



全国高协组织教材研究与编写委员会审定

固体力学基础

GUTILIXUEJICHU

傅衣铭 熊慧而 编著

中国科学文化出版社

内 容 简 介

本书采用从一般到特殊的叙述方法，以笛卡儿张量为工具，系统地阐述了固体力学的基本原理和一般分析方法；较全面地介绍了具不同力学性质的工程材料及其结构在外载荷作用下的力学响应，以及它们失效的各种破坏形式与相应的强度理论。

本书内容丰富、概念清晰，阐述深入浅出，充分反映了固体力学的近代发展。它可作为工程力学专业本科生的教材，也可供工科专业本科生、研究生及从事结构强度分析与计算的工程技术人员参考。

固体力学基础

傅衣铭 熊慧而 编著

出版发行：中国科学文化出版社
排 版：新天地文印中心
印 刷：新颖印务有限公司
开 本：787mm×1092mm 1/16
印 张：29
字 数：685 千字
版 次：2003 年 7 月第 1 版
书 号：ISBN 962-8467-27-1/G·178
定 价：45.00 元

版权所有 翻印必究

前 言

固体力学研究的内容十分广泛，它包含材料力学、弹性力学、塑性力学、粘弹性力学、结构力学、断裂力学、损伤力学和振动理论等学科分支。这些学科分支都是随着人类科学技术的发展而逐步形成的，有的具有十分悠久的历史，有的则是近 20 年来才萌生的新分支。几乎所有的力学教育工作者都在积极思考，怎样在有限的时间内既能传授内容繁杂的经典力学知识，又能涉及到正在蓬勃发展的现代力学的新领域。若按当前的一般做法，对每一力学分支设一门课程，逐步开出，出现了新分支又增加一门课程，这样不仅在学时上不允许，而且将使力学专业的学生负担沉重，丧失其主动思维空间和拓宽其它科学知识的机会。

为此，本书尝试以力学模型的建立及求解为主线，通过多角度、多层次的命题变换，构造点、线、面、体的思维网络，将固体力学中各主要学科分支的知识融会贯通，通过本书及与之之上、下衔接的另二本新编教材《工程力学》与《应用固体力学》的教学，使学生的课程压力减小，学习方向明确，在有限的教学时间内，掌握较完整的固体力学基础知识。

本书着重阐述固体力学的基本原理和一般分析方法。在绪论中，用一定篇幅介绍力学模型的三个主要层次：材料构造模型、材料力学性质模型和结构计算模型。通过对不同科学假设与相应力学模型的阐述，使学生明了固体力学的各学科分支在研究内容上各有侧重，但又不能截然分开。然后，以弹性、粘弹性、塑性三种不同材料力学性质模型为代表，进行系统的力学分析。尽管它们在基本假设、研究内容上不尽相同，但它们都是研究结构在外部因素作用下的力学响应，即研究结构的强度、刚度和稳定性问题，以及结构的“破坏”准则或失效准则；方法上都是在一定边值(初值)条件下求解三类基本方程：平衡(运动)方程、几何方程和物理方程。将弹性力学、塑性力学和粘弹性力学置于一门课程中讲授，不仅可以减少内容的重复，加强知识的连贯性，而且便于将结构变形过程中的不同力学行为进行反复比较，以加强学生对基本概念的理解，从而使学生能较快地掌握固体力学的基本知识和一般问题的分析与求解方法。考虑到结构的整体失效与局部失效问题同等重要，而现有教材中对结构整体失效的阐述均十分简略。为此，本书中较系统地介绍了弹性系统的线性及非线性稳定性理论；同时，简略地介绍了弹性系

统动力稳定性及弹塑性失稳的基础知识。考虑到固体力学最基本的问题是研究材料和构件由变形直到破坏的力学过程，传统力学仅是进行由变形直接到破坏的所谓起点-终点式的研究，其研究模型是均匀连续体，而现代力学的研究模型已不限于均匀连续体，更接近于工程实际情况。为此，本书中较全面地介绍了工程材料与构件的不同破坏方式、主要控制参量和基本设计原理，以便学生更深入地认识材料和构件的破坏机理。

本书共分十二章和二个附录，其中 1、2、3、5、6、7、10、11 章及附录 A、B 由傅衣铭教授编写，4、8、9、12 章由熊慧而副教授编写。由于固体力学的内容十分丰富，本书所选取的着重点是否合适，有些内容在提法或处理上是否恰当，均还有待商榷，欢迎读者予以批评指正。

作者

2003 年 6 月

目 录

第一章 绪论	1
§1.1 固体力学的任务	1
§1.2 固体力学发展简史	4
§1.3 力学模型	12
§1.4 基本方法	19
第二章 应力和应变理论	21
§2.1 应力、一点的应力状态	21
§2.2 转轴时应力分量的变换、主应力、应力张量的不变量	25
§2.3 最大剪应力、八面体应力	30
§2.4 球形应力张量、偏斜应力张量、应力空间	33
§2.5 平衡微分方程	36
§2.6 位移、应变	41
§2.7 小应变张量、转动张量	46
§2.8 转轴时应变分量的变换、主应变、应变张量的不变量	52
§2.9 应变率张量、应变增量张量	55
§2.10 应变协调方程	57
习题	58
第三章 弹性和粘弹性本构关系	63
§3.1 柯西弹性和超弹性	63
§3.2 各向同性线性弹性材料的本构关系	67
§3.3 各向同性线性弹性材料的应变能	71
§3.4 具初应力和初应变的广义胡克定律	73
§3.5 线性粘弹性材料的一维微分型本构关系	74
§3.6 线性粘弹性材料的三维微分型本构关系	86
§3.7 线性粘弹性材料的积分型本构关系	88
§3.8 弹性-粘弹性相应原理	98
习题	100

第四章 屈服条件和塑性本构关系	101
§4.1 布里奇曼试验、体积弹性定律	101
§4.2 初始屈服条件的一般性质	102
§4.3 两个常用的屈服条件	107
§4.4 相继屈服条件	114
§4.5 德鲁克公设	119
§4.6 理想塑性材料的本构方程-塑性流动法则	122
§4.7 全量理论	132
习题	137
第五章 固体力学问题的建立及解法	139
§5.1 固体力学问题的建立	139
§5.2 求解弹性力学问题的基本方法、解的唯一性原理	145
§5.3 局部性原理、叠加原理	150
§5.4 求解塑性力学问题的基本方法	153
§5.5 求解线性粘弹性问题的基本方法	161
第六章 弹性力学平面问题	166
§6.1 平面应力与平面应变问题、基本方程	166
§6.2 平面问题的一般求解方法	171
§6.3 梁的弯曲问题	180
§6.4 极坐标系中平面问题的基本方程	187
§6.5 曲梁的弯曲问题	192
§6.6 圆孔边的应力集中问题	196
§6.7 楔形体问题	199
§6.8 半无限平面体问题	203
习题	206
第七章 弹性空间问题	210
§7.1 拉梅-纳维埃方程的一般解	210
§7.2 位移矢量的势函数分解	214
§7.3 弹性空间轴对称问题	218
§7.4 弹性半空间问题	224
§7.5 两弹性体接触问题	230
习题	236

第八章 柱形杆的弹性扭转和弯曲	238
§8.1 弹性扭转问题的位移法求解	238
§8.2 弹性扭转问题的应力法求解	241
§8.3 弹性扭转问题的薄膜比拟	244
§8.4 弹性矩形截面杆的扭转	247
§8.5 弹性薄壁杆件的扭转	250
§8.6 柱形杆的弹性弯曲	254
习题	260
第九章 简单弹塑性问题	263
§9.1 三杆桁架的弹塑性分析	263
§9.2 矩形截面梁的弹塑性弯曲	268
§9.3 厚壁圆球的极对称弹塑性分析	272
§9.4 等厚旋转圆盘的弹塑性分析	276
§9.5 柱形杆的弹塑性扭转	279
习题	286
第十章 强度理论与失效准则	288
§10.1 失效准则与强度理论概述	288
§10.2 经典强度理论	293
§10.3 工程断裂失效计算	296
§10.4 工程疲劳失效计算	311
§10.5 损伤理论简介	326
习题	341
第十一章 弹塑性稳定问题	345
§11.1 弹性系统稳定性的提法与判据	345
§11.2 弹性系统的非线性稳定性分析	363
§11.3 几种弹性失稳的形式	373
§11.4 弹性系统动力稳定性分析基础	379
§11.5 压杆的弹塑性理论分析	387
习题	395
第十二章 简单塑性极限分析	398
§12.1 基本概念、基本假设	398
§12.2 梁的塑性弯曲、塑性铰	399

§12.3 载荷系数、虚功率原理	401
§12.4 梁和刚架的极限分析	406
§12.5 极限分析定理	411
§12.6 分布载荷作用下梁的极限分析	413
习题	416
附录 A 张量分析基础	418
附录 B 正交曲线坐标系	441
参考文献	452

第一章 绪 论

§1.1 固体力学的任务

固体力学是研究固体材料及其构成的物体或结构在外部干扰(载荷、温度变化等)下的力学响应的科学,它是人类科学技术史上最先发展的少数学科之一,它兼有技术科学与基础科学的属性。固体力学旨在认识与固体受力、变形、流动、断裂有关的全部自然现象,并利用这些知识为工程设计和生产服务。

固体力学研究的内容十分广泛,既有弹性问题、粘弹性问题,又有塑性问题、粘塑性问题;既有线性问题,又有非线性问题。在固体力学的早期研究中,一般多假设物体是均匀连续介质,但近年来发展起来的固体力学分支,如复合材料力学、断裂力学和损伤力学等扩大了研究范围,它们分别研究非均匀连续体及含有裂纹和内部损伤的非连续体。

固体力学的研究对象按照物体的形状可分为四类:(1)杆件,它的纵向尺寸比两个横向尺寸大很多倍,如梁和柱;(2)板壳,其长和宽度远大于厚度方向的尺寸,板可分为平板、曲板和折板,也可分为薄板、中厚板和厚板等,壳可分为球壳、柱壳、扁壳、锥壳等,也可分为薄壳和厚壳;(3)空间体,它在三个方向的尺寸是同量级的,如球形支座、短滚轮等;(4)薄壁杆件,它的长、宽和厚度尺寸都不是同量级的,如槽钢等。

固体力学按其研究内容可以分为若干个学科分支,它们在研究内容上各有侧重,但又不能截然分开。它们的研究思路、基本假设和分析方法不尽相同,从而所得到的结果和结论也有所不同。一般说来,固体力学主要包含如下的学科分支。

材料力学 研究材料在外力作用下的力学性能、变形状态和破坏规律。它研究的对象主要是杆件,包括直杆、曲杆和薄壁杆等,但也涉及一些简单的板壳问题。材料力学的研究依赖于一些简化假设,如平截面假设,它们能使理论分析和计算大为简化,但所得到的解是近似的。在固体力学各分支中,材料力学的分析和计算方法一般说来最为简单,它对于其它分支学科的发展起着启蒙和奠基作用。

弹性力学 又称弹性理论,研究固体在外力作用下处于弹性变形阶段的应力场、应变场以及有关的规律。弹性力学首先假设所研究的物体是理想弹性体,即物体承受外力后发生变形,其内部各点的应力和变形之间具一一对应的关系,外力除去后,物体恢复到原有形态。弹性力学研究中最基本的思想是假想把物体分割为无数个具质量的体积元,

考虑这些体积元的受力平衡、体积元之间的变形协调，以及物体变形过程中应力和应变间的函数关系。弹性力学的理论可分为线性理论和非线性理论。前者依据的方程都是线性偏微分方程；后者依据的方程中具有非线性偏微分方程。物体在外力作用下所构成的力学系统都客观地存在各种非线性因素，它们来自力学系统的物理方面、几何方面、结构方面、运动方面、耗散方面等。如考虑物体在外力作用下具有较大的变形，此时位移和应变之间为非线性关系，称为几何非线性；如考虑物体的变形具塑性或非线性粘弹性性质，则此时应力和应变之间具非线性本构关系，称为物理非线性。这些力学系统中存在的不可避免的非线性因素，使得系统的力学行为十分丰富和复杂，人们对它的不断探讨和认识，在 20 世纪末已形成了区别于经典牛顿力学的一门新学科——非线性力学。弹性力学又可分为数学弹性力学和应用弹性力学。前者是经典的精确理论；后者是在前者所具有的各种假设的基础上，根据实际应用的需要，再加上一些补充的简化假设而形成的应用性很强的理论，如薄板理论、薄壳理论、中厚板壳理论等。弹性力学是固体力学各分支学科的基础。

塑性力学 又称塑性理论，研究固体受力后处于塑性变形阶段时塑性变形与外力的关系，以及物体中的应力场、应变场和有关规律。物体受到足够大外力的作用后，它的一部分或全部变形会超出弹性范围而进入塑性状态，外力卸除后，变形的一部分或全部并不消失，以至物体不能完全恢复到原有的形状。塑性力学的研究方法同弹性力学一样，也是从体积元的分析入手。在物体受力后，往往是一部分处于弹性状态，一部分处于塑性状态，因此需要研究物体中弹塑性并存的情况。以弹性分析为基础的结构设计是假定材料为理想弹性的，相应地这种设计观点便以分析结果的实际适用范围作为设计的失效准则，即认为应力(严格地说是应力的某一函数值)到达某一极限值(弹性界限)时，将进入塑性变形阶段，材料产生破坏。结构中如果有一处或部分材料“破坏”，则认为结构失效。由于一般的结构都处于非均匀受力状态，当高应力点或高应力区的材料到达弹性界限时，结构的大部分材料仍处于弹性界限之内，而实际材料在应力超过弹性界限以后并不实际发生破坏，仍具有一定的继续承受载荷的能力，只不过刚度相对地降低。因此弹性设计方法不能充分发挥材料的潜力，导致材料的某种浪费。实际上，当结构内的局部材料进入塑性变形阶段，在继续增加外载时，结构的内力(应力)分布规律与弹性阶段不同，即所谓内力(应力)重分布；这种重分布总的是使内力(应力)分布更均匀，使原来处于低应力区的材料承受更大的应力，从而更好地发挥材料的潜力，提高结构的承载能力。显然，以塑性分析为基础的设计比弹性设计更为优越。但是，塑性设计允许结构有更大的变形，以及完全卸载后结构将存在残余变形。因此，对于刚度要求较高及不允许出现残余变形的场合，这种设计方法不适用。塑性力学分为数学塑性力学和应用塑性力学，

它是固体力学的一个重要的分支学科。

粘弹性力学 研究材料性质随时间变化的物体在外界因素(力、温度变化等)影响下变形与外力、温度、负荷时间、加载速率等因素间的关系,以及物体中的应力场、应变场和有关的规律。粘弹性力学是固体力学的基础内容,是连续体力学的一个重要组成部分,它通常包括两方面的内容:一是材料粘弹性能的描述与本构关系的表达;一是边值问题的建立与求解。在自然界有两类众所周知的材料:弹性固体和粘性流体。弹性固体具有确定的构形;而粘性流体没有确定的形状,或决定于容器,外力作用下形变随时间而发展,产生不可逆的流动。塑料、橡胶、树脂、玻璃、混凝土以及金属等工业材料、岩石、土壤、沥青和矿物等地质材料,肌肉、骨骼、血液等生物材料,常同时具有弹性和粘性两种不同机理的变形,综合地体现粘性流体和弹性固体两者的特性,材料的这种性质称为粘弹性。粘弹性力学与弹性力学、塑性力学的主要区别在于:塑性力学考虑的永久变形只与应力和应变的历史有关而不随时间变化,但粘弹性力学考虑的永久变形与时间有关,而弹性力学则不考虑永久变形。材料的粘弹性分为线性和非线性两大类,若材料性能表现为线弹性和理想粘性特性的组合,则称为线性粘弹性。

结构力学 在工程结构设计中,要进行结构的静力、动力、稳定性、断裂计算及优化设计等。结构力学就是研究工程结构承受和传递外力的能力,从力学的角度使结构达到强度高、刚度大、重量轻和经济效益好的综合要求。经典结构力学的研究范围限于杆系结构,如桁架和刚架。广义的结构力学把研究范围扩大到板、壳及其组合体的某些结构,与应用弹性力学的研究内容相同。

复合材料力学 复合材料是由两种或多种不同性质的材料用物理或化学方法制成的具有新性能的材料,如颗粒复合材料、层合复合材料、纤维增强复合材料等。其具有强度高、刚度大、重量轻、抗疲劳、耐高温、可设计等优点。复合材料力学研究现代复合材料构件在外力作用下的力学性能、变形规律和设计准则,并进而研究材料设计、结构设计和优化设计等问题,它是20世纪50年代发展起来的固体力学的一个新分支。复合材料力学的研究必须考虑材料的各向异性和非均匀性性质。

断裂力学 又称断裂理论,研究工程结构具裂纹时裂纹尖端的应力场和应变场,并由此分析裂纹扩展的条件和规律,它是固体力学的一个新分支。许多固体都含有裂纹,工程结构的装配、冷热加工、酸洗等工艺过程都有可能使结构产生裂纹。即使没有宏观裂纹,物体内部的微观缺陷(如微孔、晶界、位错、夹杂物等)也会在载荷作用、腐蚀性介质作用,特别是交变载荷作用下,发展成宏观裂纹。所以,断裂理论也可说是裂纹理论,它所提出的断裂韧度和裂纹扩展速度等都是预测裂纹的临界尺寸和估算构件寿命的重要指标,在工程中得到广泛应用。研究裂纹扩展规律,建立断裂判据,控制和防止断

裂破坏是研究断裂力学的主要目的。

损伤力学 在外载和环境的作用下，由于细观结构的缺陷(如微裂纹、微孔洞等)引起材料或结构的劣化过程，称为损伤。损伤力学研究含损伤介质的材料性质，以及在变形过程中损伤的演化直至破坏的力学过程，它是近 20 年才发展起来的固体力学的一个新的分支。损伤力学的主要研究方法有两种：一是连续介质力学的唯象方法，它以材料的表面现象为依据，将物体内存在的损伤理解为与应力场、应变场及温度场相似连续场变量，在物体内任一处取体积元，并假定该体积元内的应力应变以及损伤都是均匀分布的，这样就能在连续介质力学的框架内对损伤及其对材料和结构力学性能的影响作出系统的处理，由此形成的损伤力学又称为连续损伤力学；二是细观分析方法，它通过对典型损伤基元，如微裂纹、微孔洞、剪切带等以及各种基元的组合，根据损伤基元的变形与演化过程，通过某种力学平均化的方法，求得材料变形、损伤过程及细观损伤参量之间的关系。目前，损伤力学主要研究载荷引起的机械损伤，其共有三种类型：粘性损伤(蠕变损伤)、塑性损伤(瞬时或纯塑性损伤)及疲劳损伤。

振动理论 研究物体的周期性运动或某种随机的规律。最简单、最基本的振动是机械振动，即物体机械运动的周期性变化。振动会使物体变形、磨损或破坏，但又可利用振动特性造福于人类。机械振动有多种分类方法，最基本的分为自由振动、受迫振动和自激振动。自由振动是由外界的初始干扰引起的；受迫振动是在经常性动载荷(特别是周期性动载荷)作用下的振动；自激振动是靠系统外的来源补充能量，但能源是恒定的而不同于受迫振动，且线性系统不可能产生自激振动，能产生自激振动的系统必为非线性系统。在工程实践中，振动理论主要研究振动系统的振型、振幅和固有频率。

自 20 世纪 60 年代以来，由于电子计算机的出现和飞跃发展、基础科学与技术科学之间的相互渗透与综合，以及宏观研究与微观分析相结合途径的开拓，使固体力学研究的内容更为广泛，研究的手段更加先进。当今，固体力学已成为一个在国民经济的各个领域起着举足轻重的作用且具高度发达的学科。

§1.2 固体力学发展简史

力学的发展有着悠久的历史，可以说，人类文明有多久，力学就有多久。人类文明发展的里程碑是劳动工具的改进，从石器时代开始的迄今人类所创造的各种工具，大都是人们对力学知识的不断深化认识下逐渐改进的。而固体力学的发展以其广泛的基础性和应用性而展现在力学发展的各个时期中。

1.2.1 中国古代的力学知识与成就

从历史上看,中国古代力学形成了两个高峰期:一在战国时期,一在宋代。前一个高峰期,在力学的应用方面可以和古希腊相媲美,在理论方面则稍逊色;后一个高峰期,取得了中世纪欧洲望尘莫及的成就。由于在漫长的岁月中,中国古代力学知识及成就如翰海烟波,不便一一介绍,下面仅列举最具代表性的事例。

远在 2500 多年前的春秋末期,齐人所著《考工记》即是一部古代工艺技术的百科全书。它最早记述了惯性现象;分析了车轮的大小与拉力的关系:轮太矮,马总是象上坡一样费劲;总结了斜面受力的情形:车上坡,相当于加倍重量;介绍了以对称的水浮法检验箭杆、车轮等各部分是否均匀;以皮革的受力和变形状况确定其质量的优劣;分析了箭的结构与飞行轨道的关系;在“庐人”一章中记述了长杆的屈曲现象;在“弓人”一章中简述了弓力测量的问题。至东汉(127~200 年)时,郑玄对弓力测量问题作了更科学的注释:“假令弓力胜三石,引之中三尺,弛其弦,以绳缓擗之,每加物一石,则张一尺。”郑玄明确地表述了弹性体的变形与载荷成正比的规律,而著名的英国物理学家胡克(Hooke R.)于 1678 年提出的胡克定律,比郑玄的创见晚了约 1500 年。

而在 2400 多年前的战国时代,在以墨翟为首的墨家弟子的代表作《墨经》中,已把力定义为形体之所以运动的原因(“力,形之所以奋也”);指出重物在不受任何外力作用下必定垂直下落(“凡重,上弗挈,下弗收,旁弗劫,则下直”);它分析了杠杆平衡的原理;讨论了浮体的平衡、横梁承重、发丝在外力拉伸作用下的破坏、物体运动形式(平动、转动和滚动)等问题;同时,它对时间和空间给出了定义,且认为运动必定同时经过一定的空间和时间。

又据《华阳国志·蜀志》记载,战国时期的秦蜀守李冰在当今四川宜宾清除险滩的施工中“其崖崿峻不可凿,乃积薪烧之,故其处悬崖有赤白五色。”《明史·河渠志》中亦记载山东副巡抚使王献的事迹,其在开凿河道时采用了与李冰相同的方法,“其初土石相半,下则皆石,又下石顽如铁。焚以烈火,用水沃之,石烂化为烬。”这里巧妙地利用了火烧后的岩石遇水骤冷则里外收缩快慢不同,从而在岩石表层产生了拉应力,导致岩石裂开。可见古代中国人早已掌握材料具热胀冷缩的性能,且明白岩石的抗拉强度很低的道理。

同时,古代中国人在选用合理截面方面也有很好的例证。商周时期青铜鼎的柱足不少是采用空心截面和薄壁截面,这不仅能节省材料,也有利于避免在铸造时由于冷缩而导致裂纹和缩孔,且这样的截面又具有较高的强度和刚度。商周时代的矛常采用圆柄,而戈与戟则采用长圆形截面柄。前者用于直刺,柄中主要承受压力,圆截而较好;戈与戟用于钩击,柄中承受拉弯组合变形,则用长圆截面较好。又在 1103 年宋代李诫所著的

《营造法式》中指出：“凡梁之大小，各随其广分为三分，以二分为厚”即规定矩形木梁的高宽比应取为 3 : 2, 才具有较大的强度和刚度。而直至 18 世纪初, 法国学者帕伦(Parent A.)才指出梁的高宽比为 $\sqrt{2} : 1$ 时强度最大; 到 19 世纪初, 英国学者杨(Young T)才指出梁的高宽比为 $\sqrt{3} : 1$ 时刚度最大。这就是说, 早在 12 世纪初, 我国的有关专著即已规定了梁的合理高宽比, 其恰好介于 $\sqrt{2} : 1$ 与 $\sqrt{3} : 1$ 之间。

在距今一千多年的唐末或五代后晋(936~946)时期, 即已发现参数共振的现象。目前在国内外许多博物馆收藏着宋代铸造的“鱼洗”。这种铜器的大小形状和脸盆相似, 但在盆口左右固定一对铜环, 当盆中注入水后, 用双手往复搓动铜环, 到一定频率时可以看到水面开始产生离面振荡, 然后则愈振愈烈, 水面驻波破裂, 使水珠跳向空中, 高度可以达到盆深两倍左右。由于水平方向的摩擦运动而产生垂直方向的强烈振动, 这是典型的参数共振失稳现象。而西方发现参数共振现象较晚, 据英国力学家瑞利(Rayleigh)的名著《声学理论》所载, 弗雷德(Faraday)在 1831 年发表了一个实验, 他用弓弦摩擦水杯壁使水面振动。这个实验和“鱼洗”的功用同出一辙, 但比中国的记载晚了约 900 年。在中国古代, 人们对振动和波的认识还可以从对声音的解释和乐律中见到。汉代王充在《论衡·变虚》中最早对声波作出猜测, 他认为声音的传播是通过一种类似水波的气的运动实现的。而《考工记》中论述了以改变发音体的大小厚薄来改变其声音(固有频率)的方法。战国时期人们则已定量地总结出弦线发音同长度的关系: “三分损益”。即将基音弦长分为三份, 去其一份(“损一”, 即成为 $2/3$)或增加一份(“益一”, 即成为 $4/3$)来确定相隔五度音程的各个音阶。战国时期铸成的曾侯乙编钟(1978 年湖北省随县出土)共 65 枚, 总音域达五个半八度, 每一枚均有两个基音, 相差三度(频率比约为 5 : 4)。从现代弹性振动理论的观点来看, 同一物体的两个最低固有频率如此接近而又维持确定的比例, 其设计和制造水平是十分巧妙的。

在工程制造方面, 举世闻名的赵州桥建于隋代(591~599 年), 是由李春率领石工李通等建成的。这是一座敞肩圆弧石拱桥, 全长 50.82 米, 主孔净跨 37.02 米, 拱矢净高 7.23 米, 是我国现存最古老的桥梁。1300 多年来, 赵州桥经受了多次洪水、地震及战争的考验, 至 1955 年修缮前仍可通行载重汽车。西方在 1000 多年之后才出现真正的敞肩圆弧(即大拱为小于半圆的弧段)石拱桥, 且赵州桥是 14 世纪法国的赛兰特桥建成之前世界上净跨最大的石拱桥, 是 16 世纪 60 年代佛罗伦萨的圣特里尼塔桥建成之前世界上矢跨径最小的石拱桥。经现代结构力学方法核算, 赵州桥拱圈的各截面仅受到压力或极小的拉应力, 充分利用了石料抗压强度高而抗拉强度低的特性, 完全符合现代拱桥设计的原则, 是古代中国人合理利用材料性能的最突出的例证。近年对赵州桥的桥台和基础进行了钻探勘查, 发现桥台下的地基承载能力不是很好的, 且基础没有用桩来加固。但经

现代计算方法验证，得知其基底压应力与地基的许用应力相接近。古代中国人仅凭经验确定的基础尺寸，竟能达到充分利用基础的承载能力，实在令人叹为观止。1991年，赵州桥被美国土木工程师学会选定为第12个“国际土木工程历史上的里程碑”。在此之前被选定的有伦敦铁桥、巴黎埃菲尔铁塔、巴拿马运河等。

同时，中国古代的房屋建筑具有独特的结构，建筑物大都采用木结构形式，整个屋顶的重量由一系列木柱和横梁承受，并由一系列“斗拱”维持力的平衡，而墙不起承载作用。这种木结构各接头处的内摩擦具有阻尼作用，斗拱与横撑则能阻止水平运动，因此建筑物具极强的抗震防灾能力。其中的斗拱结构可以减小梁的计算跨度，均匀分配屋顶重量，增加各层承载木料之间的接触面积，从而降低了梁所承受的弯矩和剪力，极大地提高了梁的承载能力，它的多方面功能，充分反映了古代中国人的智慧和对力学知识的深入认识。而在如何保证建筑结构稳定方面，中国古代也有丰富的经验总结和事例。沈括的《梦溪笔谈》记载，宋代木工喻皓为北宋有名的建筑大师，为了防止木塔的摇动，其将塔的各层木板“上下弥束，……，六幕相持，自不能动。”这里的“弥束”即为近代科学中“约束”的概念。欧阳修在《归田录》中记载了喻皓在当今天开封主持开宝寺塔建造的事迹。该塔为13层的高大建筑，考虑到塔在风力作用下将产生均匀沉陷，喻皓有意将塔建成具有初始倾斜的斜塔。《归田录》中说：“塔初成，望之不正而势倾西北。人怪而问之，皓曰：‘京师地平无山而多西北风，吹之不百年当正也。’”

总的说来，直至中古时期我国的科学技术居于世界领先地位，从文物、史籍中的有关记载和一些至今尚存的工程结构，充分反映了中国古代的力学知识及其应用方面都是十分先进的。但遗憾的是，在此漫长的岁月中，我国的力学科学一直以同工程技术、生产应用相结合的形式出现，未能作深入的逻辑思维和严格的数理分析，也缺乏科学实验。总的特点是：经验多于理论，器具制造多于数理总结。以致中古时期之后，包括力学在内的中国的科学技术没有得到应有的发展，逐渐落后于西方。特别是明末清初之后，我国的封建统治者采取闭关自守的愚民政策，抵制西方科学的输入。而在这一时期，力学在欧洲正处于大发展的阶段，陆续建立了诸如分析力学、弹性力学、流体力学等理论，乃至19世纪中叶西方的科学技术恢复输入中国时，我国的力学还得从牛顿力学补起，且经广大力学工作者更为艰辛和不懈地努力，才逐渐跟上世界的潮流。

1.2.2 经典力学的建立及近代固体力学的兴起

经典力学是于17世纪之初至18世纪末在欧洲建立和完善的。

在此之前，古代西方在力学发展史上具有重要影响的人物有两位，他们是古希腊的科学家亚里士多德(Aristotle, 公元前384~前322年)和阿基米德(Archimedes, 公元前287~

前 212 年),他们所在的年代正是中国的战国时期。亚里士多德的著作中有关于杠杆平衡的见解:距离支点较远的力容易移动重物,因为它画出一个较大的圆。他关于落体运动的观点是:体积相等的两个物,较重的下落得较快。由于他在学术上的权威地位,这个错误观点对后世的影响颇大,直至 16 世纪末,他的错误才被意大利科学家伽利略(Galileo,1564~1642 年)从理论和实验两方面予以证实。亚里士多德留传下的主要著作有《论天》和《物理学》。阿基米德为静力学和流体静力学奠定了科学基础。他研究了杠杆的平衡及平面图形重心的位置,他关于杠杆的公设之一是:不等距的等重不能平衡,杠杆将向距离较大的一侧倾斜,他的公设与亚里士多德关于画圆大小的见解略有不同,它们分别是静力平衡条件的几何学方法与运动学方法的开端。阿基米德还用推理方法证明了物体在液体中所受浮力等于它所排开液体的重量,这一结果被称为“阿基米德原理”。他还给出了抛物线回转体浮在液体中平衡稳定的判据,同时,他在数学、机械学方面均有一定成就。他留传下来的著作有《平面图形的平衡或其重心》、《论浮体》、《论球与圆柱》、《抛物线图形求积法》、《力学(机械学)方法论》等。后来在漫长的岁月中,虽有古罗马帝国的建筑师讨论了起重机械和建筑结构的形式,且在公元 100 年左右,罗马帝国建成了许多水道,现存法国南部的尼姆渡槽长 40 公里,最高处离地面约 48 米,结构采用多层半圆古拱的形式。但总的来说,比同时期古代中国所取得的科技成就逊色很多。特别是西罗马帝国灭亡(476 年)后,欧洲进入了宗教势力占绝对统治地位的中世纪(6~16 世纪),欧洲的科学技术受到神学的严重束缚,进展十分缓慢。而在此时期,中国的科学技术却在沿着原有的传统发展,并在 12~13 世纪达到高峰。

但随着欧洲文艺复兴时代(15~16 世纪)的到来,资本主义的生产方式逐渐形成并发展,且陆续取代了封建的生产关系。商业远洋航行、探险等事业应运而生,中国古代的重大发明先后传入欧洲,如造纸、火药、指南针、印刷术等。物质生产的需求和先进科学技术的输入,推动了欧洲科学的回升和进步。英国哲学家培根(Bacon F)所倡导的实验科学开始兴起,技术上工匠传统与学者传统互相结合,至 17 世纪中叶,欧洲各国已纷纷成立科学院,创办了科学期刊。在此期间,经典力学创立的先驱伽利略第一个把科学实验引入了力学。他经过长期的实验观察和数学分析,于 1582 年前后确立了摆的等时性定律。在 1589~1591 年间,他研究落体运动,从实验和理论上否定了统治千余年的亚里士多德关于“落体运动的法则”,得出了正确的“自由落体定律”。同时,他还研究了斜面运动和抛射体运动。他对运动的基本概念,包括重心、速度、加速度等都作了详尽的研究,并给出了严格的数学表达式,其中加速度概念的提出,是力学史上的一个里程碑。有了加速度的概念,动力学才可能建立在科学基础上,而在伽利略之前,仅静力学有定量的描述。他提出了惯性原理和外力作用下物体的运动规律,这为牛顿运动定律的确立

奠定了基础。伽利略在力学方面的贡献是多方面的,这在他于 1638 年出版的力学著作《关于两门新科学的谈话和数学证明》中有详尽的论述,在这本不朽之作中,除动力学外,还有不少关于材料力学的内容。例如,他阐述了关于梁的弯曲试验和理论分析,正确地断定了梁的抗弯能力和几何尺寸的关系。稍后,荷兰科学家惠更斯(Christiaan H, 1629~1695 年)在动力学研究中提出了向心力、离心力、转动惯量、复摆的摆动中心等重要的概念,为经典力学的创建作出了杰出的贡献。英国科学家牛顿(Newton I, 1642~1727 年)继承和发扬了伽利略、惠更斯的研究成果,且在天文学家开普勒(Kepler J)关于行星运动三定律的研究基础上,提出了物体运动三定律(又称牛顿三定律)和万有引力定律。牛顿把地球上物体的力学和天体力学统一到了一个基本的力学体系中,正确地反映了宏观物体低速运动的规律,实现了自然科学的第一次统一,这是人类对自然界认识的一次飞跃。牛顿的研究成果收录在他于 1687 年出版的《自然哲学的数学原理》一书中,该书的出版奠定了经典力学的理论基础,也标志着力学乃至整个自然科学精确化的开始。牛顿运动定律是就单个自由质点而言的,法国科学家达朗伯(d'Alembert J le R, 1717~1783 年)在 1743 年出版的《动力学》一书中将牛顿运动定律推广为受约束物体的运动定律,即有名的达朗伯原理。法国科学家拉格朗日(Lagrange J-L, 1736~1813 年)是分析力学的奠基人,他继达朗伯之后进一步研究了受约束质点的运动。在其 1788 年出版的著作《分析力学》中,应用数学分析的方法处理了质点和质点系的力学问题。对于有约束的力学系统,他采用广义坐标,提出虚位移原理并与达朗伯原理相结合,得到了动力学普遍方程。而在此之前,瑞士科学家欧拉(Euler L, 1707~1783 年)在其 1765 年出版的专著《刚体运动理论》中已建立了刚体的动力学方程。至此,以质点系和刚体运动规律为主要研究对象的经典力学臻于完善。值得一提的,欧拉是继牛顿之后对力学贡献最大的学者,他不仅是刚体动力学的奠基者,且是理想流体力学的奠基者。欧拉和荷兰学者伯努利(Bernoulli D, 1700~1782 年)进一步把牛顿运动定律推广用于建立理想流体的力学方程,从而把质点力学推进到了连续介质力学。欧拉在 1774 年发表了关于“弹性曲线”的研究,他从梁的非线性弯曲方程出发,研究了直杆在轴力作用下屈曲和屈曲后变形的全过程,从而开创了对弹性稳定性问题的探索。欧拉是论著最多的学者,他既是力学家又是数学家,他的专著和论文有 800 多种。

至 19 世纪,欧洲主要国家相继完成了产业革命,大机器生产促进了力学在工程技术和应用方面的发展。这一时期,力学的理论研究和应用研究齐头并进,且两者各具独立性。力学的传统部分特别是分析力学部分在继续发展。1834 年,英国科学家哈密顿(Hamilton W R)对分析力学的发展作出了巨大贡献。他建立了著名的“哈密顿原理”,使各种动力学定律都可以从一个积分形式的变分式推出。同时,建立了哈密顿正则方程,