

● 教、学、做一体化教材

国家示范院校重点建设专业

给排水工程技术专业课程改革系列教材

# 力学与结构

- ◎ 主 编 满广生
- ◎ 副主编 朱兆晴 张彩凤 刘 雯
- ◎ 主 审 曲恒绪 李 云



中国水利水电出版社  
[www.waterpub.com.cn](http://www.waterpub.com.cn)

● 教、学、做一体化教材

国家示范院校重点建设专业

给排水工程技术专业课程改革系列教材

# 力学与结构

◎ 主 编 满广生

◎ 副主编 朱兆晴 张彩凤 刘 霏

◎ 主 审 曲恒绪 李 云



中国水利水电出版社  
[www.waterpub.com.cn](http://www.waterpub.com.cn)

## 内 容 提 要

本教材为国家示范院校重点建设专业——给排水工程技术专业课程改革系列教材之一。作者本着高职高专特色，依据国家示范院校重点建设专业人才培养方案和课程建设的目标和要求，以及校企组成的专家组经过多次研讨讨论制定的教学和编写大纲进行编写。全书内容包括：绪论，静力学基础，平面力系合成与平衡，材料力学基础，轴向拉伸与压缩，截面几何性质，梁平面弯曲，压杆稳定，结构计算简图与平面体系几何组成分析，静定结构内力计算，钢筋混凝土结构设计基本原理，受弯构件正截面、斜截面承载力计算，受压、受拉构件承载力计算，钢筋混凝土构件变形、裂缝宽度验算。为了方便学生自学，均在每项任务之前提出学习目标，每项任务之后给出小结并附有思考题和习题。

本教材为给排水工程技术专业的教学用书，也可作为土建类相关专业和工程技术人员的参考用书。

## 图书在版编目 (C I P) 数据

力学与结构 / 满广生主编. -- 北京 : 中国水利水电出版社, 2010.3

(国家示范院校重点建设专业、给排水工程技术专业  
课程改革系列教材)

ISBN 978-7-5084-7327-7

I. ①力… II. ①满… III. ①建筑力学—高等学校：  
技术学校—教材②建筑结构—高等学校：技术学校—教材  
IV. ①TU3

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第039532号

书 名	国家示范院校重点建设专业 给排水工程技术专业课程改革系列教材 <b>力学与结构</b>
作 者	主 编 满广生 副主编 朱兆鹏 张彩霞 刘 雯 主 审 曲国强 李 云
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 68367658 (营销中心)
经 售	北京科水图书销售中心(零售) 电话: (010) 88383994、63202643 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	北京市兴怀印刷厂
规 格	184mm×260mm 16开本 22.25印张 648千字
版 次	2010年3月第1版 2010年3月第1次印刷
印 数	0001—3000册
定 价	<b>45.00元</b>

凡购买我社图书，如有缺页、倒页、脱页的，本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

# 前言

本教材是依据国家示范院校重点建设专业——给排水工程技术专业的人才培养方案和课程建设的目标、要求进行编写的。

本专业的课程改革是基于工作过程为导向，以项目为载体进行的。人才培养方案和课程重构建设方案是经过校企等方面的专家经过多次研讨论证形成。本教材由力学和钢筋混凝土两个部分组成，共有 16 个任务，每个任务都附有一定数量的思考题和习题，以便学生自学。

本教材由安徽水利水电职业技术学院满广生主编。参与编写工作的有安徽水利水电职业技术学院的张彩凤（任务 1～任务 4），安徽水利水电职业技术学院的满广生（任务 7～任务 10），安徽水利水电职业技术学院的姚春梅（任务 5、任务 6），安徽水利水电职业技术学院的刘雯（任务 11～任务 14），安徽建筑设计研究院总工程师朱兆晴（任务 15、任务 16）。

本教材由安徽水利水电职业技术学院曲恒绪副教授和合肥市建委李云高级工程师共同主审。

本教材在编写过程中得到了合肥市市政工程公司的大力支持，并提出了许多宝贵意见，在此表示感谢。

由于编者水平有限，书中难免存在不足和缺陷，恳请读者批评指正。

编者

2010 年 1 月

# 目 录

## 前言

<b>任务 1 绪论</b> .....	1
1.1 工程力学的研究对象和任务 .....	1
1.2 刚体、变形固体及其基本假设 .....	3
本任务小结 .....	4
思考题 .....	4
<b>任务 2 静力学基础</b> .....	5
2.1 力的概念 .....	5
2.2 荷载的分类 .....	6
2.3 静力学公理 .....	7
2.4 约束与约束反力 .....	9
2.5 物体的受力图 .....	13
本任务小结 .....	17
思考题 .....	18
习题 .....	18
<b>任务 3 平面力系合成与平衡</b> .....	21
3.1 平面汇交力系的合成 .....	21
3.2 平面力偶系的合成 .....	25
3.3 平面一般力系的合成 .....	30
3.4 平面力系的平衡 .....	35
本任务小结 .....	44
思考题 .....	45
习题 .....	46
<b>任务 4 材料力学基础</b> .....	50
4.1 杆件的外力与变形特点 .....	50
4.2 杆件的内力与应力 .....	51
本任务小结 .....	53
思考题 .....	53

<b>任务 5 轴向拉伸与压缩</b>	54
5.1 轴向拉伸与压缩杆件的内力	54
5.2 轴向拉（压）杆件横截面上的应力	56
5.3 轴向拉（压）杆件的强度计算	59
5.4 轴向拉（压）杆件的变形	61
5.5 连接件的强度计算	63
本任务小结	68
思考题	69
习题	70
<b>任务 6 截面几何性质</b>	74
6.1 截面的形心	74
6.2 面积矩	76
6.3 惯性矩	78
本任务小结	82
思考题	83
习题	83
<b>任务 7 梁平面弯曲</b>	85
7.1 梁平面弯曲的概念和计算简图	85
7.2 梁的内力——剪力和弯矩	87
7.3 梁的剪力图和弯矩图	89
7.4 控制截面法画弯矩图	94
7.5 叠加法画弯矩图	95
7.6 梁平面弯曲时横截面上的应力	98
7.7 梁的平面弯曲强度计算	103
本任务小结	113
思考题	114
习题	114
<b>任务 8 压杆稳定</b>	119
8.1 压杆稳定的概念	119
8.2 压杆的临界力	120
8.3 压杆的临界应力	122
8.4 压杆的稳定计算	127
8.5 提高压杆稳定性的措施	131
本任务小结	133
思考题	133
习题	134

<b>任务 9 结构计算简图与平面体系几何组成分析</b>	138
9.1 结构的计算简图	138
9.2 平面杆系结构的分类	143
9.3 平面体系的几何组成分析	145
9.4 静定结构与超静定结构	153
本任务小结	154
思考题	155
习题	155
<b>任务 10 静定结构内力计算</b>	158
10.1 多跨静定梁	158
10.2 静定平面刚架	164
10.3 静定平面桁架	170
本任务小结	178
思考题	179
习题	179
<b>任务 11 钢筋混凝土结构设计基本原理</b>	183
11.1 结构计算的基本要求	183
11.2 结构的作用、作用效应和结构抗力	185
11.3 概率极限状态的计算表达式	188
本任务小结	191
思考题	191
习题	192
<b>任务 12 受弯构件正截面承载力计算</b>	193
12.1 受弯构件的一般构造	194
12.2 受弯构件正截面的受力特点	198
12.3 单筋矩形截面的承载力计算	205
12.4 双筋矩形截面的承载力计算	215
12.5 T 形截面的承载力计算	223
本任务小结	234
思考题	234
习题	235
<b>任务 13 受弯构件斜截面承载力计算</b>	237
13.1 无腹筋梁的受剪性能	237
13.2 有腹筋梁斜截面受剪的承载力计算	242
13.3 保证斜截面受弯承载力的构造要求	257
本任务小结	271
思考题	271

习题	271
<b>任务 14 受压构件承载力计算</b>	274
14.1 轴心受压构件承载力计算	275
14.2 偏心受压构件正截面承载力计算	284
14.3 偏心受压构件斜截面受剪承载力计算	310
14.4 构造要求	310
本任务小结	312
思考题	312
习题	313
<b>任务 15 受拉构件承载力计算</b>	314
15.1 轴心受拉构件正截面承载力计算	314
15.2 偏心受拉构件正截面承载力计算	314
15.3 偏心受拉构件斜截面承载力计算	319
本任务小结	319
思考题	319
习题	319
<b>任务 16 钢筋混凝土构件变形、裂缝宽度验算</b>	320
16.1 概述	320
16.2 受弯构件的挠度验算	320
16.3 裂缝宽度的验算	329
本任务小结	334
思考题	334
习题	335
<b>附录 型钢表</b>	336
附表 1 热轧等边角钢 (GB 9787—1988)	336
附表 2 热轧不等边角钢 (GB 9788—1988)	339
附表 3 热轧工字钢 (GB 706—1988)	343
附表 4 热轧槽钢 (GB 707—1988)	345
<b>参考文献</b>	347

# 任务 1 絮 论

**本任务学习目标：**了解工程结构的分类，理解工程力学的研究对象、任务和内容；掌握结构或构件须满足强度、刚度和稳定性等要求。

## 1.1 工程力学的研究对象和任务

### 1.1.1 工程力学的研究对象

在建筑物中承受荷载并传递荷载且起骨架作用的部分或体系称为结构，组成结构的单个物体称为构件。最简单的结构也可以是单个构件。

例如：在房屋建筑中常见的楼板梁、屋架结构如图 1.1 (a)、(b) 所示。

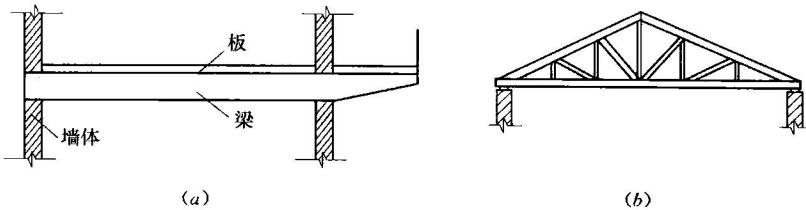


图 1.1

在实际工程中，各建筑物的结构形式是多种多样的，按其几何特征可分为三种类型：

(1) 杆系结构。由若干杆件组成的结构。杆件的几何特征是其长度尺寸远远大于横截面尺寸。如图 1.1 (b) 所示。

(2) 薄壁结构。由薄板或薄壳构成的结构。薄板或薄壳的几何特征是其厚度远远小于另两个方向的尺寸。例如房屋建筑中的无梁楼板和水利工作中用钢筋混凝土衬砌的压力输水隧道等，属于这类结构，如图 1.2 (a)、(b) 所示。

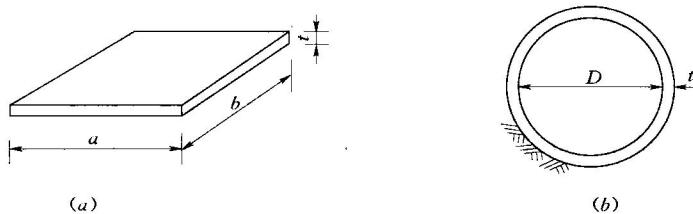


图 1.2  
(a) 楼板；(b) 圆形隧洞

(3) 块体结构。由块体组成的结构。块体几何特征是三个方向的尺寸大致为同一数量



级。例如水利工程中的挡土墙和重力坝等属于这类结构，如图 1.3 (a)、(b) 所示。

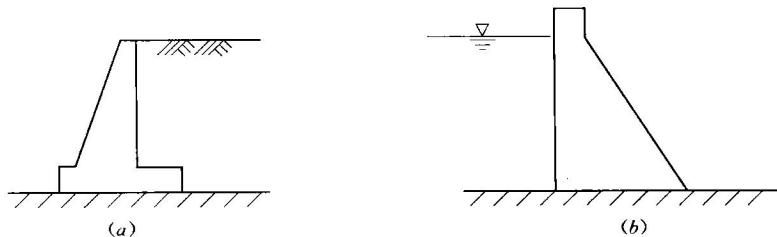


图 1.3

(a) 挡土墙; (b) 重力坝

在上述三类结构中，工程力学的研究对象主要是杆系结构，而薄壁结构和块体结构则由弹性力学来研究。

### 1.1.2 工程力学的任务

作为一个结构或构件，确保能正常工作，安全可靠地承担预定任务，则必须满足强度、刚度和稳定性等方面的安全要求。而强度、刚度和稳定性是否满足要求综合反映了一个结构或构件的承载能力。

强度是指结构或构件抵抗破坏的能力。一个结构或构件能承受荷载而不破坏，即认为满足强度要求。如果一个结构或构件的强度不足，就有可能产生破坏，例如房屋中的楼板梁，当梁的强度不足时就会发生断裂破坏。

刚度是指结构或构件抵抗变形的能力。任何结构或构件在荷载作用下都会发生变形，为保证结构或构件能正常工作，工程上根据不同的用途，对各种结构或构件的变形给予一定的限制，只要结构或构件的变形不超过这一限值，即认为满足刚度要求。

稳定性是指结构或构件保持原有形式平衡状态的能力。例如受压的细长直杆，在压力不大时，可保持原有直线平衡状态，当压力增加到某一数值时，压杆突然变弯而丧失承载能力，这种现象称为失稳。压杆失稳后果严重的，会导致整个建筑物倒塌。因此，结构或构件必须满足稳定性要求。

上述三个方面的安全要求在结构或构件设计时都应同时考虑，但对某些结构或构件而言，有时只考虑其中某一个主要方面的要求，有的是以强度为主，有的是以刚度为主，有的是以稳定性为主。一般来说，只要主要方面的要求满足了，其他次要方面的要求也会自然满足。

一个结构或构件要满足强度、刚度和稳定性的安全要求并不难，一般只要选择较好的材料和较大截面的构件即可，但任意选用最好的材料和过大的截面，势必造成优材劣用、大材小用，导致巨大浪费。于是，建筑中的安全可靠与经济合理就形成一对基本矛盾。工程力学就是为解决这一对矛盾而形成的一门学科。工程力学的任务是在结构或构件满足强度、刚度和稳定性要求的前提下，以最为经济的代价去选择适宜的材料，确定合理的形状和尺寸，为安全和经济地设计结构和构件提供必要的理论基础和计算方法。



## 1.2 刚体、变形固体及其基本假设

自然界中的物体，其性质是复杂多样的。各学科为使所研究的问题得以简化，通常略去对所研究问题影响不大的次要因素，只考虑影响相关的主要因素，也就是将复杂问题抽象化为只具有某些主要性质的理想模型。在工程力学这门学科中，将物体抽象成为两种力学模型：一种是刚体；另一种是理想变形固体。

### 1.2.1 刚体

刚体是指在任何外力作用下其形状和尺寸都绝对不变的物体。实际上，刚体是一种抽象化、理想化的力学模型，真正的刚体是不存在的，任何物体在外力作用下，其形状和尺寸总会有改变，也就是说总会发生变形。但在研究物体的平衡问题和对体系的几何组成分析时，这种变形对问题的影响甚微，可将物体视为刚体。

### 1.2.2 变形固体及其基本假设

变形固体是指在外力作用下其形状和尺寸会发生改变的物体。工程力学中，在对结构或构件作内力分析和承载能力计算时，物体的变形是不可忽略的主要因素，必须将物体视为变形固体。

变形固体是多种多样的，它们的性质十分复杂，为了便于研究，需要对变形固体作以下基本假设。

(1) 连续性假设。此假设认为物体是由连续的介质组成，物体内部没有任何空隙。作此假设的目的是在研究物体的内力与变形时可用连续函数来表示。

(2) 均匀性假设。此假设认为物体的性质各处都相同，不随位置而有变化。

(3) 各向同性假设。此假设认为构成物体的材料沿不同方向都具有相同的力学性质，不随方向而有变化。这里的力学性质主要是指荷载与变形之间的关系。各方向力学性质相同的材料称为各向同性材料（如钢材），而各方向力学性质不相同的材料称为各向异性材料（如木材）。

(4) 小变形假设。此假设认为物体在外力作用下产生的变形量与物体本身的几何尺寸相比是很微小的。

(5) 完全弹性假设。物体在外力作用下产生的变形有两种：一种是当外力消除后变形随之消失，这种变形称为弹性变形；另一种是当外力消除后变形不能消失，这种变形称为塑性变形（或残余变形）。一般来说，物体受力后，既有弹性变形，又有塑性变形。但在实际工程中，当外力不超过一定范围时，塑性变形很小，可忽略不计，认为只有弹性变形，这种只有弹性变形的变形固体称为完全弹性体。

符合上述假设的变形固体称为理想变形固体。采用这种力学模型，大大方便了理论研究和计算方法的推导。尽管所得结果具有近似的准确性，但其精确度足可满足一般的工程要求。

应当指出，任何假设都不是主观臆造的，在假设的基础上所得的理论结果，还应经得起实验的验证。



## 本 任 务 小 结

在建筑物中承受荷载并传递荷载且起骨架作用的部分或体系称为结构，组成结构的单个物体称为构件。

工程力学的研究对象有杆系结构、薄壁结构、块体结构。工程力学的任务是在结构或构件满足强度、刚度和稳定性要求的前提下，为安全、经济地设计合理的构件形状和尺寸提供必要的理论基础和计算方法。

工程力学的研究对象简化为刚体、理想变形固体两种理想模型。刚体是指在任何外力作用下其形状和尺寸都绝对不变的物体。变形固体是指在外力作用下其形状和尺寸会发生改变的物体。工程力学所研究的变形固体假设是连续、均匀、各向同性的完全弹性理想体，而且局限于小变形范围内。工程力学对工程实践以及后续课程相当重要，要多练习，掌握好基本知识。

### 思 考 题

1. 1 何谓工程结构？
1. 2 工程力学的研究对象是什么？
1. 3 工程力学有哪两类理想力学模型？各有何假设？

## 任务 2 静力学基础

**本任务学习目标：**了解荷载的分类、内力和外力的概念；理解常见的几种约束类型的特点及其约束反力；掌握力、平衡的概念；掌握静力学的公理及其推论；掌握物体及物体系统的受力图的绘制。

### 2.1 力的概念

#### 2.1.1 力的概念

力是人们在长期的生活和生产实践中逐渐形成的，力是物体间相互的机械作用，这种作用使物体的运动状态发生改变（称为力的外效应），同时还会使物体发生变形（称为力的内效应）。

由力的定义可知，既然力是物体与物体之间的相互作用，因此，力不可能脱离物体而单独存在。也就是说，存在受力物体就必然存在施力物体。

#### 2.1.2 力的三要素

实践证明，力对物体的作用效应取决于下列三个要素：

(1) 力的大小。力的大小表明物体间相互作用的强弱程度。为了度量力的大小，应规定力的单位，在国际制单位中，力的单位是牛〔顿〕(N)或千牛〔顿〕(kN)。

(2) 力的方向。力的方向包含有方位和指向两个含义。例如，重力的方向是“铅直向下”。

(3) 力的作用点。力的作用点是指力对物体作用的位置。

力对物体的作用效果，取决于力的大小、方向和作用点。在这三个因素中，只要改变其中的一个因素，都会对物体产生不同的效果。所以，把力的大小、方向和作用点称为力的三要素。

#### 2.1.3 力的表示法

(1) 图示法。为了便于对物体作受力分析，常需要将力用图形表示出来。由力的三要素可知，力是有大小又有方向的量，所以力是矢量，可用一带箭头的线段来表示，这种表示方法，称为力的图示法。

如图 2.1 所示，线段的长度（按选定的比例）表示力的大小；线段与某定直线的夹角表示力的方位，箭头表示力的指向；带箭头线段的起点 A（或终点 B）表示力的作用点。通过力的作用点沿力方向的直线 L，称为力的作用线。

(2) 文字法。书写用大写黑体字母如  $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{T}$  表示力矢量；手写用大写字母头上加一箭头如  $\vec{F}$ 、 $\vec{P}$ 、 $\vec{T}$  表示力矢量。

#### 2.1.4 力系的概念

为了便于研究和叙述，还要给出以下定义：

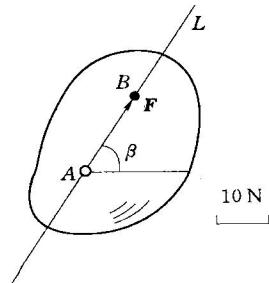


图 2.1



- (1) **力系**——作用在物体上的一群力或一组力称为力系。
- (2) **平面力系**——各力的作用线均位于同一平面内的力系称为平面力系。
- (3) **空间力系**——各力作用线不在同一平面的力系称为空间力系。
- (4) **平衡**——物体相对于参考物(习惯以地球作为参考物)处于静止或作匀速直线运动的状态。
- (5) **平衡力系**——使物体保持平衡状态的力系称为平衡力系。静力学主要研究平衡力系。
- (6) **平衡力**——作用在同一个物体上的两个力的大小相等,方向相反,且作用线在同一直线上,则这两个力是平衡力。
- (7) **等效力系**——若作用在物体上的一个力系可用另一个力系来代替,而不改变原力系对物体的作用效应,则这两个力系称为等效力系。
- (8) **合力**——一个力,如果它产生的效果与几个力共同作用时产生效果相同,那么这个力就叫这几个力的合力。
- (9) **分力**——合成合力的几个力就叫合力的分力。

## 2.2 荷载的分类

任何建筑物在建造过程中和建成后的使用过程中都要承受各种力的作用,如人和设备的重力、建筑物各部件的自重等,工程中习惯将这些主动作用在建筑物上的力称为荷载。

作用在结构或构件上的荷载是多种多样的,为了便于分析,将荷载按不同方式分为如下几种类型:

- (1) 按荷载的作用性质可分为静荷载和动荷载。大小、方向、作用位置都不随时间改变的荷载称为静荷载如自重;大小和方向、作用位置随时间而改变的荷载称为动荷载,如地震力、冲击力、惯性力都为动荷载。
- (2) 按荷载作用时间的长短可分为恒荷载和活荷载。长期作用在结构上大小、方向、位置不变的荷载称为恒荷载,又称为永久荷载,如结构的自重、固定设备重等都为恒荷载;短时作用在结构上的荷载称为活荷载,如人群荷载、车辆荷载、风荷载、雪荷载等都为活荷载。
- (3) 按荷载作用范围的大小可分为集中荷载和分布荷载。若荷载的作用范围与结构的尺寸相比很小时,可认为荷载集中作用于一点,这种集中作用于一点的荷载称为集中荷载,如车轮对地面的压力、柱子对面积较大的基础的压力等都为集中荷载,集中荷载包括集中力(单位:N或kN)和集中力偶(单位:N·m或kN·m);分布作用在体积、面积和线段上的荷载称为分布荷载,如结构的自重、风荷载、雪荷载等都为分布荷载,分布荷载包括均匀荷载如板的自重和非均匀荷载如水对坝的侧压力。

当以刚体为研究对象时,作用在结构上的分布荷载可用其合力(集中荷载)代替,这样可简化计算;但以变形体为研究对象时,作用在结构上的分布荷载则不能用其合力代替。



## 2.3 静力学公理

静力学是研究物体在力作用下处于平衡状态的规律的一门科学。

静力学公理是人们在长期的生产和生活实践中，经过反复观察和实验总结出来的普遍规律。它阐述了力的一些基本性质，是静力学理论的基础。它不需证明而被人们所公认。

### 2.3.1 二力平衡公理

公理：一刚体在两个力作用下，处于平衡状态，其必要和充分条件是：这两个力的大小相等、方向相反，作用在同一条直线上，如图 2.2 所示。

### 2.3.2 加减平衡力系公理

公理：在作用于刚体上的任意力系中，加上或一个平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效应。

#### 推论 I：力的可传性原理

作用在刚体上某点的力，可沿其作用线任意滑移至刚体上的任意一点，而不改变它对刚体的作用效应。

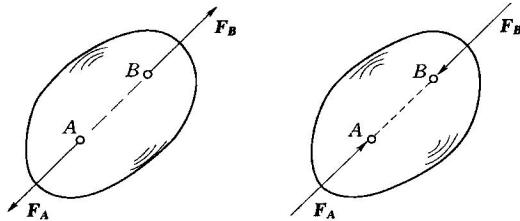


图 2.2

证明：设力  $F$  作用在物体的  $A$  点，如图 2.3 (a) 所示。根据加减平衡力系公理，可在力的作用线上任取一点  $B$ ，加上等值、反向、共线的  $F_1$  和  $F_2$  两个力，并且使  $F_2 = -F_1 = F$ ，如图 2.3 (b) 所示。在图 2.3 (b) 中， $F$  和  $F_1$  是一个平衡力系，故可去掉，于是只剩下作用在  $B$  点的力  $F_2$ ，如图 2.3 (c) 所示。又因为力  $F_2$  与原力  $F$  等效，这就相当于在同一刚体内把作用于  $A$  点的力  $F$  沿其作用线滑移到了  $B$  点。

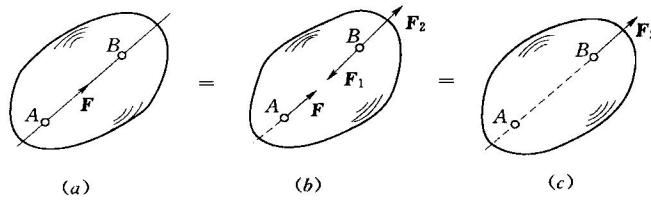


图 2.3

力的可传性原理告诉我们，力对刚体的效应与力的作用点在作用线上的位置无关。因此，力的三要素可改为：力的大小、方向和作用线。

### 2.3.3 平行四边形法则（公理）

公理：作用于物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力，其合力作用线通过该点，合力的大小和方向由这两个力为邻边所构成的平行四边形的由该点出发的对角线表示。

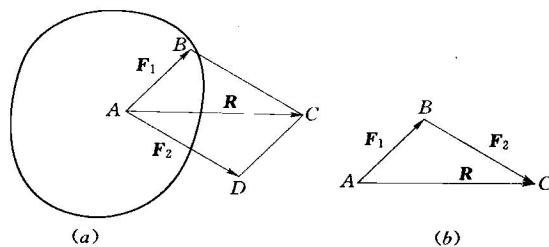


图 2.4

如图 2.4 (a) 所示,  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  为作用于物体上 A 点的两个力, 以  $\mathbf{F}_1$  和  $\mathbf{F}_2$  为邻边作平行四边形  $ABCD$ , 其对角线  $AC$  表示两共点力  $\mathbf{F}_1$  与  $\mathbf{F}_2$  的合力  $\mathbf{R}$ 。

这个公理说明力的合成遵循矢量加法, 只有当两力共线时, 才能用代数加法。由于平行四边形对应边相等, 则力的平行四边形法则还可简化为力的三角形法则, 如图 2.4 (b) 所示。力三角形的两边由两分力首尾相接组成, 第三边即为合力, 它由第一个分力的起点指向第二个分力的终点, 即合力的作用点仍在两分力的交点处。

应当指出: 力的平行四边形法则既是两个共点力的合成法则, 又是力的分解法则。但将一个力按此法则进行分解时, 若无条件限制, 则有无穷多个解。因为由一条对角线可作出无穷多个平行四边形, 如图 2.5 (a) 所示。也就是说, 合力的分力有无穷多个, 分力的合力只有一个。

要将一个力分解为两个力, 必须给予附加条件。通常是将一个力分解为方向已知的两个分力。

设有一作用于 A 点的力  $\mathbf{R}$ , 如图 2.5 (b) 所示, 现将此力沿直线  $AK$  和  $AL$  方向分解, 应用力的平行四边形法则, 过  $\mathbf{R}$  的终点 B 作两直线分别平行于  $AK$  和  $AL$ , 得交点 C 和 D, 则  $\mathbf{F}_1$  和  $\mathbf{F}_2$  即为所求分力。

为了计算方便, 在工程实际中, 常将一个力  $\mathbf{R}$  沿水平和铅垂方向如图 2.5 (c) 所示  $x$ 、 $y$  方向进行分解, 得出互相垂直的两个分力  $\mathbf{F}_x$  和  $\mathbf{F}_y$ 。这样可用简单的三角函数关系求得每个分力大小为:

$$\begin{aligned} F_x &= R \cos \alpha \\ F_y &= R \sin \alpha \end{aligned} \quad (2.1)$$

式中:  $\alpha$  为  $\mathbf{R}$  和  $x$  轴之间的夹角。

力的平行四边形法则是力系简化的依据之一。

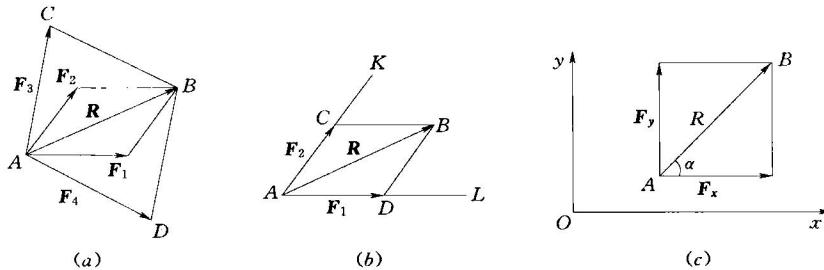


图 2.5  
(a) 无条件分解; (b) 有条件分解; (c) 正交分解

### 推论 II : 三力平衡汇交定理

一刚体受三个共面不平行的力作用而处于平衡时, 则这三力的作用线必汇交于一点。



证明：设有共面不平行的三个力  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  分别作用在同一刚体上的  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  三点而使刚体平衡，如图 2.6 所示。

(1) 根据力的可传性原理，将力  $F_1$ 、 $F_2$  滑移到该两力作用线的交点  $O$  点。

(2) 再用力的平行四边形法则将力  $F_1$ 、 $F_2$  合成为合力  $R_{12}$ ， $R_{12}$  也作用在  $O$  点。

(3) 因为  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  三力平衡，所以  $R_{12}$  应与力  $F_3$  平衡。又由二力平衡公理可知，力  $F_3$  和  $R_{12}$  一定是一对大小相等、方向相反、且作用在同一直线上，这就是说，力  $F_3$  必通过力  $F_1$ 、 $F_2$  的交点  $O$ ，即证明  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  三力的作用线必汇于一点。

三力平衡汇交定理常用来确定物体在共面不平行的三个力作用下平衡时其中一个未知力的作用线。

#### 2.3.4 作用和反作用公理

**公理：**两物体间相互作用的力，总是大小相等、方向相反，且沿同一直线，并分别作用在两个物体上。

这个公理说明了两物体间相互作用力的关系。力总是成对出现的，有作用力就必有反作用力，且总是同时产生又同时消失。

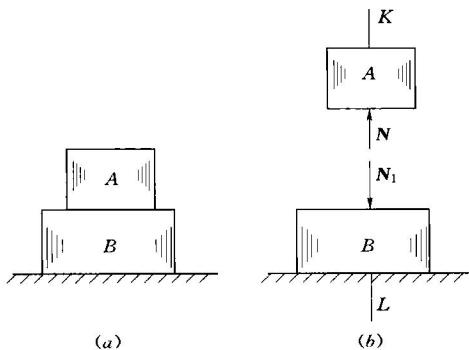


图 2.7

如图 2.7 (a) 中物体  $A$  放置在物体  $B$  上， $N_1$  是物体  $A$  对物体  $B$  的作用力，作用在物体  $B$  上， $N$  是物体  $B$  对物体  $A$  的反作用力，作用在物体  $A$  上。 $N_1$  和  $N$  是作用力与反作用力的关系，即大小相等  $N_1=N$ ，方向相反，沿同一直线  $KL$ ，如图 2.7 (b) 所示。

注意，二力平衡公理与作用和反作用公理是有区别的。区别在于：二力平衡公理中的二力是作用在同一物体上，而作用和反作用公理中的二力是分别作用在两个不同的物体上。

## 2.4 约束与约束反力

### 2.4.1 约束与约束反力的概念

自然界中的物体一般分为两类：一类是可在空间自由运动而不受任何限制的物体，称为自由体；另一类是在空间某些方向的运动受到与之相接触的其他物体限制的物体，称为非自由体。

建筑工程中所研究的物体，一般都受到其他物体的限制，因此，绝大多数都是非自由体，通常把阻碍非自由体的限制物称为所研究物体的约束。例如上面提到的柱是楼板梁的约束，基础是柱的约束，桥墩是桥梁的约束。