

一九七九年贵州省

中学生数理化竞赛题解

贵州人民出版社

中学生数理化竞赛题解

吉林出版集团有限责任公司

一九七九年贵州省
中学生数理化竞赛题解

贺越飞 李五中 盛钟雨 解答
李长明 张茂林 刘敏 审校

贵州人民出版社

一九七九年贵州省

中学生数理化竞赛题解

贺越飞 李五中 盛钟雨 解答
李长明 张茂林 刘 敏 审校

贵州人民出版社出版
(贵阳市延安中路5号)

贵州新华印刷厂印刷 贵州省新华书店发行

787×1092毫米32开本 7.25印张 150千字
1980年5月第1版 1980年5月第1次印刷
印数 1—30,000

书号7115·533 定价 0.60 元

前 言

本书汇编了一九七九年贵州省中学生数理化竞赛第一试和第二试的试题及其参考答案。试题按这次数理化竞赛第一、二试的顺序采取统一编号，排列在书的前半部；参考答案则按题序排列在书的后半部。为了便于读者查看参考答案，每道试题的末尾都分别注明了参考答案所在的页码。

本书的显著特点是：对竞赛题的解答或证明过程比较详尽而完整。先针对题意提出所用基础理论，确定解题或证题的方法，然后详细研讨求解或求证，最后才对问题进行解答或证明。遇到难于理解或容易误解的概念，作了较为透彻的阐述和解说；对典型题还注意介绍了多种解法或证法；对有的看上去似乎难于解答的试题，注意采取不同的方法来解，个别题的解法竟多达九种，并通过对各种方法的优缺点进行分析比较，拓开眼界，增强读者解题或证题的能力。

本书的读者对象主要是中学生及数理化业余爱好者。读者在使用本书的时候，宜先对书前面的试题独立地进行思考，并试作解题或证题的演习，然后才去查看书后面的参考答案，在查看的过程中，要注意举一反三，触类旁通，认真总结一下解题或证题的经验，检查自己对基本概念的理解是否正确，对公式的推导是否合理，逻辑是否严密，方法是否灵便，运算是否娴熟，结果是否正确。这样做，对于提高解题和证题的能力，将是大有裨益的。

本书数学第一、二试竞赛题由贺越飞同志解答，李长明

同志审校，（李长明同志在审稿后，又提供了二十多种较好的解法，现一并编入，特用*号加以标明）；物理第一、二试竞赛题由李五中同志解答，张茂林同志审校；化学第一、二试竞赛题由盛钟雨同志解答，刘敏同志审校。

最后，谨向贵州省教育局数理化竞赛命题小组的全体同志表示谢意。由于我们水平有限，故书中不妥之处在所难免，敬请各位专家、教师以及广大读者批评、指教。

编者

一九七九年十月于筑

数学竞赛第一试试题

【一】 求证： $\frac{1}{\log_2 \pi} + \frac{1}{\log_5 \pi} > 2$. [21]

【二】 解下列二方程：

$$(1) \frac{x^4 - (x-1)^2}{(x^2+1)^2 - x^2} + \frac{x^2 - (x^2-1)^2}{x^2(x+1)^2 - 1} + \frac{x^2(x-1)^2 - 1}{x^4 - (x+1)^2} = x^2,$$

$$(2) 4^{x+\frac{1}{2}} + 2^{x-\frac{1}{2}} = 5. [23]$$

【三】 设有函数： $y = \lg \sin x$.

(1) 指出它的定义域和值域，

(2) 画出它的略图. [31]

【四】 已知抛物线 $y^2 = 32x - 8$ 和直线 $4x + 3y + 27 = 0$.

(1) 问抛物线上哪点到已知直线的距离最短？

(2) 求证过抛物线上这点的切线平行于已知直线.

[36]

【五】 设 α, β 为一锐角三角形的两个内角.

求证： $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta > 1$. [38]

【六】 求满足不等式

$$2 + 4 + 6 + \cdots + 2n > 1979$$

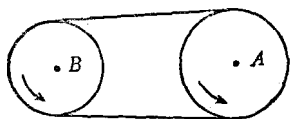
的最小正整数 n . [44]

【七】 设 AC' 是已知棱长为 a 的正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的一条对角线，作平面 α 垂直 AC' ，垂足为 P 。如果： $AP : PC' = 1 : 5$ 。试求平面 α 截这正方体所得截面的面积. [46]

物理竞赛第一试试题

【八】 下列各题中，每题附有四个答案，选择一个正确的，将答案号填在题末的括号内：（每小题答对得2分，不回答不得分，答错倒扣1分。）

1. 如〔图1〕所示的皮带轮传动装置， A 轮为主动轮， B 轮为从动轮，箭头表示轮旋转的方向。关于 A 、 B 两轮所受的摩擦力方向，下述哪种说法正确？



〔图1〕

- (1) 两轮所受摩擦力的方向与两轮转动方向相同；
(2) 两轮所受摩擦力的方向与两轮转动方向相反；
(3) A 轮所受摩擦力的方向与 A 轮转动的方向相同， B 轮所受摩擦力的方向与 B 轮转动的方向相反；
(4) A 轮所受摩擦力的方向与 A 轮转动方向相反， B 轮所受摩擦力的方向与 B 轮转动方向相同。

答：（ ）。〔52〕

2. 用线悬一物体，令物体在竖直平面内作圆周运动。当物体在最高点时，线仍然是张紧的。物体在最高点上所受的力为：

- (1) 重力、张力、向心力；
(2) 重力、张力、向心力、离心力；
(3) 重力、张力；

(4) 向心力、离心力。

答：()。[55]

3. 一人在升降机中用杆秤称物体重量，当升降机静止时物重4斤，现升降机以5米/秒²的加速度竖直上升，(g 取10米/秒²)，杆秤上的读数应是：

(1) 4斤；(2) 6斤；(3) 2斤；(4) 0斤。

答：()。[58]

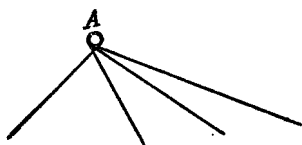
4. 由理想气体分子平均动能的大小，就可以确定：

(1) 压强 P 的大小；

(2) 体积 V 的大小；

(3) 温度 T 的高低；

(4) P 、 V 、 T 三者中任意两个量的大小。



[图2]

答：()。[60]

5. 通过空间任意一点 A ，可以作无限多个平面，如[图2]所示。如果物体由 A 点分别沿倾斜角不同的光滑斜面滑下，那么把物体在这些斜面上速度相同的点联接起来，是一个：

(1) 球面；(2) 水平

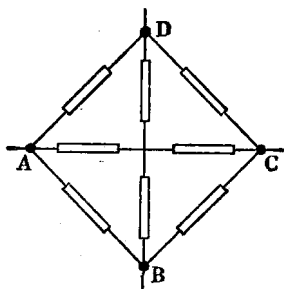
面；(3) 抛物面；(4) 不规则曲面。

答：()。[62]

【九】 填空：

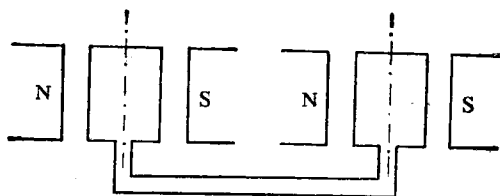
1. 有八个30欧姆的电阻连接如[图3]所示， AC 间总电阻是___欧姆。[64]

2. 用导线把两台磁电式灵

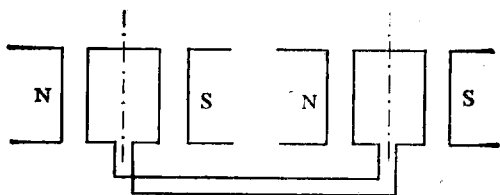


[图3]

敏电流计的正负接线柱，按〔图4〕串联，或按〔图5〕并联连接时，如向右拨动其中一台的指针，则〔图4〕中另一台指针将___偏转；〔图5〕中另一台指针将___偏转。
〔66〕



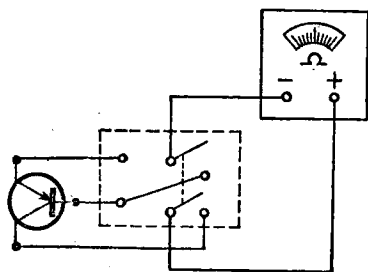
〔图4〕



〔图5〕

3. 如〔图6〕所示的实验装置：

(1) 开关的闸刀掷向左时，测___结的___电阻，阻值较___。



〔图6〕

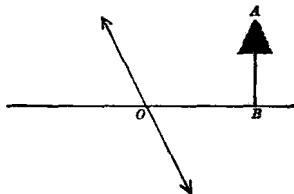
(2) 开关的闸刀掷向右时，测___结的___电阻，阻值较___。〔67〕

4. 许多比重为 0.9 克/厘米^3 的冰，分别浮在比重不同，温度皆为 0°C 的液体表面上，液体表面

恰与容器口相平，当冰全部融化后（设液体温度仍为 0°C ，水的比重为 $1\text{克}/[\text{厘米}^3]$ ）。以比重 d 等于____为界限，区分液体要满出来或不满出来，若比重____则液体不满出来；若比重____则液体要满出来。〔69〕

【十】下列各题中，你认为是正确的，就在括号中写“对”；你认为错误的，就在括号中写“错”。

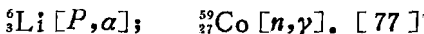
1. 速度为零，加速度不一定为零。（ ）。〔70〕
2. 不同的物体，温度越高热量就越大。（ ）。〔71〕
3. 电场强度为零，电势不一定为零。（ ）。〔73〕
4. 导体在磁场中运动时，速度越大，感生电动势越大。（ ）。〔74〕



〔图7〕

【十一】〔图7〕是按透镜与物 AB 的实际位置和尺寸画出的示意图。透镜焦距 $f = 1.5$ 厘米，在该图中用作图法求 AB 的像。〔76〕

【十二】写出下列核反应方程式：



【十三】在同一电路中同时通过交变电流

$$i_1 = 2 \sin \omega t \text{ 安培}$$

$$i_2 = 2 \sin(\omega t + 90^{\circ}) \text{ 安培}$$

时，其总电流的有效值为多少安培？总电流的初相位是多少？〔78〕

【十四】在倾斜角为 α 的斜面底部，木块 A 以初速度沿斜面向上运动，若 $\alpha = 30^{\circ}$ ，木块与斜面间滑动摩擦系数

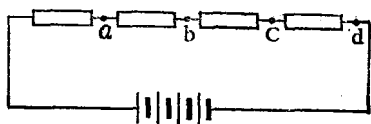
$\mu = \frac{1}{2\sqrt{3}}$, 求木块在斜面上离开出发点时和回到出发点时动能之比。[83]

能之比。[83]

【十五】 三种不同的液体 A 、 B 、 C , 温度分别为 15°C 、 25°C 、及 35°C ; A 和 B 混和时温度为 21°C , B 和 C 混和时温度为 32°C , 如果把 A 和 C 混和时温度为多少? [87]

【十六】 电路中外电阻消耗的功率与电源总功率之比, 称做电源的效率。

在〔图 8〕中, 外电阻由四个等值电阻组成, 四个串联电池的总内电阻各为 0.5 欧。



〔图 8〕

1. 要使电源的输出功率最大, 外电路中每个电阻的阻值应为多少? 此时电源的效率是多少? [89]

2. 若将 a 、 c 短路, b 、 d 也短路, 这时电源的效率又是多少? [90]

【十七】 若给你一个电源, 两条相同的电炉丝, 一个双刀双掷开关和若干导线, 试设计一个电炉的电路图, 要求电炉功率在开关投向一方时为投向另一方的四倍。[92]

化学竞赛第一试试题

【十八】 下列说法是否正确？对不正确的说法加以改正。

1. 三氧化二铝分子是由三个氧原子和二铝原子所组成。[95]

2. 等当量的酸和碱发生中和反应后，所得溶液一定是中性的。[95]

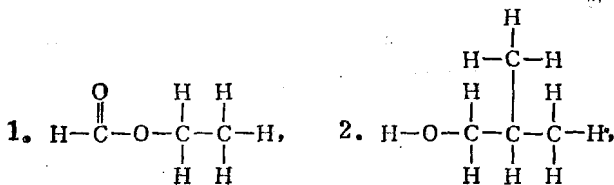
3. 酸有许多共通的性质，所以任何两种酸不会发生化学反应。[96]

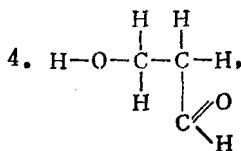
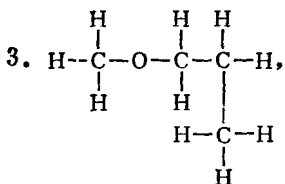
4. 硫酸在某些化学反应中的当量可以是 49，也可以是 98。[96]

5. 碳酸钠溶液显碱性，是由于碳酸钠分子发生水解的结果。[97]

6. 酸性水溶液中既存在氢离子，也存在氢氧根离子。[98]

【十九】 写出下列有机化合物的名称或结构式，并指出哪些是同分异构体：





5. 环己烷,
6. 2,4-二甲基-3-乙基戊烷,
7. 3-甲基戊烯-2,
8. 4,4-二甲基戊炔-2,
9. 丙酸. [99]

【二十】把下列物质中所含指定粒子的数目通过计算按由少到多顺序排列起来(用序号排列), (要求写出计算过程)。

1. 标准状况下, 16.8 升氯气的分子数;
2. 6.8×10^{-3} 公斤液态氨的分子数;
3. $0.5N$ K_2SO_4 溶液 40 毫升中的钾离子数;
4. 比重为 1.31, 28% 的 NaOH 溶液 500 毫升中的氢氧根离子数;
5. 含有 8×10^{20} 个氢离子的 $0.1M$ 的 CH_3COOH 溶液 100 毫升中醋酸分子, 氢离子和醋酸根离子的总数(不考虑溶剂的粒子数);
6. 20°C 饱和蔗糖溶液 101 克中蔗糖 ($\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$) 的分子数 (20°C 蔗糖的溶解度为 203 克)。[103]

【二十一】现有 A, B 两元素: (1) A 元素的原子核内有 20 个中子, 它氧化后形成 A^{+1} 离子, 在标准状况下, 1 克 A 元素与水反应后生成 0.287 升的氢气; (2) A, B 两元素

以等摩尔原子结合成离子晶体；(3) *B* 元素的原子核外有 17 个电子。试求：

1. *A* 元素的名称是____，*B* 元素的名称是____，它们最高正价氧化物及其水化物的分子式各为____，____。
[106]

2. *A*、*B* 两元素中____元素氧化性强，____元素的还原性强，____元素的离子能被氧化，____元素的离子能被还原，____价的 *B* 元素既能被氧化又能被还原。[107]

3. *A* 单质的化学键类型为____，*B* 单质的化学键类型为____，*A*、*B* 两元素相互化合后生成物的化学式为____，电子式为____，化学键为____。[108]

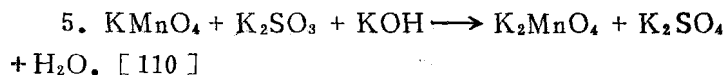
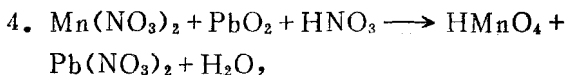
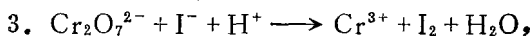
4. ____元素能形成气态氢化物，分子式为____，电子式为____，化学键为____，它在液态时____导电，它在水溶液中____导电。[109]

5. 用什么实验方法，确认上述 *AB* 化合物里含有 *A*、*B* 两种元素。[109]

【二十二】 完成和配平下列反应式，是氧化—还原反应的，指出氧化剂和还原剂，标明电子转移的方向和数目。

1. 氯气通入石灰乳，

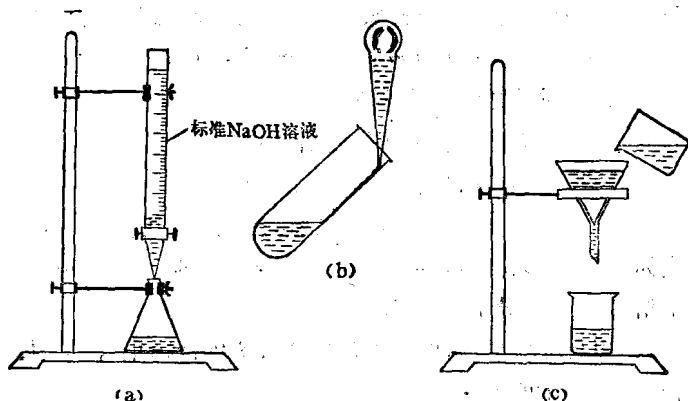
2. 磷灰石 $[\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2]$ 加硫酸，



【二十三】 称取某饱和一元醇 6 克，跟过量的金属钠起

反应，放出的氢气通入灼烧的氧化铜，假使氢气的利用率为80%，反应结果最后得金属铜0.04摩尔，求此一元醇的分子量、分子式，并写出其同分异构体。〔112〕

【二十四】 1. 如〔图9〕中的(a)、(b)、(c)所示的实验装置或操作，对不对？若不对，加以改正（回答时，不要改原图，用文字或另画图回答）。



〔图9〕

(1) 为了进行中的滴定，使用(a)所示的仪器及装置，（锥形瓶内装有加入2滴甲基橙的硫酸溶液）。

(2) 如(b)所示，向试管内滴加某种盐类溶液进行性质实验。

(3) 溶液的过滤，进行(c)所示的操作。〔113〕

2. 采用什么方法，可将下列各组物质中的不纯物除去？（采用化学方法的，需要写出化学反应式并说明理由）。

(1) 固体 KNO_3 中混有少量 NaCl ，

(2) 碘晶体中混有少量泥沙，

(3) 纯碱中混有少量小苏打。[115]

3. 如何保存下列试剂？并说明理由：

(1) 黄磷（或白磷），(2) 电石，(3) 金属钠，
(4) 硝酸。[116]

4. 某一学生想制取黄色的硫化铝，他是把氯化铝溶液和硫化钠溶液加在一起，但结果得到的是一种既能溶于酸又能溶于碱的白色胶状沉淀，而且在溶液中可嗅到硫化氢气味，请你帮助他分析所做实验失败的原因，并写出有关的反应方程式。[116]

附：有关元素的原子量

元素符号	C	H	O	Na	Cu	K	N	S	Cl
原子量	12	1	16	23	63.5	39	14	32	35.5

数学竞赛第二试试题

【二十五】 已知多项式：

$$p(x) = (2x-1)^{1979} (3x^3 - 2x^2 + x - 3)^3 (x^2 - 3x + 1)^{25},$$

求这多项式的所有系数之和。[118]

【二十六】 (1) 求与曲线 $\begin{cases} x = \cos \theta \\ y = 2 + \sin \theta \end{cases}$ 和 x 轴都相

切的圆的圆心的轨迹；(2) 指出这轨迹是什么圆锥曲线，并求出它的焦点坐标和准线方程。[119]

【二十七】 求函数：