

乘除簡算法

林穎丞編



商務印書館發行

算學小叢書

乘除簡算法

林穎丞編

商務印書館發行

十九年十月初版

(52781)

算學叢書
乘除簡算法一冊

每冊實價國幣貳角

外埠酌加運費匯費

編纂者 林 穎 丞

發行人 王 雲 五
長沙南正路

印刷所 商務印書館

發行所 商務印書館
各埠

版權所有
必究

目 錄

第一 乘法

1.	乘數,被乘數皆爲兩位數,而且單位數字相同	1
2.	乘數,被乘數皆爲兩位數,而且十位數字相同	1
3.	乘數,被乘數皆爲兩位數,而且兩位數字均係相同, 即兩位數的自乘	2
4.	兩位數的自乘,而且單位數字爲 5	3
5.	兩位數的自乘,而且十位數字爲 5	3
6.	兩位數的自乘,而且十位數字和單位數字相同	3
7.	兩位數的自乘,而且單位數爲 5 以下之數	4
8.	乘數爲單位數的倍數	5
9.	乘數的一部分,爲他部分的因數	6
10.	乘數的末位爲 9	7
11.	乘數爲兩位數,而且首位數爲 1	8
12.	乘數爲兩位數,而且單位數爲 1	9
13.	乘數爲同一數字的	11
14.	乘數爲 10,100 或 1000 的除盡數	12
15.	乘數,被乘數,爲分數部相同的帶分數	15
16.	乘數,被乘數,爲整數部相同的帶分數	25
17.	乘數爲 100,1000 等相近之數	27
18.	乘數,被乘數,距 20,30,40,.....100 等之差 多寡適 相等	28

第二 除法

19. 除數末位爲 5 , 而且和某數相乘, 可成一帶零較多, 數字較簡之數 32
20. 除數爲 10, 100 或 1000 等的除盡數 33
21. 除數與 10, 100 或 1000 等的差數, 適爲 10, 100, 或 1000 等的除盡數 34
22. 除數爲 100, 1000 等相近之數 36

第三 附最大公約數的簡法

23. 求最大公約數的簡略方法 39

乘除簡算法

第一 乘法

1. 乘數，被乘數皆爲兩位數，而且單位數字相同(例如 24×54)。

法則 (1)單位數相乘； (2)十位數之和，與單位數相乘； (3)十位數相乘； (4)各項乘積相加。

例 $24 \times 54 = ?$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 54 \\ \hline 1296 \end{array}$$

說明 (1)單位的 4 和 4 相乘得 16，在橫線下單位處，書一 6 字； (2)十位的 20 和 50 相加得 70，再與單位的 4 相乘得 280，再加上項乘積的十位數 10 得 290，在橫線下十位處，書一 9 字； (3)十位數的 20 和 50 相乘得 1000，再加上項乘積的百位數 200 得 1200，在橫線下 96 之前，再書 12，合得 1296，即 24 和 54 的相乘積。(注意：實際計算時，各項之 0，可以省略，以歸簡單。以下各節，亦均做此。)

2. 乘數，被乘數皆爲兩位數，而且十位數字相同(例如 32×37)。

法則 (1)單位數相乘； (2)單位數之和與十位數相乘； (3)十位數相乘； (4)各項乘積相加。

例 $32 \times 37 = ?$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 37 \\ \hline 1184 \end{array}$$

說明 (1)單位的 2 和 7 相乘得 14, 在橫線下單位處, 書一 4 字; (2)單位的 2 和 7 相加得 9, 再與十位的 30 相乘得 270, 再加上項乘積的十位數 10 得 280, 在橫線下十位處, 書一 8 字; (3)十位數的 30 和 30 相乘得 900, 再加上項乘積的百位數 200 得 1100, 在橫線下 84 之前, 再書 11, 合得 1184, 即 32 和 37 的相乘積。

3. 乘數, 被乘數皆為兩位數, 而且兩位數字均係相同, 即兩位數的自乘。

法則 上兩條的法則, 都可以適用, 不過把較小之數相加, 用大的來乘, 比較更為便利。如果兩數字中, 有一個是 5, 則 5 和 5 相加得 10, 計算更見便利。

例一 $83 \times 83 = ?$

$$\begin{array}{r} 83 \\ \times 83 \\ \hline 6889 \end{array}$$

說明 適用第二節的法則, (1) 3 和 3 相乘得 9; (2) 80 乘 6 (3+3) 得 480; (3) 80 和 80 相乘, 得 6400; (4) 三項相加得 6889, 即 83 的自乘數。

例二 $27 \times 27 = ?$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 27 \\ \hline 729 \end{array}$$

說明 適用第一節的法則，(1) 7 和 7 相乘得 49，記 9 字；(2) 7 和 40 (20+20) 相乘得 280，加上項的 40 得 320，記 2 字；(3) 20 和 20 相乘得 400，加上項的 300 得 700，再記 7 字，合成 729 即 27 的自乘數。

例三 $56 \times 56 = ?$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 56 \\ \hline 3136 \end{array}$$

說明 (1) 6 和 6 相乘得 36，記 6 字；(2) 6 和 100 (50+50) 相乘得 600，加 30 得 630，記 3 字；(3) 50 自乘得 2500，加 600 得 3100，再記 31，合成 3136，即 56 的自乘數。

4. 兩位數的自乘，而且單位數字爲 5。

法則 十位數加 10，和十位數相乘，更加上 5 的自乘積。

例 $85 \times 85 = ?$

$$\begin{array}{r} 85 \\ \times 85 \\ \hline 7225 \end{array}$$

說明 (1) $(80+10) \times 80 = 7200$ (2) $5 \times 5 = 25$

5. 兩位數的自乘，而且十位數字爲 5。

法則 5 的自乘和單位數相加，更附上單位數的自乘積。

例 $57 \times 57 = ?$

$$\begin{array}{r} 57 \\ \times 57 \\ \hline 3249 \end{array}$$

說明 (1) $5 \times 5 + 7 = 32$ (2) $7 \times 7 = 49$

6. 兩位數的自乘，而且十位數字和單位數字相同 (例

如 11, 22 等)。

法則 求 11 之自乘積，只要在十位單位之間，插入兩數字之和，即 121。

22, 33, 44, ……等凡是 11 的倍數，也可以根據上法，在十位單位之間，插入兩數字之和，然後再用倍數乘之，即得自乘積（兩數字之和，如有十位數，即與原數的十位數相併）。

例 $22 \times 22 = 484 (2 \times 242)$

$33 \times 33 = 1089 (3 \times 363)$

$44 \times 44 = 1936 (4 \times 484)$

$55 \times 55 = 3025 (5 \times 605)$

$66 \times 66 = 4356 (6 \times 726)$

7. 兩位數的自乘，而且單位數為 5 以下之數。

法則 原數與單位數之差，和原數與單位數之和相乘，再加上單位數的自乘積。

例 $23 \times 23 = ?$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 20 \\ \hline 520 \\ + 9 \\ \hline 529 \end{array}$$

說明 (1) $23 + 3 = 26$ (2) $23 - 3 = 20$ (3) $3 \times 3 = 9$

例 題

- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| (1) 43×83 | (2) 32×72 | (3) 57×47 |
| (4) 23×53 | (5) 83×35 | (6) 39×37 |
| (7) 73×79 | (8) 64×68 | (9) 93×73 |
| (10) 67×47 | (11) 38×78 | (12) 74×76 |

$$(13) \quad 32 \times 72 \quad (14) \quad 35 \times 75 \quad (15) \quad 54 \times 56$$

$$(16) \quad 85 \times 85 \quad (17) \quad 66 \times 66 \quad (18) \quad 64 \times 64$$

$$(19) \quad 99 \times 99 \quad (20) \quad 45 \times 45$$

8. 乘數爲單位數的倍數。

法則 把乘數的二分之一，三分之一，四分之一……等乘被乘數的二倍，三倍，四倍……等，使乘數可以減少一位。

附註一 有時以乘數的二倍或五倍，乘被乘數的二分之一或五分之一，可以將乘數末位的數字改爲零，演算亦較簡。

附註二 有時乘數爲帶分數，而被乘數恰爲其分母之倍數，也可以適用本條的法則。

例一 $37 \times 18 = ?$

$$37 \times 3 = 111$$

$$18 \div 3 = \times \quad \underline{6} \\ 666$$

或

$$37 \times 2 = 74$$

$$18 \div 2 = \times \quad \underline{9} \\ 666$$

例二 $73 \times 27 = ?$

$$73 \times 3 = 219$$

$$27 \div 3 = \times \quad \underline{9} \\ 1971$$

或

$$73 \times 9 = 657$$

$$27 \div 9 = \times \quad \underline{3} \\ 1971$$

例三 $78 \times 15 = ?$

$$78 \div 2 = 39$$

$$15 \times 2 = \times \quad \underline{30} \\ 1170$$

例四 $115 \times 12 = ?$

$$115 \div 5 = 23$$

$$12 \times 5 = \times \quad \underline{60} \\ 1380$$

例五 $54 \times 23\frac{1}{3} = ?$

$$54 \div 3 = 18$$

$$23 \times 3 + 1 = \times \quad \underline{70} \\ 1260$$

例六 $63 \times 27\frac{1}{7} = ?$

$$63 \div 7 = 9$$

$$27 \times 7 + 1 = \times \quad \underline{190} \\ 1710$$

例 題

(1) 79×15

(2) 63×28

(3) 83×54

(4) 137×35

(5) 97×25

(6) 57×24

(7) 84×36

(8) 123×45

(9) 91×14

(10) 63×27

(11) $54 \times 13\frac{1}{3}$

(12) $28 \times 17\frac{1}{7}$

(13) $36 \times 23\frac{1}{3}$

(14) $28 \times 22\frac{1}{2}$

(15) $56 \times 37\frac{1}{7}$

9. 乘數的一部分，爲他部分的因數。

法則 將乘數分做因數部及倍數部兩部，(1)將因數部乘被乘數；(2)將因數部除倍數部所得之商乘上項的乘積；(3)將上兩項的乘積合併，但要注意因數部，倍數部原有的位次，將兩項乘積的單位記入相當的位次，然後施行加法。

例一

$379 \times 153 = ?$

$15 \div 3 = 5$

$379 \times 3 = 1137$

$$1137 \times 5 = \begin{array}{r} 5685 \\ \hline 57987 \end{array}$$

注意 因數部的單位係單位數，倍數部的單位係十位數。

例二

$873 \times 728 = ?$

$28 \div 7 = 4$

$873 \times 7 = 6111$

$$6111 \times 4 = \begin{array}{r} 24444 \\ \hline 635544 \end{array}$$

注意 因數部的單位係百位數，倍數部的單位係單位數。

或

$$72 \div 8 = 9$$

$$873 \times 8 = 6984$$

$$6984 \times 9 = \begin{array}{r} 62856 \\ \hline 635544 \end{array}$$

注意 因數部的單位係單位數，倍數部的單位係十位數。

例三 $61579 \times 32864 = ?$

$$32 \div 8 = 4$$

$$64 \div 8 = 8$$

$$61579 \times 8 = 492632$$

$$492632 \times 4 = 1970528$$

$$492632 \times 8 \text{ (或 } 1970528 \times 2) = \begin{array}{r} 3941056 \\ \hline 2023732256 \end{array}$$

注意 因數部的單位係百位數，倍數部 32 的單位係千位數，倍數部 64 的單位係單位數。

例題

(1) 753×183

(2) 1367×416

(3) 5031×927

(4) 8732×535

(5) 263719×36945

(6) 965872×49721

10. 乘數的末位爲 9。

法則 將乘數加 1 來乘被乘數，所得乘積，減去被乘數，即係所求的乘積。

例一 $78 \times 29 = ?$

例二 $59873 \times 899 = ?$

$$78$$

$$59873$$

$$29 + 1 = \times 30$$

$$899 + 1 = \times 900$$

$$2340$$

$$53885700$$

$$- 78$$

$$- 59873$$

$$\hline 2262$$

$$\hline 53825827$$

例三 $56 \times 9\frac{1}{2} = ?$

$$56 \div 2 = 28$$

$$\begin{array}{r} 19+1 = \times 20 \\ \hline 560 \\ -28 \\ \hline 532 \end{array}$$

例四 $763 \times 38\frac{1}{7} = ?$

$$38 \times 7 + 1 = 267$$

$$\begin{array}{r} 763 \div 7 + 1 = \times 110 \\ \hline 29370 \\ -267 \\ \hline 29103 \end{array}$$

例 題

(1) 123×29

(2) 578×399

(3) 652×709

(4) 7134×6999

(5) 4216×9999

(6) 5683×790

(7) $179 \times 34\frac{1}{2}$

(8) $497 \times 17\frac{3}{8}$

(9) $836 \times 59\frac{1}{4}$

(10) $1254 \times 73\frac{5}{6}$

11. 乘數爲兩位數，而且首位數爲1。

法則 (1) 將乘數單位數，乘被乘數單位數，所得乘積的單位，記在橫線下單位處；(2) 將乘數單位數，乘被乘數十位數，所得乘積，加上被乘數的單位數，若上項的乘積有十位數，一併加入，然後將此總和的單位數，記在橫線下十位處；(3) 順次將乘數單位數，乘被乘數各位之數，所得乘積，加上被乘數前一位之數，若上項的乘積有十位數，一併加入，然後將其總和的單位，記在橫線下相當的位置；(4) 最後將乘數單位數，乘被乘數首位數，所得乘積，如有十位數，將此十位數和被乘數的首位數相加，爲全乘積的首位，若是沒有十位數，即以被乘數的首位數，爲全乘積的首位數。

附註 凡乘數首位爲1，中間夾有一個或二個以上的零，

只有首尾爲有效數字的，也可以適用此法則。但乘數夾有一個零時，要在乘數單位乘被乘數第三位（即百位）時，纔加入被乘數的單位數。其餘亦準此類推。

例一 $5317 \times 13 = ?$

$$\begin{array}{r} 5317 \\ \times 13 \\ \hline 69121 \end{array}$$

說明 (1) 乘數 3 乘被乘數 7 得 21，記 1 在橫線下單位處；(2) 3 乘 1 得 3，加 7 得 10，加 2 得 12，記 2 在橫線下十位處；(3) 3 乘 3 得 9，加 1 得 10，加 1 得 11，記 1 在橫線下百位處；(4) 3 乘 5 得 15，加 3 得 18，加 1 得 19，記 9 在橫線下千位處；(5) 1 加 5 得 6，即以 6 爲全乘積的首位。

例二 $6895 \times 17 = ?$

$$\begin{array}{r} 6895 \\ \times 17 \\ \hline 117215 \end{array}$$

例三 $7543 \times 107 = ?$

$$\begin{array}{r} 7543 \\ \times 107 \\ \hline 807101 \end{array}$$

例四 $7543 \times 1007 = ?$

$$\begin{array}{r} 7543 \\ \times 1007 \\ \hline 7595801 \end{array}$$

例五 $7543 \times 10007 = ?$

$$\begin{array}{r} 7543 \\ \times 10007 \\ \hline 75482801 \end{array}$$

例六 $7543 \times 100007 = ?$

$$\begin{array}{r} 7543 \\ \times 100007 \\ \hline 754352801 \end{array}$$

12. 乘數爲兩位數，而且單位數爲 1。

法則 (1) 首將被乘數單位之數記在橫線下單位處：

(2) 將乘數首位之數，乘被乘數單位數，所得乘積，加上被乘數的十位數，將此相加和數的單位數，記在橫線下十位處；

(3) 將乘數首位之數，乘被乘數十位數，所得乘積，加上被乘數百位數，若上項的和數有十位數，一併加入，然後將此總和的單位數，記在橫線下百位處；

(4) 順次將乘數首位數，乘被乘數各位之數，所得乘積，加上被乘數前一位之數，若上項的乘積有十位數，一併加入，然後將其總和的單位，記在橫線下相當的位置；

(5) 最後將乘數首位數，乘被乘數首位數，若前次所得總和有十位數，加入之後，即以此總和為全乘積之首，若是沒有十位數，即以此最後乘積為全乘積之首。

附註 凡乘數末位為 1，中間夾有一個或二個以上的零，只有首尾為有效數字的，也可以適用此法則。但乘數夾有一個零時，被乘數的末兩位數，可直記在橫線下，乘數首位乘被乘數末位的乘積，可與被乘數末第三位數（即百位數）相加，其餘亦準此類推。

例一 $6543 \times 31 = ?$

$$\begin{array}{r} 6543 \\ \times 31 \\ \hline 202833 \end{array}$$

說明 (1) 在橫線下單位處，記被乘數的單位數 3；(2) 乘數首位 3 乘被乘數單位 3 得 9，加第二位(十位數)4 得 13，記 3 在橫線下十位處；(3) 3 乘 4 得 12，加 5 得 17，加 1 得 18，記 8 在橫線下百位處；(4) 3 乘 5 得 15，加 6 得 21，加 1 得 22，記 2 在橫線下千位處；(5) 3 乘 6 得 18，加 2 得 20，即以 20 為全乘的首兩位。

例二 $1583 \times 61 = ?$

$$\begin{array}{r} 1583 \\ \times 61 \\ \hline 96563 \end{array}$$

例三 $5748 \times 701 = ?$

$$\begin{array}{r} 5748 \\ \times 701 \\ \hline 4029348 \end{array}$$

例四 $5497 \times 7001 = ?$

$$\begin{array}{r} 5497 \\ \times 7001 \\ \hline 38484497 \end{array}$$

例五 $3967 \times 70001 = ?$

$$\begin{array}{r} 3967 \\ \times 70001 \\ \hline 277693967 \end{array}$$

13. 乘數爲同一數字的。

法則 (1) 先改乘數數字爲 9, 依第 10 節的法則 求其乘積; (2) 再以乘數的共同數字爲分子 9 爲分母的分數乘之 (例如 $7 \times 22 = 7 \times 99 \times \frac{2}{9}$)。

例一 $58673 \times 222 = ?$

$$\begin{array}{r} 58673000 \\ - 58673 \\ \hline 9) 58614327 \\ \hline 6512703 \\ \times 2 \\ \hline 13025406 \end{array}$$

注意 58673 乘 999 依第十節的法則, 在 58763 之後, 附上三個零, 更以 58763 減之, 即得其乘積。

例二 $85741 \times 3333 = ?$

$$\begin{array}{r} 857410000 \\ - 85741 \\ \hline 3) 857324259 \\ \hline 285774753 \end{array}$$

注意 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

14. 乘數為 10, 100, 或 1000 的除盡數 (凡一整數或一分數, 適為某數除盡 10, 100, 或 1000 的商數時, 此整數或分數, 即為 10, 100, 或 1000 的除盡數。例如 $5 = 10 \div 2$, 則 5 為 10 的除盡數, $12\frac{1}{2} = 100 \div 8$, 則 $12\frac{1}{2}$ 為 100 的除盡數, $83\frac{1}{3} = 1000 \div 12$, 則 $83\frac{1}{3}$ 為 1000 的除盡數)。

法則 (1) 先認定乘數為 10, 100, 1000 等何數的除盡數, 即將該數所有之零, 悉附在被乘數之末; (2) 再看乘數係該數的幾分之幾, 即將此分數乘之。

例一 $675 \times 25 = ?$

$$25 = \frac{1}{4} \times 100$$

$$\therefore \begin{array}{r} 4 \overline{) 67500} \\ 16875 = 675 \times 25 \end{array}$$

例二 $7362 \times 12\frac{1}{2} = ?$

$$12\frac{1}{2} = \frac{1}{8} \times 100$$

$$\therefore \begin{array}{r} 8 \overline{) 736200} \\ 92025 = 7362 \times 12\frac{1}{2} \end{array}$$

例三 $63 \times 142\frac{6}{7} = ?$

$$142\frac{6}{7} = \frac{1}{7} \times 1000$$