

汉译温
式高中
代数学

漢 譯
溫高氏中學代數

此書有著作權翻印必究

庚戌年十一月初版
中華民國十八年十二月二十七版

每册定價大洋壹元陸角

外埠酌加運費匯費

譯述者 宣城屠坤華

校訂者 紹興路師會
紹興壽孝天

發行兼印者 上海寶山路
商務印書館

發行所 上海及各埠
商務印書館

ELEMENTARY ALGEBRA

By
G. A. WENTWORTH
Translated by
TU KUN HUA

Edited by
LO SHIH TSENG AND SHOU HSIAO TIEN
1st ed., Nov., 1910 27th ed., Dec., 1929

Price: \$1.60, postage extra
THE COMMERCIAL PRESS, LTD.
Shanghai, China
All Rights Reserved

漢譯溫氏高中代數學

序 言

溫德華士代數(Elementary Algebra by G. A. Wentworth)

爲美國近出之名著。甚爲我國中學及中學以上各學校所歡迎。蓋其包羅甚富。迥異因陋就簡之模。排列適宜。深合先易後難之旨。爲理論透澈計。參列圖解。以期貫通。爲練習純熟計。採集問題。無不豐富。斯誠教科之善本。抑亦獨修所必需也。本館同人。有鑒於此。既將原書校訂付印。又恐僅用歐文研究。無譯本以資參考。則於我國固有之術語。慣用之文例。或未諳悉。因復譯爲漢文。處處與歐文相符合。學者得此。則習歐文者。可以對照而會其通。卽未習歐文者。亦可藉此以覘新世界學術之一斑焉。譯本旣竣。誌數言以告讀者。

漢 譯

溫 德 華 士 代 數 學

目 錄

節 數		第	一	章		頁 數
1-46	界說及符號	...	...	...	...	1-17
		第	二	章		
47-62	一次方程	...	...	...	...	18-31
		第	三	章		
63-91	正負二數	...	...	...	...	32-47
		第	四	章		
92-100	加法減法	...	...	...	...	48-58
		第	五	章		
101-114	乘法除法	...	...	...	...	59-77
		第	六	章		
115-126	特式法術	...	...	...	...	78-89
		第	七	章		
127-148	生數...	...	...	...	...	90-117
		第	八	章		
149-163	公生及公倍	...	...	...	...	118-134
		第	九	章		
164-187	命分...	...	...	...	...	135-159
		第	十	章		
188-198	命分方程	...	...	...	...	160-187
		第	十 一	章		
199-214	同局一次方程	...	...	...	...	188-205
		第	十 二	章		
215-216	同局一次方程問題	...	...	...	...	206-221
		第	十 三	章		
217-226	圖解...	...	...	...	...	222-231

節 數	第 十 四 章	頁 數
227-228	無 定 一 次 方 程	232-235
	第 十 五 章	
229-241	偏 程	236-240
	第 十 六 章	
242-273	乘 方 及 開 方	241-260
	第 十 七 章	
274-285	指 數 之 理	261-268
	第 十 八 章	
286-308	根 式	269-284
	第 十 九 章	
309-324	幻 數	285-292
	第 二 十 章	
325-351	二 次 方 程	293-332
	第 二 十 一 章	
352-360	同 局 二 次 方 程	333-353
	第 二 十 二 章	
361-403	比 例, 同 理 比 例 對 數	354-373
	第 二 十 三 章	
404-425	級 數	374-390
	第 二 十 四 章	
426-441	變 數 及 極 限	391-399
	第 二 十 五 章	
442-448	雜 級 數	400-408
	第 二 十 六 章	
449-476	對 數	409-435
	第 二 十 七 章	
477-488	錯 列 法 及 排 列 法	436-441
	第 二 十 八 章	
489-502	二 項 例	442-451
	第 二 十 九 章	
503-504	雜 例 題	452-461

漢 譯

溫 德 華 士 代 數 學

第 一 章

界 說 及 符 號

1. 量。凡可增可減者。統謂之量。同類之量。可以相比。

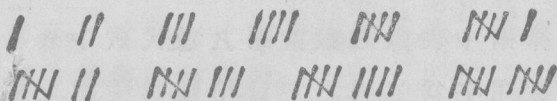
可度之量云者。謂其量可視為等分所成也。欲量可度之量。必先擇一同類之量。為之標準。以觀所度之量。為標準量之幾倍。

2. 箇位。凡測量大小與計算各物時。所用之準率。謂之箇位。

例如計算某校學童。其箇位為一學童。若以打數賣蛋。其箇位為一打蛋。千數計磚。其箇位為一千磚。至於表近記法。則箇位為寸為尺。表遠記法。則箇位為杆為里。

3. 數。箇位重複。則以數目示之。

將箇位逐次相加。則成單箇位與衆箇位之式。如下法足以表之。



凡此衆羣。代表一二三四五六七八九十諸數。此等代

表之衆羣。不論所計者爲何種箇位。其意恆同。

4. 幾何。任何具名箇位之數。俱爲幾何。幾何分爲二部。一爲箇位之名。一爲幾何所有箇位之數。

注意。幾何恆謂之帶名數。因其於所計箇位。附以名而記其數也。若但以數目表示箇位之倍數。則不論爲真數爲代數。俱謂之獨立數。

例如四桶麵粉。意即四倍一桶麵粉。如十棵木。即十倍一棵木。

5. 代數學。代數與算術同。亦論數之學也。

6. 算術數號。算術所用數號。非如前列直集衆羣之號。係用通行符號 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 即亞拉伯之數目字讀爲一, 二, 三, 四, 五, 六, 七, 八, 九。其十之號。乃將 1 字變換位置。令之表十而不表一。變換其位置時。須另用一 0 號。0 之數號。或稱零數。乃表虛無之數者也。

表箇位之一。則置 1 於第一位。如數繼續增加。達至十箇。則自右而左。置 1 之數號於第二位。至百箇。則置 1 於第三位。至千箇。則置 1 於第四位。餘可類推。

7. 代數學之數號。代數學非獨用算術數號表數。且以字母中之字目代表。定值之數。爲其數之公號。是以某字值量。對於某該問題。通前澈後俱等。

8. 算術中表數之數號謂之數。代數中表數之字號。亦謂之數。用字爲號。謂之字目。用數爲號。謂之數目。凡字目所表之數。爲字之值。亦如數目所表之數。爲數之值也。

9. 算術與代數共用之名稱。算術與代數共用之名稱。即如加法，和數，減法，被減數，減數，差，等等。二者所用命意相同。雖或代數間之命意有時推擴。然與算術之意符合

代數通用符號

10. 演算符號。代數學通常之演算。亦如算術。含有加法，減法，乘法，除法，乘方，開方，等等。凡數經此演算。所示標記。謂之演算符號。

11. 加法符號， $+$ 。此 $+$ 符號。讀加。例 $4+3$ 讀4加3。意謂3箇加於4箇上。 $a+b$ 讀 a 加 b 。意謂 b 數加於 a 數上。

12. 減法符號， $-$ 。此 $-$ 符號。讀減。例 $4-3$ 讀4減3。意謂由4箇減去3箇。 $a-b$ 讀 a 減 b 。意謂由 a 數減去 b 數。

13. 乘法符號， $\times$ 。此 $\times$ 符號。讀乘或倍。例 4×3 讀4乘以3。意謂4箇被3箇乘。 $a\times b$ 讀 a 乘以 b 。意謂 a 數被 b 數乘。有時亦或用點代乘號。是故 $2.3.4.5$ 即 $2\times 3\times 4\times 5$ 。此二符號後。有數繼之者。俱可讀為被乘。例 $\$a\times b$ 或 $\$a\cdot b$ 讀為 a 圓被 b 數乘。

14. 除法符號， $\div$ 。此 $\div$ 符號。讀除。例 $4\div 2$ 讀4除以2。意謂4箇被2箇除。 $a\div b$ 讀 a 除以 b 。意謂 a 數被 b 數除。除法示號。亦可於橫線上書被除數。橫線下書除數。或用斜線將被除數與除數隔開。

例如 $\frac{a}{b}$ 或 a/b 適與 $a\div b$ 相同。

注意. 加 b 於 a , 由 a 減 b , 用 b 乘 a , 與夫 a 被 b 除等等演算. 若二字目所連符號適對. 則必完全無訛.

15. 關係符號:

$=$, 讀等 等於 必等種種.

$\neq$, 讀不等種種.

$>$, 讀大於. 如 $9 > 4$.

$<$, 讀小於. 如 $4 < 9$.

$\nless$, 讀不大於.

$\nless$, 讀不小於.

$\therefore$, 比例符號. 適與算術相同.

如 $a:b::c:d$ 或 $a:b=c:d$ 讀 a 比 b 如 c 比 d .

16. 語詞符號:

$\therefore$, 讀故 於是.

$\therefore$, 讀因 既然.

例 $\therefore a=b$. 而 $b=c$. $\therefore a=c$. 讀 a 既然等於 b . 而 b 等於 c .
故 a 等於 c .

17. 相續符號...此...符號讀為等等.

例 1, 2, 3, 4, ... 讀一, 二, 三, 四, 等等. $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots a_n$ 讀副一 a 副二 a 副三 a 等等直至副 na . a', a'', a''' , ... 讀第一 a 第二 a 第三 a 等等.

18. 結納符號: 結納符號. 分為括弧 $()$ 括弓 $[\]$ 括帶 $\{ \}$ 括線 $—$ 括柱 $|$. 凡此演算符號. 表明所示之數, 從先算結. 視其總結. 如為單數.

例如 $(a+b) \times c$ 。意謂 b 加於 a 之後。而其總結。被 c 所乘。
 $(a-b) \times c$ 。意謂由 a 減 b 。而 c 實乘其差。

凡式上書括線。即表其爲單數。

例如 $a - \overline{b+c}$ 適同 $a - (b+c)$ 。意謂 c 加於 b 。而後由 a 減其總結。

生數，方，根

19. 生數 設某數爲二數或二數以上相乘之合數。則其各數或其二數相乘。及二數以上相乘之各合。均爲該數之生數也。

例 2, $a, b, 2a, 2b, ab$ 均爲 $2ab$ 之生數。

凡字目所示之生數。謂之字生。數目所示之生數。謂之數生。

20. 字生連串相乘。或數生與字生併乘。其間則無 $\times$ 之符號。

例 abc 表示 $a \times b \times c$ 。 $63ab$ 表示 $63 \times a \times b$ 。

abc 之合不可混視爲 $a+b+c$ 之和。

設 $a=2, b=3, c=4$,

則 $abc = 2 \times 3 \times 4 = 24$,

但 $a+b+c = 2+3+4 = 9$ 。

注意。算術號法。惟省加法符號。至於代數號法。惟省乘法符號。

例 45 意謂 $400+50+6$ 。然 $4ab$ 則謂 $4 \times a \times b$ 。

21. 設某合數。有一生數爲 0。則不論其餘各生數等於何值 其合必等於 0。 凡生數爲 0 者。爲零生數。

例如 a, b, c, d 其間有一為 0。則 $abcd = 0$ 。

22. 係數。 凡數目或字目。冠於幾何之首。以示該幾何倍數者。謂之係數。

係數以字目代表者。謂之字係。以亞拉伯數目代表者。謂之數係。

例如 $7x$ 其 7 為 x 之數係。 ax 其 a 為 x 之字係。

幾何之首。如無係數。則其係數為 1。

23 方 數之方者。乃以該數自作乘數。以一為其起始之被乘數。逐次自乘若干次之合也。凡此方法。謂之乘方。而其乘數名為方之底數。陸續相乘次數。謂之方次。表方之次數者。謂之指數。書於底數上部右角之處。恆以小字表之。

例 $1 \times a \times a$ 以 a^2 表之。(讀 a 平方)。 a 為底數。2 為指數。 a^2 為 a 之二次方。

1. $c. c. c$ 以 c^3 表之(讀 c 立方)。 c 為底數。3 為指數。 c^3 為 c 之三次方。

x^5 (讀 x 之第五次方)。 x 為底數。5 為指數。 x^5 為 x 之五次方。

24 指數既表底數自一陸續連乘之次。則 a^1 為 a 之一次方。可以 $1 \times a$ 表之。亦即 a 也。

故 a^0 為 a 之圈次方。明示 a 不相乘。換言之。即謂此 a 不乘被乘數一。是以不論 a 值若何。 a^0 恆等於 1。

25 凡合之方次式。被乘數一恆漏而不書。適與不書一之係數相同。

例如不書 $x^3 = 1 \times x \times x \times x$ 。惟書 $x^3 = x \times x \times x$ 。此種表方之法。指數恆示底數作為生數自乘之方次也。

26. 方之相比。則以二次方大於一次方。三次方大於二次方。等等。

係數與指數。命意之不同。須當詳細釋明。

例 $4a = a + a + a + a$; $a^4 = a \times a \times a \times a$ 。

設 $a = 3$, $4a = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$; $a^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ 。

27. 根。與乘方相反者。謂之開方。開方云者。求數根次之演算也。數之根者。該數等生之一。如數開為二相等生。則各為平方根。如開為三相等生。則各為立方根。如開為四相等生。則各為四次根等等類推。

根號為 $\sqrt{\quad}$ 。除平方根以外。餘皆於根號上書明數號。以示所求該數等生之次數。凡此數號。謂之根指數。

例如 $\sqrt{64}$ 意謂 64 之平方根。 $\sqrt[3]{64}$ 意謂 64 之立方根。

代 數 式

28. 代數式。代數式者。以代數號代表數也。代數式中可含一代數號。或以符號連結數代數號。

例如 a , $3abc$, $5a + 2b - 3c$ 為代數式。

29 項 項者代數式之一號。亦或數號間無 $+$ $-$ 符號相連者。

例 $a, 5xy, 2ab \times 4cd, \frac{3ab}{4cd}$ 各爲一項之代數式。而項亦可以 $\times$ 或 $\div$ 符號分開爲段。

30. 相似項. 凡項之字目及其指數各各相等者。謂之相似之項。

例 $3x^2y^3, 5x^2y^3, 7x^2y^3$ 爲相似項。

31. 簡式 祇含一項之代數式謂之簡式或獨項式。

例 $5xy, 7a \times 2b, 7a \div 2b$ 謂之簡式。

32. 複式. 含括二項。或二項以上之代數式。謂之複式。或多項式。

例 $5xy + 7a, 2x - y - 3z$ 謂之複式。

33. 二項之多項式。謂之二項式。其三項者。謂之三項式。多項式亦名繁項式。

例 $3a - b$ 爲二項式 $3a - b + c$ 爲三項式。

34. 正負二項 項前冠有 $+$ 符號。謂之正項。如冠一符號者。謂之負項。凡獨項或多項式首項之前。可以不書 $+$ 符號。

35. 設若正負二項所等之數相同。則此二項相連時。可以抵消。

36. 換入. 如二幾何或二數或二演算。其於代數式間。可以互換。不致有妨式之數值者。則各相等。

37. 式之數值 如將式中各字之值換入。且按所示符號以行演算。則其所得之數。稱爲式之數值。

簡式之數值

1. 設
- $a=5$
- , 求
- $4a$
- 與
- a^4
- 之數值。

$$4a = 4 \times a = 4 \times 5 = 20, \quad a^4 = a \times a \times a \times a = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625.$$

2. 設
- $a=3, b=4, c=5$
- , 求
- ${}_7abc$
- 之數值。

$${}_7abc = {}_7\frac{1}{5} \times 3 \times 4 \times 5 = 28.$$

3. 設
- $x=3, y=4$
- , 求
- $2x^3y^2$
- 之數值。

$$2x^3y^2 = 2 \times 3^3 \times 4^2 = 2 \times 27 \times 16 = 864.$$

4. 設
- $x=4, y=5$
- , 求
- ${}_4xy^2$
- 之數值。

$${}_4xy^2 = {}_4\frac{3}{4} \times 4 \times 5^2 = {}_4\frac{3}{4} \times 4 \times 5 = 75.$$

5. 設
- $a=2, b=3, c=4$
- , 求
- $8a^2b \div 3c^3$
- 之數值。

$$\frac{8a^2b}{3c^3} = \frac{8 \times 2 \times 2 \times 3}{3 \times 4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{2}.$$

6. 設
- $x=3$
- , 求 (i)
- $\sqrt{4x^2}$
- , (ii)
- $2\sqrt{(9x^2)}$
- , (iii)
- $\sqrt{4x^2}$
- 之各數值。

$$(i) \quad \sqrt{4x^2} = \sqrt{4 \times 3^2} = \sqrt{36} = 6.$$

$$(ii) \quad 2\sqrt{(9x^2)} = 2\sqrt{(9 \times 3^2)} = 2 \times 9 = 18.$$

$$(iii) \quad \sqrt{4x^2} = \sqrt{4 \times 3^2} = 2 \times 3 = 6.$$

注意. 如無括線括弧. 根號祇與其右接近所示有關.

習 問 1

設 $a=1, b=2, c=3, d=4, x=5, y=6, z=0$, 求下各式之數值。

1. $7x.$

4. ${}_5bc.$

7. $14c^3yz.$

2. $8b^2.$

5. $6c^2d$

8. $b^3c^2y.$

3. $7c^3.$

6. $2c^2dx.$

9. $3a^4b^2x.$

10. $\frac{3}{8}d^2x.$

20. $\frac{7c^3x^2}{4by^2}.$

28. $\sqrt{x^2y^3z^3}.$

11. $\frac{2}{9}c^3d.$

29. $\sqrt[3]{9bcd}.$

12. $\frac{1}{10}b^2xy.$

21. $\frac{x^2y^2}{5c^2d^2}.$

30. $2\sqrt{c^2dx^2}.$

13. $\frac{5}{18}a^3dy^2.$

31. $cd\sqrt{dy^2}.$

14. $\frac{1}{3}x^2y^3z.$

22. $\frac{9dz}{dy}.$

32. $abc\sqrt{2cx^2y}.$

15. $\frac{4}{15}c^2x^2.$

23. $\frac{5a^5d^3}{b^3x^2}.$

33. $\frac{3}{4}d\sqrt{dy^2}.$

16. $\frac{5}{12}xy^2.$

24. $\sqrt{b^2dx^2}.$

34. $abcdxyz.$

17. $\frac{7}{10}d^2x^2.$

25. $\sqrt{dy}.$

35. $cx\sqrt[3]{b^2cdy^2}.$

18. $\frac{1}{12}c^2d^2.$

26. $\sqrt[3]{27d^2}.$

36. $b^2c\sqrt[3]{d^2z^2}.$

19. $\frac{b^4x^2}{5a^3}.$

27. $\sqrt{(bcy)}.$

37. $b^2dx^2y.$

複式之數值

38. 先須算結項間所示演算符號。然後按該項所冠符號而演算。

注意。各項須遵代數之式。凡二字生間 $\times$ 符號。可以不書而數生與字生之間。其 $\times$ 符號亦不書。

39. 項之各段。係按 $\times$ 與 $\div$ 之符號次序。由左而右以相合併。

式之各項。乃按 $+$ 與 $-$ 之符號次序。由左而右以相合併。

例 $60 - 40 \div 5 \times 3 - 20 = 60 - \frac{40}{5} \times 3 - 20 = 16.$

40 二數之和。任爲第一加於第二。或爲第二加於第一。其和恆等。

代以字號。 $a+b=b+a$ 。 此謂之加法交換定律。

41. 三數之和。任爲第二與第三之和數加於第一。或第三加於第一與第二之和數。其總恆等。

代以字號。 $a+(b+c)=(a+b)+c$ 。 此謂之加法組合定律。

1. 設 $a=2, b=10, x=3, y=5$ 。求 $6b \div (b-y) - 3x + 2bxy \div 10a$ 之數值。

$$\begin{aligned} 6b \div (b-y) - 3x + 2bxy \div 10a &= \frac{6 \times 10}{10-5} - 3 \times 3 + \frac{2 \times 10 \times 3 \times 5}{10 \times 2} \\ &= 12 - 9 + 15 = 18. \end{aligned}$$

2. 設 $a=6, b=4$ ，求 $(a+b)(a-b) + \frac{a+b}{a-b}$ 之數值。

$$\begin{aligned} (a+b)(a-b) + \frac{a+b}{a-b} &= (6+4)(6-4) + \frac{6+4}{6-4} \\ &= 10 \times 2 + \frac{10}{2} = 20 + 5 = 25. \end{aligned}$$

習 問 2

設 $a=1, b=2, c=3, d=4, e=5, f=0$ 。求下各式之數值。

1. $9a+2b+3c-2f$.

4. $\frac{4ac}{b} + \frac{8bc}{d} - \frac{5cd}{e}$.

2. $4e-3a-3b+5c$.

5. $7e+bcd - \frac{3bde}{2ac}$.

3. $8abc-bcd+9cde-def$.

6. $abc^2+bcd^2-dea^2+f^3$.

$$7. e^4 + 6e^2b^2 + b^4 - e^3b - 4eb^3.$$

$$[8. \frac{8a^2 + b^2}{a^2b^2} + \frac{4c^2 + 6b^2}{c^2 - b^2} - \frac{c^2 + c}{e^2}.$$

$$9. \frac{d^c}{b^c}.$$

$$11. \frac{b^c + d^c}{b^2 + a^2 - bd}.$$

$$10. \frac{e^c - b^a}{e^b - b^c}.$$

$$12. \frac{e^c + d^c}{e^2 + ed + d^2}.$$

設 $a=2$, $b=10$, $x=3$, $y=5$. 求下各式之數值.

$$13. xy + 4a \times 2.$$

$$17. (6b - 8y) \div 2y \times b + 2b.$$

$$14. xy + 15b \div 5.$$

$$18. (cb - 8y) \div (2 \times b) + 2b.$$

$$15. 3x + 7y \div 7 + a \times y.$$

$$19. 6b - (8y \div 2y) \times b - b.$$

$$16. 6b - 8y \div 2y \times b - 2b.$$

括 弧

42. 括弧前冠 + 符號. 設某有錢十元. 其後收入三元. 又後收入二元. 如將三元與二元總結. 加於十元. 與夫先加三元於十元. 而後再加二元. 所得之數. 無有差異.

前法可以 $10 + (3 + 2)$ 表之. 後法可以 $10 + 3 + 2$ 表之.

故 $10 + (3 + 2) = 10 + 3 + 2$.

設某有錢十元. 其後收入三元. 又後付出二元. 如由三元之中付出二元. 以其所餘加於十元. 與夫先加三元於十元. 而後再由其和付出二元. 所得之數. 無有差異.