系统控制论

SYSTEMS CONTROL THEORY

—系统建模与系统分析

肖冬荣

武汉工业大学出版社

系统控制论

肖冬荣

武汉工业大学出版社

{鄂}新登字 13 号

图书在版编目[CIP]数据

系统控制论/肖冬荣 编著 -武汉：武汉工业大学出版社，1995.3

ISBN 7-5629-0984-9

Ⅰ.系…

Ⅱ.肖…

Ⅲ.自动控制理论．基础理论

Ⅳ.TP13

武汉工业大学出版发行

(湖北省武汉市武昌珞狮路 14 号)

武汉大学出版社印刷厂印刷

1995 年 7 月第 1 版， 1995 年 7 月第 1 次印刷

开本：850×1168 1/32 印张：8.75 字数：220 千字

印数：1 — 1000 册

定价：9.80 元

前　　言

系统控制理论是从事自动控制、微型计算机过程控制、系统工程、电子技术应用、经济控制论、社会控制论、生物控制论、信息处理等许多学科和专业的工程技术人员、本科学生和研究生必须学习的一门专业基础课程.

本书共分七章. 第一章为绪论; 第二章和第三章介绍状态空间描述法; 第四章论述系统稳定性问题; 第五章论述系统设计方法; 第六章论述最优控制问题; 第七章论述自适应控制. 这本书的形成过程是这样: 早在 1987 年, 在从事科研课题的过程中, 逐步整理, 形成讲义, 在本科生和硕士生中讲授, 首先在自控专业讲授. 在讲授过程中, 又编制了部分程序, 以便学习时参考. 最后, 本书的出版得到国家自然科学基金的资助, 因而得以深入研究, 特别是第七章的内容, 主要是课题成果的总结, 提炼而成. 本书习题由冯磊老师提供, 在此表示感谢. 全书图表由史金平老师绘制, 激光排版修改由潘宁、张海静同志完成, 在此亦表谢意.

由于本人学术水平有限, 书中错误在所难免, 敬请读者指正.

肖冬荣

1995 年 4 月于湖北大学

目　录

第一章　绪　论

§ 1-1　控制理论及控制系统的发展

控制理论包括经典控制理论和现代控制理论两大组成部分.

经典控制理论主要是在第二次世界大战期间及其后一段时间内发展起来的. 当时，促进它迅速发展的主要动力是战争双方为了提高武器的发射命中率，而不断更新与改进其武器控制系统.

经典控制理论研究的主要对象是单输入／单输出的线性定常系统；研究的方法是根轨迹法和频域法，尤其是频域法这种工程方法获得广泛的应用. 用这种工程方法获取的校正特性，一般只能用比较简单的电路网络来实现，而网络参数的最终确定又主要靠试验. 所以，当系统很复杂或控制精度要求很高时，这种方法就不易奏效. 因此人们又企图重新把问题拿到时域中来进行分析，这就导致了现代控制理论的发展.

早在 50 年代初期，就发表了最短时间控制问题的论文，这为现代控制理论提供了最早的实际模型.

在第二次世界大战期间，英国成立了由勃兰凯特（P. M. Blacrett）领导的科学家小组，研究如何有效地使用当时英国新研制的雷达控制防空系统. 1942 年美国成立了一个由莫尔斯（P. M. Morse）领导的科学家小组，寻找敌方（日本）潜艇活动的规律，并研究如何使用鱼雷等武器有效地击沉潜艇. 当时，美国空军有一项“最优规划的科学方法”的研究项目（SCOOT），在这一研究中，丹捷格（G. B. Dautgeg）和他的同僚于 1947 年发明了求解线性规划问题的解法.

50 年代末，由于空间技术（如卫星入轨控制）的迫切需要，引起了一大批数学家、工程控制论学者密切注意这一问题. 人们发现，现代控制理论中的最优控制其本质是变分学问题. 然而，经典变分理论所能解决的，只是其容许控制属于开集的一类

最优控制问题，而实际上遇得更多的，却是其容许控制属于闭集的一类最优控制问题，这就要求开辟求解最优控制问题的新途径。在研究过程中，发现两种方法最富有成效，一种是美国学者贝尔曼（R. Bellman）的“动态规划”；另一种是苏联学者庞特里雅金（A. C. Понтрятин）的“极大值原理”。

动态规划是贝尔曼在1953．1957年间逐步建立的，他依据最优原理，发展了变分学中的哈密顿－雅可比（Hamilton－Jacobi）理论，构成了“动态规划”。“极大值原理”（或叫极小值原理）是庞特里雅金等人在1956．1958年间逐步创立的，他受到力学中的哈密顿原理启发，先推出“极大值原理”，而后又提供了证明方法，并于1958年在爱丁堡召开的国际学术会议上首次宣读其论文。

与此同时，卡尔曼（Kalman）提出了对系统的精确描述及其滤波方法，称为卡尔曼滤波。

这就是大家公认的现代控制理论的最初的有代表性的工作者，这三位学者的上述工作都是在50年代末，60年代初做出的，这也正是现代控制理论的发展成熟时期。

20多年来，与现代控制理论迅速发展的同时，发生了计算机的不断变革与发展，特别是微型计算机的出现，使得计算机的体积大为缩小，存贮容量增大，运算速度加快，性能价格比大幅度提高，对工业环境的要求大为降低。这就使得把计算机当作一个复杂控制系统的重要组成部分，实现在线实时控制成为可能，它既不要求封闭形式的解，也不要求把控制器归结为一个简单的校正网络。因此，微型计算机的问世，一方面使现代控制理论的工程实现有了可能，另一方面又提出了许多亟待解决的理论课题，进一步推动着现代控制理论的发展。

现代控制理论研究的对象非常广，它不但可以应用于线性定常系统，而且可以应用于非线性系统、时变系统、随机过程、多输入／多输出系统。

它的研究方法是时域方法，特别是以状态空间方法为主，研究系统状态的运动规律，并按所要求的各种指标最优为目标来改变这种运动规律．经典控制理论中以图表，奈奎斯特曲线、伯德图、尼柯尔斯图、根轨迹等曲线为其计算、分析、设计、校正的工具，而现代控制理论中以各种计算程序为主要设计手段，如迭代法和递推法使程序编制比较容易而得到广泛应用．最优化技术之所以能得到如此普遍的应用，和迭代法的推广是分不开的．递推算法则更是一切计算机在线控制系统的基础，

现代控制理论本身在深度和广度上也在不断发展，而且，经典控制理论中行之有效的方法已渗透到现代控制理论内部，如零极点配置和频率法等．在其迅速发展过程中，已形成了几个分支学科：线性系统理论、最优控制理论、自适应控制、系统辨识、大系统理论、人工智能和自学习系统、系统工程等．这些学科中，有的已跨出自然科学的范围，与社会科学、人文科学开始结合，形成一股强大的学术思潮，冲击着整个科学界，如系统科学的奠基人钱学森多年来一直致力于这方面的研究，他首先把人类科学知识从横向分成自然科学、社会科学、数学科学、系统科学、思维科学、人体科学、文艺理论、军事科学、行为科学九个部分，每一种科学从纵向又可分成三个层次，直接改造客观世界的工程技术；工程技术的理论是技术科学；认识客观世界的基本理论，即基础学科．

系统科学的工程技术层次是系统工程和控制理论；它的技术科学层次是运筹学、控制论、信息论等；它的基础科学是什么？作为它们共同研究对象的一般系统又有哪些普遍的运动规律？如何利用这些规律推动技术科学和工程技术的发展，从而在更大的范围内更深刻地影响与改造客观世界呢？这就是系统科学工作者面临的一个崭新而艰巨的任务．

随着控制理论的迅速发展，控制系统也相应越来越复杂，它们经历了由单输入／单输出反馈控制系统到最优控制系统到自适

应控制系统到自学习控制系统的发展过程。而且控制理论，特别是现代控制理论已广泛应用于经济和管理等社会领域。

§1–2 现代控制理论研究的主要内容

现代控制理论研究的主要内容，概括起来可以分为三大部分。

1–2–1 系统辨识和系统参数估计

系统辨识理论是现代控制理论中的重要分支。这个理论中，对于单变量线性系统辨识的理论和方法，目前已基本成熟。但是对于多变量系统的辨识，尤其是它的结构辨识，则还有许多困难之处。为了寻找多变量系统的结构，探讨了多种途径，目前大多采用的是某种规范化的表达形式。在非线性系统的辨识方面，采用多阶脉冲响应表示的 volterra 函数级数可以对一类非线性过程给出一般的表达形式；利用 Rajbman 的弥散函数法可以有效地辨识非线性系统的非参数模型。但是与辨识线性系统相比，辨识非线性系统时，要求对被识对象（过程）具有充分的验前信息。Ivakhnenko 曾提出过一种不要验前信息的情况下，由观测到的数据推导出非线性系统的参数模型的方法，称为“数据处理分组法”。在系统辨识的其他方面，如辨识实验的设计，分布参数系统的辨识问题等，也有很多人在研究。现在，一些新的概念和术语正在源源不断地引入系统辨识理论中来，如集合估计的概念，寻找参数估计量的最小集合；又如，在模型结构判定、强壮性估计等方面，在运用 Shannon 信息熵的基础上，又引入了广义的 Shannon 熵，即随机变量的 α 阶 Renyi 熵，并从信息论的观点引入了 H 收敛性和 H 稳定性概念。可以看出，系统辨识理论的发展，一方面有赖于其他理论，如系统结构理论，稳定性理论，

模式识别、自学习理论等的发展，另一方面，又必须根据客观实际中提出的新问题，如实验设计，模型的验证等，在理论和实践的统一上加以解决。

系统辨识之所以能够得到迅速的发展，一方面是由于当代自动控制理论的发展到了很高的水平，经典控制概念被更有前途的现代控制理论所取代，计算机的普及给现代控制理论的发展提供了工具和条件，但是现代控制理论是以掌握被控对象的数学模型为前提的，有时还要知道被控对象所受到的噪声特性。在现代控制理论的研究中，往往要求系统的数学模型具有特定的形式，以适合理论分析的需要。然而，如何获取数学模型的研究，却并没有象现代控制理论的其他方面的发展那样相应地同步，在应用现代控制理论中出现了如何确定被控对象的数学模型的种种困难。尽管“理论”的其他分支能以十分精确的方法提出一个控制问题的最优解，但是，要实现这个控制，需要对被控系统的动态特性给予数学描述。在这样的背景下，系统辨识和系统参数估计问题便愈来愈受到重视。

另一方面，随着科学技术的发展，各门学科的研究方法进一步趋向定量化，人们对所研究的复杂对象往往要求通过观测和计算来定量地判明其内在规律，为此亦必须建立对象的数学模型，从而进行分析、设计、控制、决策。例如，在化工过程中，要确定其化学动力学和有关参数以决定过程的反应速度；在热工过程中要确定热交换器这样的分布参数系统的等价集中参数；在生物工程方面，要得到较精确的数学模型，以便确定生物群体的动态参数；为了控制环境污染，要得到大气污染扩散模型和水质模型；进行人口预报和决策，要设立人口增长的动态模型；对经济管理系统，也要建立定量描述的模型。总之，数学模型的建立和完善，是定量分析的基础。

系统辨识就是以辩识手段建立受控系统的数学模型。根据扎得（Zadeh）的定义：在系统输入输出的基础上，从一类系统中

确定一个所观测的系统为等价的系统．这里的等价是指在某一指定的准则意义下的等价．

应该指出的是，系统辩识的概念和提法还没有完全统一；它所用的方法也很多，缺乏统一的标准．这些问题有待去进一步解决和研究．

当系统模型结构已经确定，用输入输出以确定其参数的，则称为参数估计问题．

传递函数和状态空间表达式都是系统的数学模型．但传递函数仅仅表示系统输出和输入的外部关系．而状态方程可以全面表示系统内部和外部的关系．由状态方程表示输入输出关系是唯一的，但其逆运算却非唯一，也就是说，可以有无穷多个状态方程相当于同一个输入输出方程，这无穷多个方程中，有一大类维数最小的方程，由输入输出关系划到这一类相应的最小维状态方程称为最小实现问题．而由输入输出外部关系找系统内部关系的问题称作实现问题．

实际系统的数学模型往往很复杂，为了实际计算和控制的方便，往往希望得到模型的阶次不要太高，研究这类问题就叫模型的降阶问题．

1-2-2　最优控制

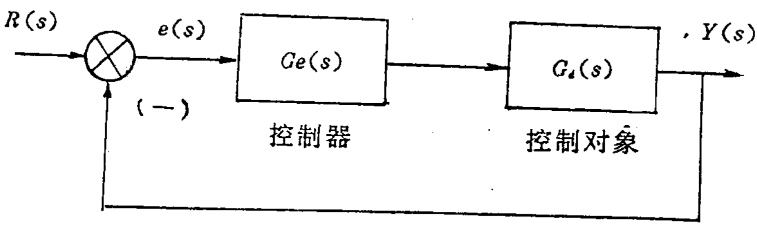

图 1-1　反馈控制系统

自动控制系统的传递函数研究方法，是在 S 域或 Z 域内用频率法进行研究、设计．这种工程试探的方法，根据控制对象的

传递函数 $G_d(s)$ 确定控制器的传递函数 $G_c(s)$，如图 1-1 所示．以便满足系统给定的性能要求，如超调量，过渡过程时间，幅值裕量、相角裕量等．至于系统是否最优是无法考虑的．

这种方法设计的控制系统是可行的，但不一定是最优，所得结果不是唯一的．这种方法只应用了误差信号．为了改进设计方法，人们力求使设计的系统按一定的指标要求来说是最优的．比方说，设计的目标是求系统参数以使误差的平方积分值 J 为最小，设 $e(t)$ 为误差信号，则目标函数可表示如下：

$$J=\int_0^a e^2(t)\,dt \to min$$

这就是最优控制问题．

从实际需要出发，可以为被控系统规定一些目标，如飞行器的飞行时间最短；燃料耗费最少；能量损失最小或指定轨道的偏离最小等等，可以提出一系列目标函数：

$$J=F[X(t),u(t),t] \tag{1-1}$$

被控系统的输入和输出和其状态变量间有一定的关系，即状态方程，可表示为：

$$\dot{X}=A(t)X(t)+B(t)U(t) \tag{1-2}$$

当（1-1）和（1-2）已知时，则找到一个控制函数 $U(t)$ 满足条件（1-2），并使 J 为极大或极小，这就是现代控制理论中最普遍的课题之一，名曰最优控制问题．

若目标函 J 是二次型函数，则 J 可表示：

$$J=X^T(t_f)Q_0X(t_f)+\int_0^t [X^T(t)Q_1X(t)+U^T(t)Q_2U(t)]dt \tag{1-3}$$

式中 t_0 —— 控制过程起始时间；

t_f—— 控制过程结束时间；

Q_0，Q_1，Q_2， —— 待定的权矩阵.

这就是所谓二次型最优控制问题.

上述提到的是开环控制，但控制理论主要侧重于反馈控制，因此，如何构成最优反馈控制的问题是必须研究的．可以模仿经典控制理论，构成以输出 $Y(t)$ 反馈的最优控制律，这是输出最优控制．由于输出中不可能包含系统状态的全部信息，因此，理论上不能从输出反馈得到最优控制，最多只能叫准最优控制．理论上的最优控制应当是状态反馈控制，故有最优状态反馈控制.

并不是所有系统都能直接观测到状态 $X(t)$，所以，在得到最优控制律之前，就要设法从输出 $Y(t)$找到系统的全部状态 $X(t)$，这就是所谓观测器设计问题．当系统状态不能全被直接量测到时，要为系统设计一个状态观测器，这涉及到被控系统是否能被控制和被观测的问题，这就是所谓系统的能控性和能观性问题．在现代控制理论中，状态的能控性和能观性是设计系统的先决条件.

例 1−1　拦截问题，设我方发射一枚拦截导弹 L，欲在空中拦截敌方发来的导弹 M，问如何控制拦截导弹 L 的运动，才能最快击毁目标 M？

假设两枚导弹的运动是在同平面内，如图 1−2 所示.

设$f(t)=u_1(t)$ —— 导弹L的推力；

设$\varphi(t)=u_2(t)$ —— 导弹推力的方向角.

我们的任务是寻找控制向量$\hat{u}_1(t)$的大小以及推力方向角$\hat{u}_2(t)$的大小，使得在最短时间内击毁目标 M.

根据 L 和 M 的相对位置和相对距离，可以列出下列方程

组. （参见图 1－2 的 L 坐标标示部分）

$$
\begin{cases}
\dot{X}(t) = V_X(t) \\
\dot{Y}(t) = V_Y(t) \\
\dot{V}_X(t) = \dfrac{f(t)\cos\varphi}{m(t)} \\
\dot{V}_Y(t) = \dfrac{f(t)\sin\varphi}{m(t)} \\
\dot{m}(t) = -\dfrac{f(t)}{c}
\end{cases}
\tag{1-4}
$$

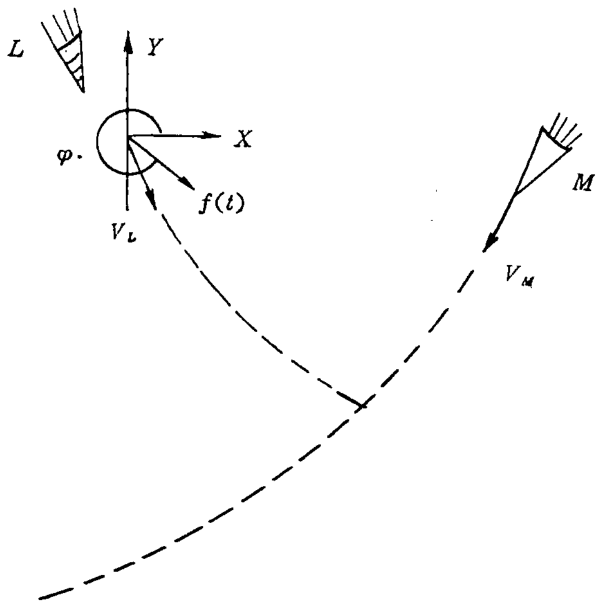

图 1–2　拦截示意图

式中，c —— 推进剂的排出速度；

$f(t)$ —— 火箭推力；

$m(t)$ —— 导弹整体（含燃料等）质量；

$V_X(t)$ —— x方向的速度;

$V_Y(t)$ —— y方向的速度;

$\dot{V}_X(t)$ —— x方向的加速度;

$\dot{V}_y(t)$ —— y方向的加速度;

$\varphi(t)$ —— 推力方向角.

此外，因为推力 $f(t)$ 不可能超出一定限度，所以，应满足约束条件:

$$|f(t)| \leqslant F \tag{1-5}$$

还有，能供支配的推进剂的质量也有限，我们用 m_0 表示拦截器满载燃料时质量，m_c 表示拦截器燃料耗完时的质量.

根据以上分析，可将最快拦截问题用现代控制理论中的最优控制叙述如下：已知动态系统的运动方程（1－4）及其在初始时间 $t_0=0$ 时的相对位置 $x(0)$，$y(0)$ 和相对速度 $v_X(0)$，$v_Y(0)$；且 $m(0)=m_0$，问应该怎样控制拦截器 L 的推力 $f(t)$ 的大小和推力方向角 $\varphi(t)$，才能以最短时间

$$\hat{t}_f=\int_0^{t_f} \mathrm{d}t \tag{1-6}$$

击毁敌方目标M? 即到达终态并且满足条件:

$$m(\hat{t}_f) \geqslant m_c$$

最优控制是现代控制理论的核心，它的主要内容是，在满足一定约束条件下，寻求最优控制规律（或控制策略），使一组目标函数（或泛函数）为极大或极小. 具体而言，它应包含

以下几个方面的工作:

(1) 受控系统的数学模型，即动态（微分）方程，可以用一组一阶常微分方程来描述，写成向量形式:

$$\dot{X}(t)=f(X(t),U(t),t) \tag{1-7}$$

式中，$X(t)$ —— 表示 n 维状态向量;

$U(t)$ —— 表示m维控制向量.

(2) 系统的初态和终态，即状态方程（1－7）的边界条件. 一个动态过程，归根到底是状态空间中从一个状态到另一个状态的转移. 在最优控制问题中，在 $t=t_0$ 时的初态通常为已知，即 $X(t_0)=X_0$，而到达终端的时间$\hat{t}_f$和状态 $X(\hat{t}_f)$ 则因问题而异. 就终端时间$\hat{t}_f$而言，可分为两种情况，一种是固定的；另一种是变动或自由的. 而终端状态 $X(\hat{t}_f)$，情况更为复杂: $X(\hat{t}_f)$ 既可是状态空间中一个固定的点；也可是状态空间中一个运动着的点；还可以是 $X(\hat{t}_f)$ 中有些分量固定，而有些分量自由，等等. 但无论如何，可以用 $X(\hat{t}_f)\in S$ 来表示，若终态是一固定点 $X(\hat{t}_f)$，则目标集 S 仅有一个元素 $X(\hat{t}_f)$；若终态应满足某些约束条件，则目标集 S 是 n 维空间.

(3) 一个衡量控制作用效果的性能指标，为了实现 R^n 中状态从 $X(t_0)$ 到 $X(\hat{t}_0 t)$ 的转移，可通过不同的控制来实现. 为了衡量在控制作用下工作的好坏，就得规定一个性能指标. 但应指出: ① 我们永远无法为各式各样的最优控制问题规定出统一格式的性能指标，那种面面俱到的最优控制实际上是不存在的; ② 性能指标的内容和形式，取决于最优控制所要解决的主要矛盾，如以最短时间为主要矛盾构成最短时间的最优控制；以最小能耗为主要矛盾构成最小能耗的最优控制；以最