 电阻应变仪	265
思考题	203	13.4 常温静态应变测量	269
习题	203	思考题	271
第 10 章 压杆稳定	209	附录	273
10.1 压杆稳定的概念	209	附录 A 截面的几何性质	273
10.2 两端铰支细长压杆临界力的 欧拉公式	210	A.1 面积矩和形心	273
10.3 不同端部约束细长压杆的临 界力	213	A.2 截面的惯性矩和惯性半径	275
10.4 欧拉公式的适用范围 经验公式	215	A.3 平行移轴公式	278
10.5 压杆的稳定条件与合理设计	219	A.4 转轴公式与主惯性矩	280
思考题	221	思考题	283
习题	221	习题	284
第 11 章 动载荷与疲劳	227	附录 B 梁在简单载荷作用下的 变形	286
11.1 动静法的应用	227	附录 C 型钢表	289
11.2 受冲击载荷时构件的动应力		习题答案	308
		参考文献	319

第1章 绪 论

1.1 材料力学的任务

工程结构或机械都是由零部件组成的，这些零部件统称为**构件**。当结构或机械承受载荷或传递运动时，其构件就会受到外力的作用，从而发生尺寸和形状的改变，这种变化称为**变形**。当外力较小时，变形能够随着外力的撤去而消失，这样的变形称为**弹性变形**。当外力超过一定限度后，会有一部分变形在外力去掉之后保留下来，这部分变形称为**塑性变形**。工程中，绝大多数构件的变形被限制在弹性范围以内。

为了保证整个结构或机械能够安全可靠地工作，要求构件具有足够的承受载荷的能力。为此，构件应满足以下基本要求：

1. 强度要求 构件应具有足够的抵抗破坏的能力。例如，在正常使用时储气罐不应爆裂；车辆每次通过后，桥梁应能恢复原状。也就是说，要保证构件在外力作用下不断裂或不发生过量的塑性变形，即要求构件具有足够的强度。

2. 刚度要求 构件应具有足够的抵抗变形的能力。即便构件不破坏，有时还不能保证能够正常工作，例如，机床主轴变形过大会影响工件的加工精度；车间里吊车梁的变形过大会影响天车的正常行驶。因此要保证构件在外力作用下不发生过大的弹性变形，即要求构件具有足够的刚度。

3. 稳定性要求 构件应具有足够的抵抗失稳的能力。有些构件在特定外力作用下，其原有的平衡形态可能会丧失稳定性。如钢桁架桥的上弦杆，在压力超出一定限度后，有可能显著变弯，从而导致整座桥梁垮塌。历史上曾发生过的多起钢桥垮塌事故都是由于上弦杆压弯失稳造成的。因此要保证构件在外力作用下平衡形式不发生改变，即要求构件具有足够的稳定性。

在设计构件时，除应满足上述基本要求外，还应尽可能地合理选用材料，从而降低制造成本，减轻构件重量。材料力学主要研究在外力作用下构件的变形与破坏规律，为构件的合理设计提供有关强度、刚度和稳定性分析的基本理论与方法。

1.2 材料力学的基本假设

不同于理论力学中视构件为刚体，材料力学将构件视为变形固体。为了建立

构件的力学模型，对变形固体作如下假设：

连续性假设 认为组成物体的物质毫无空隙地充满了物体的整个几何空间。实际上，组成物体的粒子之间存在着空隙，但这种空隙与物体的尺寸相比极其微小，可以忽略。于是，可以认为物体中的物质是连续的。这样，物体中的力学量和变形量都可以表示成坐标的连续函数。

均匀性假设 认为物体各点处的力学性能是相同的。因而，从物体任何部位所切取的微单元体，都具有完全相同的力学性能。同时，通过大尺寸试样测得的材料性能，也可用于物体的任何部位。

各向同性假设 认为物体沿不同方向具有相同的力学性能。大多数工程材料尽管微观上不是各向同性的，例如金属材料，其单个晶粒的力学性能就具有方向性。但物体中包含的晶粒数量极多，且取向随机，因而在宏观上表现为各向同性。具有这种性质的物体称为**各向同性体**，如钢、铜、铸铁、玻璃等。沿不同方向具有不同的物理和力学性能的物体，称为**各向异性体**，如木材、胶合板、纤维增强复合材料等。

1.3 杆件的基本变形形式

工程实际中的构件，几何形状是各式各样的。根据三维几何特征，构件大致可分为杆、板、壳、块四大类。材料力学主要研究杆类构件，简称为**杆件**。

杆件的形状和尺寸由其轴线和横截面确定。轴线是杆件横截面形心的连线，横截面与轴线相互正交。轴线为直线的杆件称为**直杆**，横截面大小和形状不变的直杆称为**等直杆**（图 1-1a）。轴线为曲线的杆件称为**曲杆**（图 1-1b）。工程中很多构件都可以简化为杆件，如连杆、传动轴、横梁、立柱等。等直杆是工程中最常见的构件。

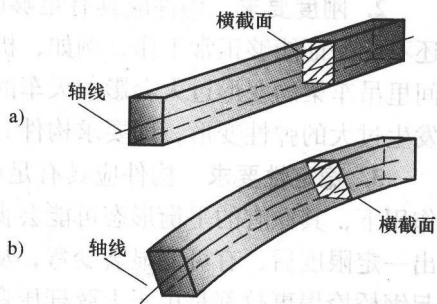


图 1-1

在外力作用下，杆件产生内力并伴随有变形产生。根据作用力的不同，杆件的变形也不尽相同。归纳起来，其基本变形形式有以下四种：

拉伸或压缩 在一对大小相等、方向相反、作用线与轴线重合的外力作用下，杆件的主要变形是长度的改变，这种变形称为**轴向拉伸或压缩变形**（图 1-2a、b）。

剪切 在一对大小相等、方向相反、作用线相距很近的横向力作用下，杆件的横截面将沿外力作用方向发生相对错动（图 1-2c），这种变形称为**剪切变形**。

扭转 在一对大小相等、转向相反、作用面垂直于杆轴线的两个力偶作用下，杆件的任意两横截面绕轴线发生相对转动（图 1-2d），这种变形称为**扭转变形**。

弯曲 在一对大小相等、转向相反、作用面位于包含杆轴线的纵向平面内的力偶作用下，杆件的轴线变为曲线（图 1-2e），这种变形称为**弯曲变形**。

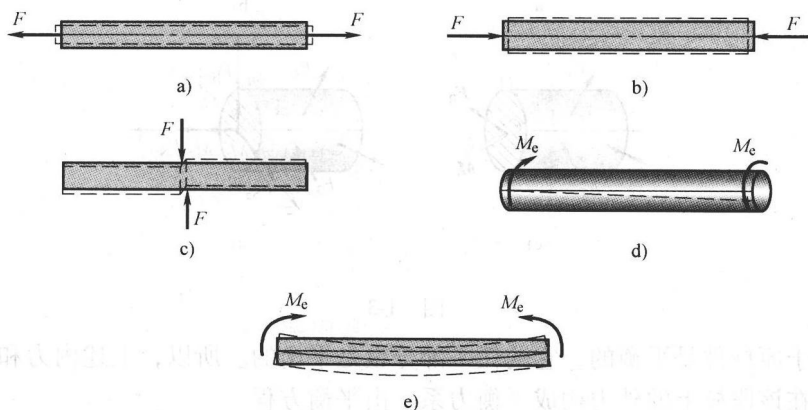


图 1-2

工程实际中的杆件可能同时承受多种不同的外力，变形情况比较复杂，但大都可以看成由上述基本变形组合而成。

1.4 内力—截面法

杆件在外力作用下发生变形，同时，杆件内部各相连部分之间产生相互作用力，这种力称为**内力**。内力随着外力的增加而增加，当内力达到某极限值时杆件就会发生破坏。因此，内力与杆件的强度、刚度和稳定性密切相关。

设如图 1-3a 所示杆件在外力作用下处于平衡状态。欲求任一截面 $m-m$ 上的内力，用一假想平面在 $m-m$ 处把杆件切开，任取其一部分（如部分 I）作为研究对象，并将部分 II 对 I 的作用以截面上的内力代替（图 1-3b）。由连续性假设，内力是作用在切开截面上的连续分布力系。

应用力系简化理论将上述分布内力向横截面的形心 C 简化，得主矢 F_R 和主矩 M_C （图 1-3c）。然后，将主矢 F_R 和主矩 M_C 沿坐标轴分解，得内力分量 F_N 、 F_{Sy} 和 F_{Sz} 以及内力偶矩分量 M_x 、 M_y 和 M_z （图 1-3d）。沿轴线方向的内力 F_N 称为**轴力**，它使杆件产生轴向伸长或缩短变形；与横截面相切的内力 F_{Sy} 和 F_{Sz} 称为**剪力**，其作用是使相邻横截面产生相对错动；绕 x 轴的力偶 M_x 称为**扭矩**，它使各横截面产生绕轴线的相对转动；绕 y 轴和绕 z 轴的力偶 M_y 和 M_z 称为**弯矩**，其作用是使杆件分别产生绕 y 轴和绕 z 轴的弯曲变形。

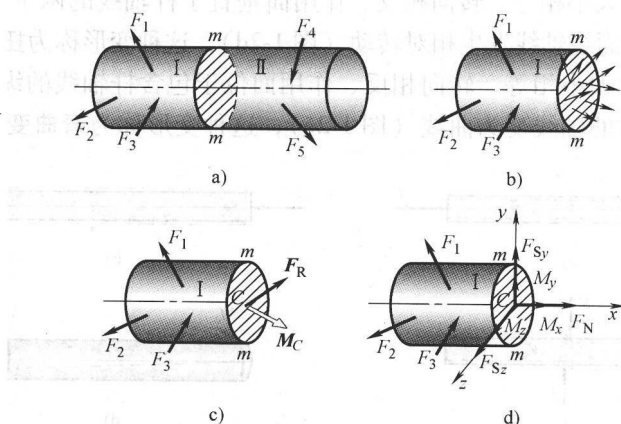


图 1-3

由于原杆件是平衡的，它的任一部分也是平衡的。所以，上述内力和内力偶与作用在该段杆上的外力构成平衡力系。由平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum F_z = 0$$

$$\sum M_x = 0, \quad \sum M_y = 0, \quad \sum M_z = 0$$

即可由外力确定各内力分量。这种根据隔离体的平衡条件，由外力确定内力的方法称为**截面法**。截面法是分析内力的一般方法。

1.5 应力

一般来讲，内力在横截面上不是均匀分布的。为了描述内力的分布情况，还需要引入内力分布集度即**应力**的概念。

若要研究如图 1-4a 所示受力杆件某截面 $m-m$ 上点 K 处的应力，围绕点 K 取一微小面积 ΔA ，设作用在 ΔA 上的内力为 ΔF ，则 ΔF 与 ΔA 的比值称为该面积上的**平均应力**，用 $\bar{p}$ 表示，即

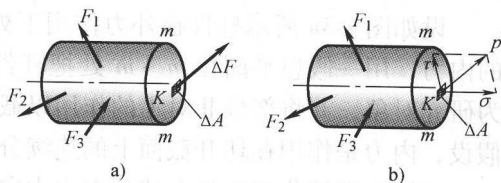


图 1-4

$$\bar{p} = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1-1)$$

$\bar{p}$ 的大小和方向与所取面积 ΔA 的大小有关。为确切地描述内力在点 K 的集中程度和方向，令微面积 ΔA 无限地向点 K 收缩，由此所得的平均应力 $\bar{p}$ 的极限值，称为截面 $m-m$ 上点 K 处的**应力**，并用 p 表示，即

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1-2)$$

显然, 应力 p 的方向即为 ΔF 的极限方向。在一般情况下, 它既不与截面垂直, 也不与截面相切。为便于分析, 通常将应力 p 沿截面的法向和切向分解, 如图 1-4b 所示, 其法向应力分量称为正应力, 用 σ 表示; 切向应力分量称为切应力, 用 τ 表示。显然

$$p^2 = \sigma^2 + \tau^2 \quad (1-3)$$

在国际单位制中, 应力的单位是帕斯卡, 简称为帕 (Pa), $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ 。在工程上, 通常使用兆帕 (MPa) 或吉帕 (GPa)。 $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$, $1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ Pa}$ 。

1.6 应变

为了研究杆件内某点的变形, 围绕该点取一微小的正六面体 (图 1-5a), 称为单元体, 其变形有以下两种:

1. 棱边长度的改变

如单元体沿 x 方向的原长为 Δx , 变形后成为 $\Delta x + \Delta u$ (图 1-5b), Δu 是沿 x 方向的变形量。 Δu 与 Δx 的比值 $\Delta u / \Delta x$ 表示在 Δx 范围内的单位变形量, 与所取 Δx 的长度有关。为了消除尺寸的影响, 令 Δx 无限趋近于零, 有

$$\varepsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (1-4)$$

ε_x 称为该点处沿 x 方向的线应变。类似地, 可以定义该点处沿其他方向的线应变。

2. 棱边间夹角的改变

变形前, 棱边间的夹角为直角。变形后一般不再保持垂直 (图 1-5c), 直角的改变量 γ 称为切应变。切应变的单位为 rad。

应注意, 线应变和切应变都是量纲为一的量。线应变是针对某一方向而言, 而切应变是针对某两个相互垂直方向而言的。

需要指出, 在工程实际中, 杆件在外力作用下所产生的变形与其原始尺寸相比, 通常是很微小的, 这种变形称为小变形。因此, 在研究杆件的平衡和变形

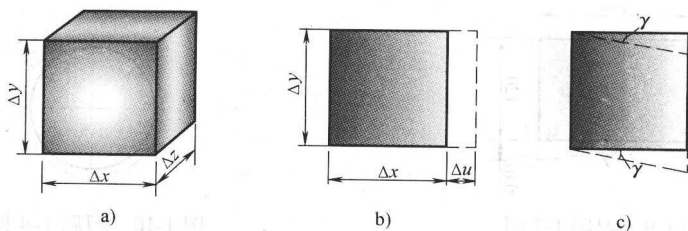


图 1-5

时, 可以按变形前的原始尺寸进行分析计算。

思考题

- 1-1 材料力学主要研究什么问题?
- 1-2 材料力学中对变形体有哪些基本假设?
- 1-3 什么是内力? 计算内力用什么方法?
- 1-4 刚体静力学中力的可传性原理, 在研究杆件变形时是否可用? 试用如图 1-6 所示的情况说明。



图 1-6

- 1-5 杆件的基本变形有几种? 试各举一工程实例。

习题

- 1-1 求如图 1-7 所示结构截面 1-1 和 2-2 上的内力, 并指出杆 AB 和 BC 的变形形式。
- 1-2 已知如图 1-8 所示杆件斜截面 $m-m$ 上点 K 处的应力 $p = 80 \text{ MPa}$, 试求该点处的正应力和切应力。

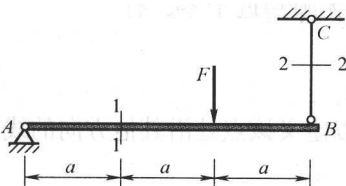


图 1-7 习题 1-1 图

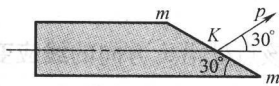


图 1-8 习题 1-2 图

- 1-3 如图 1-9 所示矩形薄板 $ABCD$, 变形后成为四边形 $A'BCD$, 试求边 AB 的平均线应变及边 AB 、 AD 夹角的变化。

- 1-4 如图 1-10 所示半径为 R 的薄圆环, 变形后 R 的增量为 ΔR 。若 $R = 100 \text{ mm}$, $\Delta R = 1 \times 10^{-3} \text{ mm}$, 试求沿半径方向的线应变 ε_r 和圆周方向的线应变 ε_θ 。

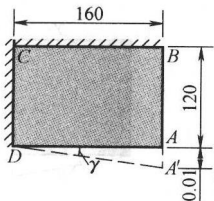


图 1-9 习题 1-3 图

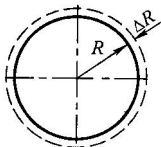


图 1-10 习题 1-4 图

第 2 章 拉伸压缩与剪切

作用在杆件上的外力，如果其作用线与杆的轴线重合，称为轴向载荷。在轴向载荷作用下，杆件发生轴向伸长或缩短变形。这样的杆件称为拉杆或压杆。

在工程上有许多杆件在忽略自重后可视为拉（压）杆。如图 2-1a 所示结构中的杆 AB 可视为拉杆，杆 AC 为压杆，图 2-1b 为其受力简图。图 2-2a 所示液压传动机构中的活塞杆可视为拉杆，图 2-2b 为其受力简图。

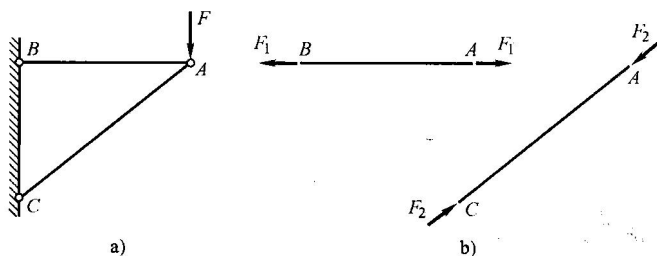


图 2-1

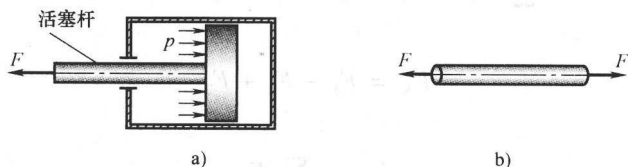


图 2-2

2.1 拉压杆的内力及应力

2.1.1 轴力、轴力图

现以如图 2-3a 所示受轴向拉力作用的杆件为例，讨论横截面 $n-n$ 上内力的求法。采用截面法，沿横截面 $n-n$ 假想地将杆件分成两段 I、II，取其段 I 为研究对象，如图 2-3b 所示。由于整个拉杆处于平衡状态，段 I 也应保持平衡。因此，该截面上的内力为与杆件轴线重合的一个力 F_N 。由平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad F_N - F = 0$$

得

$$F_N = F$$

F_N 即为横截面 $n-n$ 上的内力。由于 F_N 的作用线与杆轴线重合, 故称为轴力。规定拉伸的轴力为正, 压缩为负。

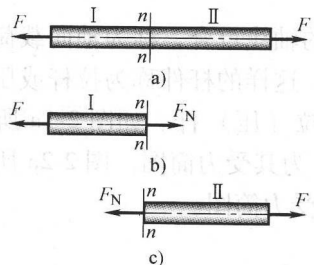


图 2-3

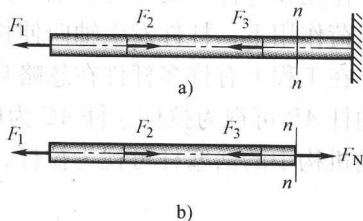


图 2-4

如以段 II 为研究对象, 在横截面 $n-n$ 上也必然有大小相等、方向相反的轴力, 如图 2-3c 所示。

实际问题中的杆件, 所受轴向外力往往比较复杂。以如图 2-4a 所示杆件为例, 在求任一横截面 $n-n$ 上的轴力时, 可取截面 $n-n$ 一侧 (如左侧) 部分为研究对象 (图 2-4b), 由平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad F_N - F_1 + F_2 - F_3 = 0$$

得

$$F_N = F_1 - F_2 + F_3$$

或

$$F_N = \sum F_i \quad (2-1)$$

上式说明: 拉压杆任一横截面上的轴力, 等于截面一侧所有轴向外力的代数和。

2.1.2 轴力图

为了形象地表示轴力沿杆件轴线的变化情况, 从而确定最大轴力及其作用位置, 可将这种变化情况用图线表示。以沿杆轴线方向的坐标 x 表示横截面的位置, 以垂直于杆轴线的坐标代表轴力 F_N , 这种图线称为轴力图。

例 2-1 如图 2-5a 所示左端固定、右端自由的轴向受力杆件。试求截面 1-1、2-2 和 3-3 上的轴力, 并作轴力图。

解 (1) 求 A 端的约束力

设 A 端约束力 F_{Ax} 指向如图 2-5b 所示。研究整体平衡, 由

$$\sum F_x = 0, (5 - 8 - 3) \text{ kN} + F_{Ax} = 0$$

得

$$F_{Ax} = 6 \text{ kN}$$

(2) 求各段轴力

作截面 1-1, 取左侧为隔离体, 并假设该截面上的轴力 F_{N1} 为正, 即为拉力, 如图 2-5c 所示。根据平衡方程 $\sum F_x = 0$, 有

$$F_{Ax} + F_{N1} = 0$$

得

$$F_{N1} = -6 \text{ kN}$$

负号表示轴力的实际方向与所设方向相反, 即为压力。

同理, 由截面 2-2 左侧隔离体 (图 2-5d) 的平衡方程 $\sum F_x = 0$, 有

$$F_{N2} + F_{Ax} - 3 \text{ kN} = 0$$

得

$$F_{N2} = -3 \text{ kN}$$

在求截面 3-3 上的轴力 F_{N3} 时, 可取截面右侧为隔离体 (图 2-5e), 由平衡方程

$$5 \text{ kN} - F_{N3} = 0$$

得

$$F_{N3} = 5 \text{ kN}$$

(3) 绘制轴力图

以平行于杆件轴线的 x 坐标表示横截面的位置, 以与杆件轴线垂直的纵坐标表示横截面上的轴力 F_N 。并注意到 AB 段内任意横截面上的轴力均与 1-1 截面上的轴力 F_{N1} 相等, BC 段和 CD 段内任意横截面上的轴力分别为 F_{N2} 和 F_{N3} , 按同一比例尺将正的轴力画在 x 轴上方, 负的画在下方, 轴力图如图 2-5f 所示。

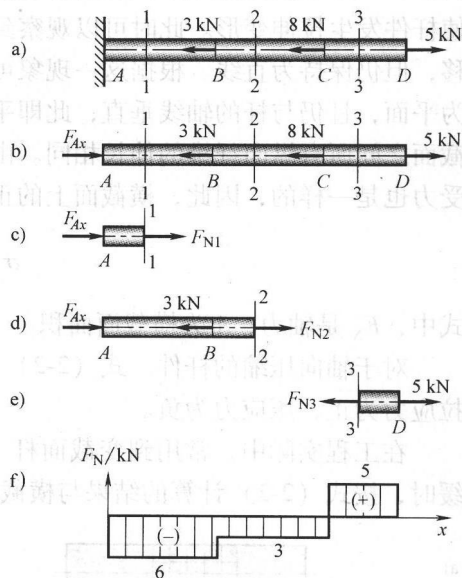


图 2-5

2.1.3 拉压杆横截面上的应力

在轴向载荷作用下杆件是否破坏, 不仅与轴力的大小有关, 还与横截面面积有关。所以必须用横截面上的应力来度量杆件的受力程度。

研究拉压杆横截面上内力的分布规律, 需要从观察杆件的变形入手。为此,

取一等直杆, 在其表面上画一系列与轴线平行的纵向线和与轴线垂直的横向线 (图 2-6a)。然后在杆件两端沿轴向施加合力为 F 的均匀分布载荷 (图 2-6b), 使杆件发生拉伸变形。此时可以观察到, 任意两相邻的横向线只发生了相对的平移, 但仍保持为直线。根据这一现象可假设: 杆件变形前的横截面, 在变形后仍为平面, 且仍与杆的轴线垂直, 此即平面假设。这意味着杆件受轴向拉伸时两横截面之间所有纵向纤维的伸长相同。由于材料是均匀的, 可以推想各纵向纤维的受力也是一样的, 因此, 横截面上的正应力是均匀分布的 (图 2-6c), 即

$$\sigma = \frac{F_N}{A} \quad (2-2)$$

式中, F_N 是轴力; A 为横截面面积。

对于轴向压缩的杆件, 式 (2-2) 同样适用。正应力与轴力有相同的正负号, 拉应力为正, 压应力为负。

在工程实际中, 常用到变截面杆 (图 2-7), 当横截面沿杆长的变化比较平缓时, 按式 (2-2) 计算的结果与横截面上实际的最大正应力误差可以忽略不计。

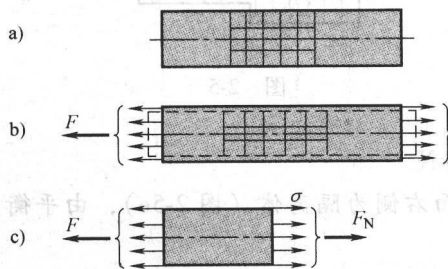


图 2-6

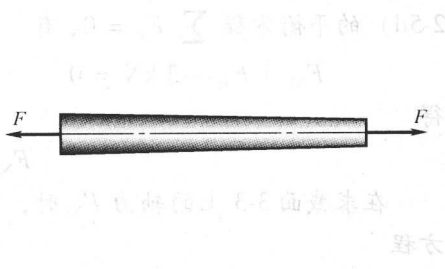


图 2-7

例 2-2 圆截面直杆 ABC 受力如图 2-8a 所示。已知 $d_1 = 22 \text{ mm}$, $d_2 = 35 \text{ mm}$ 。计算 AB 和 BC 两段杆内横截面上的正应力。

解 由截面法可求得两段杆内的轴力分别为

$$F_{N1} = 25 \text{ kN}, \quad F_{N2} = -50 \text{ kN}$$

轴力图如图 2-8b 所示。

AB 段任一横截面上的正应力

$$\begin{aligned} \sigma_{AB} &= \frac{F_{N1}}{A_1} = \frac{25 \times 10^3}{(\pi \times 22^2 / 4) \times 10^{-6}} \text{ Pa} \\ &= 65.8 \text{ MPa (拉)} \end{aligned}$$

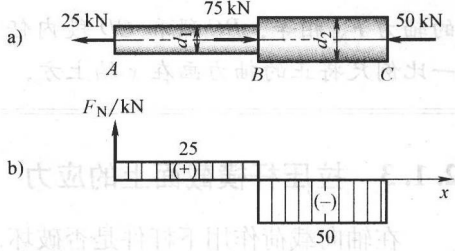


图 2-8

BC 段任一横截面上的正应力

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{N2}}{A_2} = \frac{-50 \times 10^3}{(\pi \times 35^2/4) \times 10^{-6}} \text{ Pa} = -52.0 \text{ MPa (压)}$$

2.1.4 斜截面上的应力

前面讨论了轴向拉压杆横截面上的正应力。为了全面分析杆件的破坏原因，还需研究斜面上的应力。

设横截面面积为 A 的等直杆受轴向拉力 F 的作用（图 2-9a），假想地将杆沿与横截面成 α 角的斜面 $k-k$ 截开，以 A_α 表示该斜面的面积，有

$$A_\alpha = \frac{A}{\cos \alpha}$$

以 F_α 表示该斜面上的内力，由左边部分的平衡（图 2-9b）可知

$$F_\alpha = F$$

仿照论证横截面上正应力的方法，可知斜面上的全应力 p_α 也呈均匀分布，且

$$p_\alpha = \frac{F_\alpha}{A_\alpha} = \frac{F}{A} \cos \alpha = \sigma \cos \alpha$$

式中， σ 为杆横截面（ $\alpha=0^\circ$ ）上的正应力。

将全应力 p_α 分解为沿斜面法向的正应力 σ_α 和沿切向的切应力 τ_α （图 2-9c），有

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\alpha &= p_\alpha \cos \alpha = \sigma \cos^2 \alpha \\ \tau_\alpha &= p_\alpha \sin \alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha \end{aligned} \right\} \quad (2-3)$$

以上两式表达了拉压杆斜面上的正应力 σ_α 和切应力 τ_α 随斜面方位角 α 变化的规律。从式 (2-3) 可以看出：

(1) 当 $\alpha=0^\circ$ 时， $\sigma_\alpha = \sigma_{\max} = \sigma$ ，表明拉压杆横截面上的正应力是所有斜截面中正应力的最大值。

(2) 当 $\alpha=45^\circ$ 时， $\tau_\alpha = \tau_{\max} = \frac{\sigma}{2}$ ，即在与杆件轴线成 45° 角的斜面上，切应力达到最大值，最大切应力等于最大正应力的二分之一。

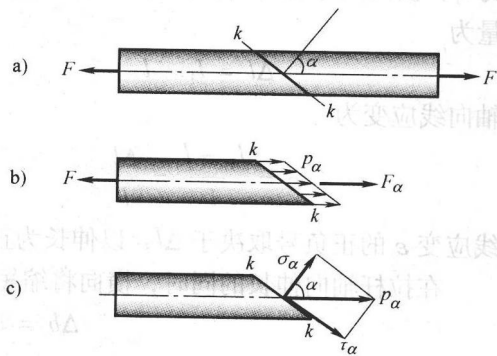


图 2-9