

课标本

教材完全解读

王后雄学案

总策划：熊 辉



高中数学 必修3

配人教A版

丛书主编：王后雄

本册主编：马春华



中国青年出版社

课标本

教材完全解读

王后雄学案

高中数学 必修3
配人教A版

丛书主编：王后雄
本册主编：马春华
编委：郑晓玲、周建海、吴林俭、秦华生、马建国、姚火生、刘建海、张燕、肖小莹、章莹、王新章

钢左胡程丁郑黄张王
建华福仁祥光新平新佑



中国青年出版社

(京)新登字083号

图书在版编目(CIP)数据

教材完全解读：人教A版·高中数学·3：必修/王后雄主编·

—4版.—北京：中国青年出版社，2009

ISBN 978-7-5006-6738-4

I.教... II.王... III.数学课—高中—教学参考资料 IV.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第159151号

策 划：熊 辉

责任编辑：李 扬

封面设计：木头羊

教材完全解读

高中数学

必修3

中国青年出版社 出版发行

社址：北京东四 12 条 21 号 邮政编码：100708

网址：www.cyp.com.cn

编辑部电话：(010) 64034328

读者服务热线：(027) 61883306

河南省瑞光印务股份有限公司印制 新华书店经销

889×1194 1/16 9.75 印张 257 千字

2009年10月北京第4版 2009年10月河南第4次印刷

印数：20001—30000 册

定价：16.70 元

本书如有任何印装质量问题，请与承印厂联系调换

联系电话：(027) 61883355

教材完全解读

本书特点

基础教育新课标改革已如火如荼地展开，新课程教材助学助考的开发问题已成为人们关注的焦点。应广大读者的要求，我们特邀来自国家新课程改革试验区和国家级培训班的专家编写课标版《教材完全解读》丛书。该系列丛书能帮助学生掌握新的课程标准，让学生能够按照课程理念和教材学习目标要求科学、高效地学习。该书以“透析全解、双栏对照、服务学生”为宗旨，助您走向成功。

这套丛书在整体设计上有两个突出的特点：一是双栏对照，对教材全解全析，在学科层次上力求讲深、讲透、讲出特色；另一个就是注重典型案例学习，突出鲜活、典型和示范的特点。

为了让您更充分地理解本书的特点，挑战学习的极限，请您在选购和使用本书时，先阅读本书的使用方法图示。

3层完全解读

从知识、方法、思维三个方面诠释教材知识点和方法点，帮您形成答题要点、解题思维，理清解题思路、揭示考点实质和内涵。

整体训练方法

针对本节重点、难点、考点及考试能力达标所设计的题目。题目难度适中，是形成能力、考试取得高分的必经阶梯。

解题错因导引

“点击考例”栏目导引每一道试题的“测试要点”。当您解题出错时，建议您通过“测试要点”的指向，弄清致错原因，找到正确答案。

教材课后习题解答

帮助您弥补课堂上听课的疏漏。答案准确，讲解简适度、到位、透彻。

明确每课学习要求

以课标为依据，三维目标全解教材学习要求，提供总体的学习策略，提出具体的学习要诀，体现目标控制学习规则。



第一章 运动的描述

第1节 质点 参考系和坐标系

课标三维目标

知道参考系的概念及其与运动的关系。
理解质点的概念及物体简化为质点的条件。
能正确分析和建立坐标系。

解题依据

1 知识·能力聚焦

◎1. 物体和质点

(1) 提出问题
“嫦娥一号”卫星为立方体，两侧太阳能电池帆板最大跨度达18.1m，重2350kg，近观相当庞大，但相对茫茫宇宙空间又是如此渺小，出现在指挥员光屏上也仅是一个光点，科学工作者在研究其运行位置、飞行速度和轨迹等问题时，有没有必要考虑其大小和形状？

2 方法·技巧平台

◎4. 判断一个物体能否当作质点的方法

中学物理中可视为质点的运动物体有以下两种情况：
(1) 运动物体的大小跟所研究的问题有关的距离相比可忽略不计时，可将被物体当作质点。

3 创新·思维拓展

◎5. 相对运动与参考系

判断有关参考系和相对运动的问题，应注意跳出日常生活中的地面为参考系的思维习惯，乘火车时以自己所乘火车为参考系。

4 能力·题型设计

通效基础演练

1. 下列说法正确的是()。

- A. 自转中的地球不能看做质点，而原子核可以看做质点
- B. 研究火车通过路旁一根电线杆的时间时，火车可看做质点

点击考例

测试要点1.4

[例题3]

测试要点2 ◇

◎【例题1】关于质点的说法，下列正确的是()。

- A. 质点就是一个体积很小的球
- B. 只有很小的物体才能视为质点
- C. 质点不是实际存在的物体，只是一种“理想模型”
- D. 大的物体有时可以视为质点

◆◆◆容易题 ◆◆◆ 2008·东海中学高一月考

◎【例题2】在研究物体的运动时，下列物体中能够当作质点处理的是()。

- A. 研究一端固定可绕该端转动的木杆的运动时，此杆可作为质点来处理

B. 在大海中航行的船要确定它在大海中的位置，可以把它当作质点来处理

C. 研究杂技演员在走钢丝的表演时，杂技演员可以当作质点来处理

D. 研究地球绕太阳公转时，地球可以当作质点来处理

◆◆◆中难题 ◆◆◆ 2008·贵州模拟

◎【例题3】第一次世界大战期间，一名法国飞行员在2000m高空飞行时，发现敌方有一个小东西，他认为是一只小昆虫，便敏捷地把它一把抓了起来，令他吃惊的是，抓到的竟是一颗子弹。飞行员的反应快

B. 子弹相对于飞行员是静止的

C. 子弹已经飞得没有劲了，快要落在地上了

D. 研究奥运会乒乓球女单冠军张怡宁打出的乒乓球时，不能把乒乓球看做质点

E. 研究在平直的高速公路上飞驰的汽车的速度时，可将汽车看做质点

◆◆◆难题 ◆◆◆ 2008·山东模拟

2. 指出以下所描述的各运动的参考系是什么？

- A. “小小竹排江中游”()

B. “巍巍青山两岸走”()

教材课后习题解答

问题与练习 P₁₁

- 1.“一江春水向东流”是以大地为参考系的；“地球的公转”是以太阳为参考系的；“钟表的表针在转动”是以表盘为

参考系的；“太阳东升西落”是以地平线为参考系的。

2. 这首诗的前两句是写景，从第二句可看出当时有风，“卧看满天云不动”的原因是作者与云的运动速度相同。

教辅大师、特级教师王后雄教授科学超前的体例设置，帮您赢在学习起点，成就人生夙愿。

—— 题记

教材完全解读 高中物理 人教版 配人教版

最新5年高考名题诠释

单元知识梳理与能力整合

知识与能力同步测控题

期中测试卷

教材学业水平考试试题

答案与提示

最新5年高考名题诠释

汇集高考名题，讲解细致入微，教纲、考纲，双向例释；练习、考试，讲解透彻；多学、精练，效果显著。

单元知识整合

单元知识与方法网络化，帮助您将本单元所学教材内容系统化，形成对考点知识的二次提炼与升华，全面提高学习效率。

考试高分保障

精心选编涵盖本章节或阶段性知识和能力要求的检测题，梯度合理、层次分明，与同步考试接轨，利于您同步自我测评，查缺补漏。

点拨解题思路

试题皆提供详细的解题步骤和思路点拨，鼓励一题多解。不但知其然，且知其所以然，帮助您养成良好规范的答题习惯。

小熊图书 最新教辅

讲 《中考完全解读》 复习讲解—紧扼中考的脉搏

练 《中考完全学案》 难点突破—挑战思维的极限



讲 《高考完全解读》 精湛解析—把握高考的方向

练 《高考完全学案》 阶段测试—进入实战的演练



讲 《教材完全解读》 细致讲解—汲取教材的精髓

例 《课标导航·基础知识手册》 透析题型—掌握知识的法宝

练 《教材完全学案》 夯实基础—奠定能力的基石



伴随着新的课程标准问世及新版教材的推广，经过多年的锤炼与优化，数次的修订与改版，如今的“小熊图书”以精益求精的质量、独具匠心的创意，已成为备受广大读者青睐的品牌图书。今天，我们已形成了高效、实用的同步练习与应试复习丛书体系，如果您能结合自身的实际情况配套使用，一定能取得立竿见影的效果。

目

录

全书知识结构图解·名师学法指津 1

第1章 算法初步 3

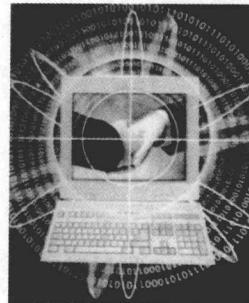
1.1 算法与程序框图 3

1.2 基本算法语句 17

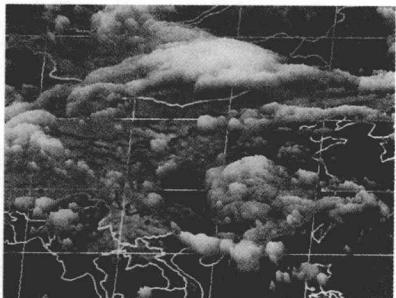
1.3 算法案例 28

◆单元知识梳理与能力整合 38

◆知识与能力同步测控题 43



第2章 统计 45



2.1 随机抽样 45

2.2 用样本估计总体 56

2.3 变量间的相关关系 73

◆单元知识梳理与能力整合 82

◆知识与能力同步测控题 88

第3章 概率 90

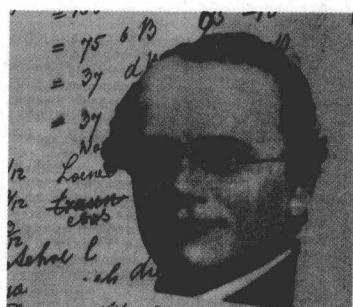
3.1 随机事件的概率 90

3.2 古典概型 102

3.3 几何概型 112

◆单元知识梳理与能力整合 120

◆知识与能力同步测控题 125



教材学业水平考试试题 127

答案与提示 129

阅读与方法

阅读索引

第1章 算法初步

1.1 算法与程序框图	…………………
1. 算法的概念	3
2. 程序框图	4
3. 算法的三种基本逻辑结构及其框图表示	5
4. 算法的写法	5
5. 框图的画法	6
6. 怎样选择逻辑结构和框图表示算法	7
7. 三种逻辑结构的应用	7
8. 程序流程图在生活中的应用	9
1.2 基本算法语句	…………………
1. 输入、输出语句和赋值语句	17
2. 条件语句	18
3. 循环语句	18
4. 使用三种基本的语句编写程序	19
5. 利用条件语句编写程序	19
6. 利用循环语句编写程序	20
7. 条件语句与循环语句混合编程问题	21
8. 算法语句的实际应用	22
1.3 算法案例	…………………
1. 铁转相除法与更相减损术	28
2. 秦九韶算法	28
3. 进位制	29
4. 割圆术	29
5. 求最大公约数	30
6. 求多项式的值	31
7. 进制之间的转化方法	31
8. 孙子剩余定理	32
9. 求两个正整数的最小公倍数	33

第2章 统计

2.1 随机抽样	…………………
1. 总体、个体、样本、随机抽样等概念的理解	45
2. 简单随机抽样的概念	46
3. 系统抽样的概念	46
4. 分层抽样的概念	46
5. 简单随机抽样的特点、方法与步骤	47
6. 系统抽样的步骤、特点与公平性	48
7. 分层抽样的步骤、特点、优点	49
8. 三种抽样方法的比较	50
9. 抽样方法在生活中的应用	51
2.2 用样本估计总体	…………………
1. 用样本的频率分布估计总体分布	56
2. 用样本的数字特征估计总体的数字特征	57
3. 茎叶图	58
4. 求一组数据的频率分布的步骤及频率分布直方图的画法	58
5. 用茎叶图表示数据的方法和特点	61
6. 众数、中位数、平均数的应用	62
7. 标准差、方差的理解与计算方法	62
8. 样本数字特征对总体的估计	63
9. 实际问题的分析处理	63
2.3 变量间的相关关系	…………………
1. 变量之间的相关关系	73
2. 两个变量的线性相关	73
3. 回归直线方程	75
4. 散点图和回归直线的画法	75
5. 回归直线方程的求法	75

6. 利用回归直线对总体进行估计	76
7. 相关关系的强与弱	77

第3章 概率

3.1 随机事件的概率	1
0.1. 随机事件的概率	90
0.2. 概率的意义	92
0.3. 概率的基本性质	93
0.4. 随机事件概率的求法——估算法	95
0.5. 互斥事件、对立事件的判定方法	95
0.6. 互斥事件的概率加法公式的应用	96
0.7. 利用对立事件概率公式解题	96
0.8. 较复杂事件概率的求法	96
0.9. 利用随机事件的概率解决实际问题	96
3.2 古典概型	2
0.1. 基本事件	102

2. 古典概型	102
走珠去算 章末读	
3. 随机数的产生	103

4. 基本事件数的探求方法	103
5. 古典概型求概率的方法	104
6. 较复杂事件概率的求法	105
7. 随机模拟法求概率	106

3.3 几何概型

1. 几何概型	112
2. 均匀随机数的产生	113
3. 与长度有关的几何概率的求法	113
4. 与角度有关的几何概率的求法	113
5. 与面积有关的几何概率的求法	114
6. 与体积有关的几何概率的求法	114
7. 用随机模拟法估算几何概率	115
8. 用随机模拟法近似计算不规则图形的面积	115
9. 几何概型与实际问题	116

0.1. 用几何概型解决古典概型问题	1
0.2. 用几何概型解决古典概型问题	2
0.3. 用几何概型解决古典概型问题	3
0.4. 用几何概型解决古典概型问题	4
0.5. 用几何概型解决古典概型问题	5
0.6. 用几何概型解决古典概型问题	6
0.7. 用几何概型解决古典概型问题	7
0.8. 用几何概型解决古典概型问题	8
0.9. 用几何概型解决古典概型问题	9

图案去算 E.1

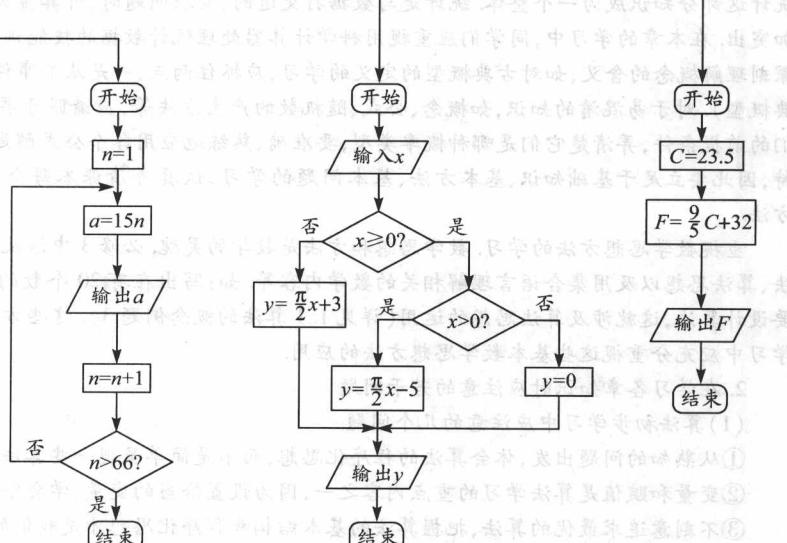
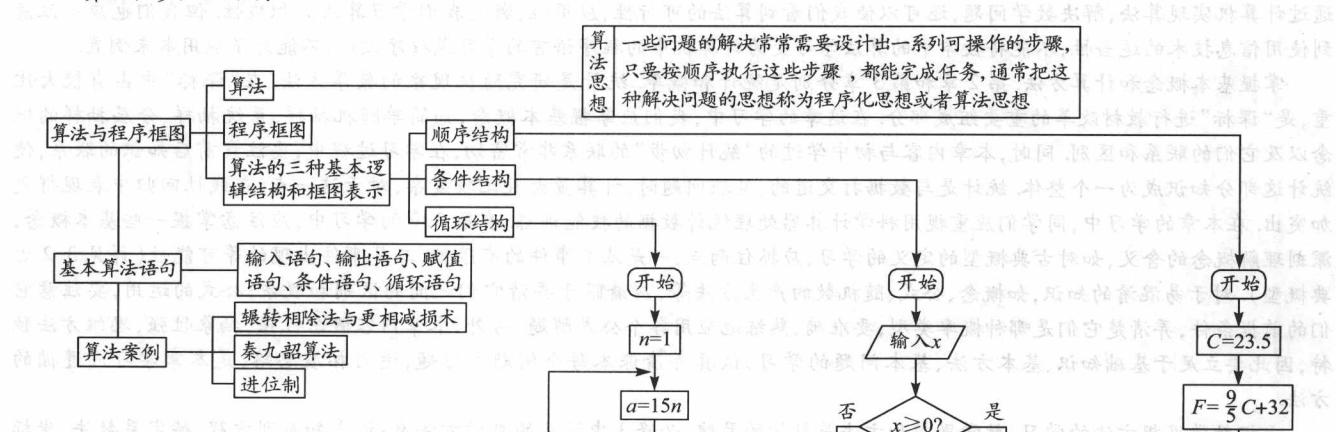
0.1. 用几何概型解决古典概型问题	1
0.2. 用几何概型解决古典概型问题	2
0.3. 用几何概型解决古典概型问题	3
0.4. 用几何概型解决古典概型问题	4
0.5. 用几何概型解决古典概型问题	5
0.6. 用几何概型解决古典概型问题	6
0.7. 用几何概型解决古典概型问题	7
0.8. 用几何概型解决古典概型问题	8
0.9. 用几何概型解决古典概型问题	9



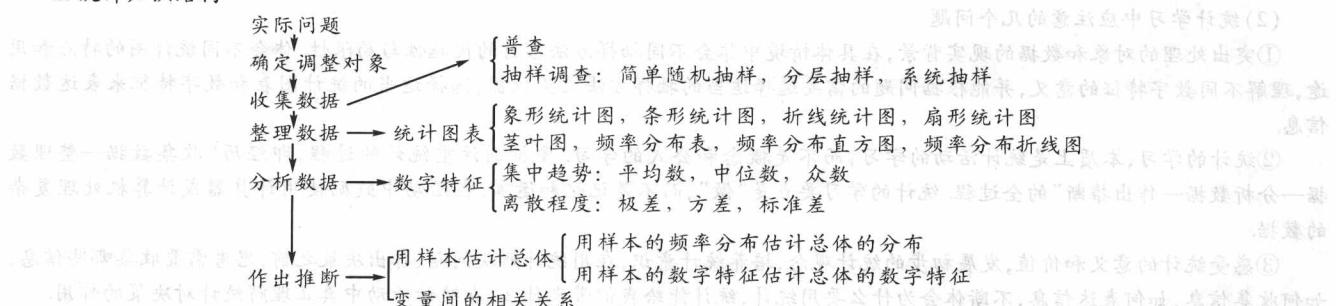
全书知识结构图解·名师学法指津

一、全书知识结构图解

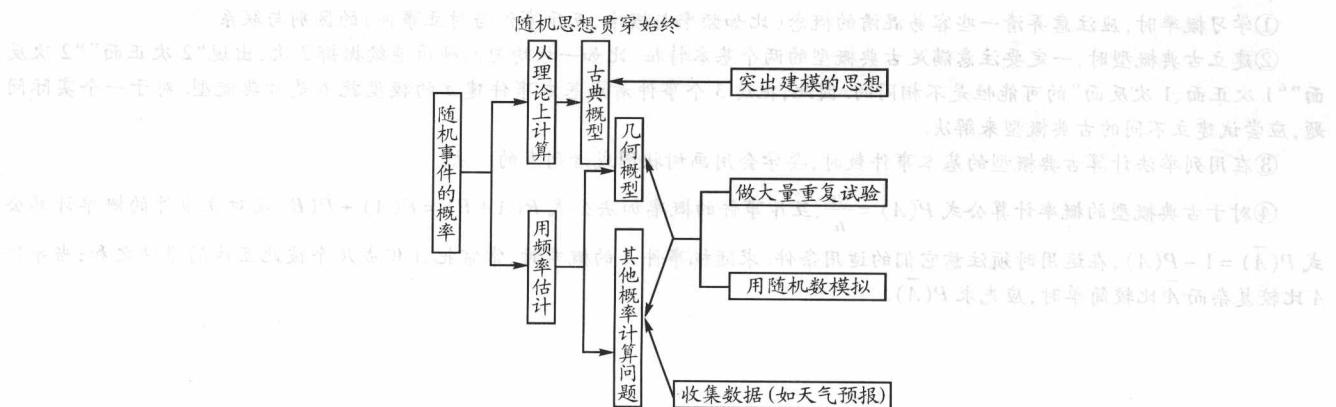
1. 算法初步知识结构



2. 统计知识结构



3. 概率知识结构





二、名师学法指津

1. 学好本书的几点建议

加强算法的学习与实践。必修3的第1章是算法初步，算法是数学及其应用的重要组成部分，特别是随着信息技术的发展，算法已越来越多地融入人们的现实生活，算法思想已成为数学素养的一部分。中学数学中的算法内容可以说是比较基本的算法初步。数学中的计算离不开算法，我们必须加强算法的研究与学习。同时算法又是计算机科学的基础，计算机完成的所有任务都必须由算法编制合理的步骤，再转化为计算机语言，因此，我们在学习算法时，可以与计算机等信息技术课程很好地联系在一起。此外，通过计算机实现算法，解决数学问题，还可以使我们看到算法的可行性、应用性，激发我们学习算法的积极性。但我们也应当注意到使用信息技术的适当性，不能将数学中的算法学习变为计算机中的程序语言的学习或程序设计，不能为了应用本末倒置。

掌握基本概念和计算方法。第2章和第3章分别是统计和概率。统计是研究随机现象的数学方法。在“课标”中占有较大比重，是“课标”进行教材改革的重要组成部分。在这章的学习中，我们应掌握基本概念，如简单随机抽样、系统抽样、分层抽样的概念以及它们的联系和区别。同时，本章内容与初中学过的“统计初步”的联系非常密切，在学习过程中，要注意前后知识的联系，使统计这部分知识成为一个整体。统计是与数据打交道的，处理问题时，计算量大且比较复杂，对于这一点，在线性回归中表现得更加突出。在本章的学习中，同学们应重视用科学计算器处理统计数据的技能训练。在第3章的学习中，应注意掌握一些基本概念，深刻理解概念的含义，如对古典概型的定义的学习，应抓住两点：一是基本事件的有限性，二是事件出现的等可能性（详见3.2古典概型）。对于易混淆的知识，如概念、公式、随机数的产生方法等，应着眼于弄清它们之间的区别和联系；公式的运用，要注意它们的前提条件，弄清楚它们是哪种概率类型，要准确、熟练地应用各个公式解题。另外，本章内容概念性强，抽象性强，思维方法独特，因此要立足于基础知识、基本方法、基本问题的学习，认真弄清课本每个例题和习题，适当拓展思路，是本章学习应遵循的方法。

重视数学思想方法的学习。数学思想和方法是数学的灵魂。必修3中涉及的数学方法有：设未知数列方程、待定系数法、坐标法、算法思想以及用集合语言理解相关的数学内容等。如：写出在有20个数的数字序列中，搜索出数“18”的一个算法。解决它就要设计算法，这就涉及算法思想的运用（详见1.1算法的概念例题3）。这些方法和思想在必修3中都得到了很好的应用。我们在学习中应充分重视这些基本数学思想方法的应用。

2. 在学习各章知识时应注意的若干问题

(1) 算法初步学习中应注意的几个问题

- ①从熟知的问题出发，体会算法的程序化思想，而不是简单呈现一些算法。
- ②变量和赋值是算法学习的重点内容之一，因为设置恰当的变量，学会给变量赋值，是构造算法的关键，应作为学习的重点。
- ③不刻意追求最优的算法，把握算法的基本结构和程序化思想才是我们的重点。
- ④本章所指的算法基本上是能在计算机上实现的算法。

(2) 统计学习中应注意的几个问题

①突出处理的对象和数据的现实背景，在具体情境中体会不同抽样方法各自的优越性与局限性，体会不同统计图的特点和用途，理解不同数字特征的意义，并能根据问题的需要选择适当的抽样方法收集数据，选择适当的统计图表和数字特征来表达数据信息。

②统计的学习，本质上是统计活动的学习，而不是概念和公式的学习。要特别注重统计的过程，即经历“收集数据—整理数据—分析数据—作出推断”的全过程。统计的学习要点是“做”，而不是记忆和运算，在活动中鼓励使用计算器或计算机处理复杂的数据。

③感受统计的意义和价值，发展初步的统计观念，培养统计意识，在用统计解决问题、作出决策之前，思考需要收集哪些信息，如何收集信息，如何表达信息，不断体会为什么要用统计，统计能给我们带来什么，在统计活动中真正理解统计对决策的作用。

(3) 概率学习中应注意的几个问题

- ①学习概率时，应注意弄清一些容易混淆的概念（比如频率与概率、互斥事件与对立事件）的区别与联系。
- ②建立古典概型时，一定要注意满足古典概型的两个基本特征。比如一枚均匀的硬币连续抛掷2次，出现“2次正面”“2次反面”“1次正面、1次反面”的可能性是不相同的。因此，把这3个事件看成基本事件建立的模型就不是古典概型。对于一个实际问题，应尝试建立不同的古典概型来解决。
- ③在用列举法计算古典概型的基本事件数时，要学会用画树状图或者列表的方法。
- ④对于古典概型的概率计算公式 $P(A) = \frac{m}{n}$ 、互斥事件的概率加法公式 $P(A+B) = P(A) + P(B)$ 及对立事件的概率计算公式 $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ ，在运用时须注意它们的适用条件。求随机事件A的概率时，常常把A化成几个彼此互斥的事件之和；当事件A比较复杂而 \bar{A} 比较简单时，应先求 $P(\bar{A})$ 。



第1章 算法初步

1.1 算法与程序框图

课标三维目标

- 正确理解算法的概念及算法的程序及步骤,区分算法与一般具体问题的解法.
- 理解算法的五个特征:概括性、逻辑性、有穷性、不唯一性、普遍性.
- 掌握程序框图的构成,熟练地用程序框图表示算法.

解题依据

名题诠释

1 知识·能力聚焦

1. 算法的概念

(1) 算法的含义

①在数学中,现代意义上的“算法”通常是指可以用计算机来解决的某一类问题的程序或步骤,这些程序或步骤必须是明确和有效的,而且能够在有限时间之内完成.

②算法一般是机械的,有时要进行大量重复的计算.只要按部就班地去做,总能算出结果.通常把算法过程称为“数学机械化”.数学机械化最大的优点是它可以让计算机来完成.本章主要以计算机能够实现的算法作为讨论的内容.

③实际上,处理任何问题都需要算法,中国象棋有中国象棋的棋谱,国际象棋有国际象棋的棋谱.再比如,邮寄物品有其相应的手续,购买飞机票也有一系列的手续等.

④求解某个问题的算法不唯一.

(2) 算法的要求

我们现在学习的算法不同于求解一个具体问题的方法,它有如下的要求:

①写出的算法,必须能解决一类问题(如:判断一个整数 $n(n > 1)$ 是否为质数,求任意一个方程的近似解……),并且能够重复使用.

②要使算法尽量简单,步骤尽量少.

③要保证算法正确,且计算机能够执行,如:让计算机计算 $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$ 是可以做到的,但让计算机去执行“倒一杯水”“替我理发”等则是做不到的.

(3) 算法的描述

描述算法可以有不同的方式,常用的有自然语言、框图、程序设计语言、伪代码等.

① 自然语言

自然语言就是人们日常使用的语言,可以是汉语、英语或数学语言等,用自然语言描述算法的优点是通俗易懂,当算法中的操作步骤都是顺序执行时比较容易理解.缺点是如果算法中包含判断和转向,并且操作步骤较多时,就不那么直观清晰了.

◆【例题1】下列对算法的理解不正确的是().

- 算法有一个共同特点就是对一类问题都有效(而不是个别问题)
- 算法要求是一步步执行,每一步都能得到唯一的结果
- 算法一般是机械的,有时要进行大量重复的计算,它的优点是一种通法
- 任何问题都可以用算法来解决

【解析】算法是解决问题的精确的描述,但是并不是所有问题都有算法,有些问题使用形式化、程序化的刻画是最恰当的.

【答案】D

◆【例题2】现有有限个正整数,试设计一个求这些有限个正整数中最大数的算法.

【解析】如果让我们从10个、8个正整数中找出最大数,也许是一件很简单的事,我们一眼就能看出结果;但如果给我们100个、1000个,甚至更多的数,那么找出其中最大的数就是一件很困难的事了.我们必须依靠算法来解决这个问题.我们可以设想有一个基础数(如第一个数),让它作为其中的最大数,然后将第二个数与这个基础数比较,将这两者中的较大者再作为基础数与第三个数比较,找出其中的较大者将其作为基础数再与第四个数比较,……,依次下去,直到与最后一个数比较完毕,就能确定出有限个正整数中的最大数.

算法步骤用自然语言叙述如下:

第一步:先假定这些正整数中的第一个数为“最大值”;

第二步:将这些整数中下一个数与“最大值”比较,如果它大于此“最大值”,这时就假定“最大值”是这个整数;

第三步:如果还有其他正整数,重复第二步;

第四步:一直到没有可比的数为止,这时假定的“最大值”就是这有限个正整数中的最大值.

◆【点评】一种算法,就是要求我们去按部就班地做,每做一步都有唯一的结果,并且对任意的有限个正整数都适用,且在有限步之后,总能得出结果.

◆【例题3】写出求解二元一次方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的一个算法.

【解析】算法1: $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ ①
②

因为是二元一次方程组,所以 a_1, a_2 不能同时为0.

第一步,假设 $a_1 \neq 0$ (若 $a_1 = 0$,可将第一个方程与第二个方程互换),



②框图(流程图)

所谓框图,就是指用规定的图形符号来描述算法(这在下一节中将学习).用框图描述算法,具有直观、结构清晰、条理分明、通俗易懂、便于检查修改及交流等优点.

③程序设计语言

算法最终可以通过程序的形式编写出来,并在计算机上执行.程序设计语言可分为低级语言和高级语言.低级语言包括机器语言和汇编语言.

2. 程序框图

(1)程序框图的概念

程序框图又称流程图,是一种用规定的图形、指向线及文字说明来准确、直观地表示算法的图形.

①算法可以用自然语言来描述,但为使算法的程序或步骤表达得更为直观,我们通常用图形方式来表示它.

②用框图表示算法,直观、形象,容易理解.通常说“一图胜万言”,就是说用流程图能更清楚地展现算法的逻辑结构.

(2)用框图表示算法步骤的一些常用的图形符号

图形符号	名称	符号表示的意义
□	终端框	流程图的开始或结束
□—□	输入、输出框	数据的输入或结果的输出
□—□	处理框	赋值、执行计算语句、结果的传送
□—□	判断框	根据给定条件判断
□—□	流程线	流程进行的方向
□—□	循环框	程序做重复运算
○	连接点	连接另一页或另一部分的流程图
□	注释框	帮助理解流程图

(3)构成程序框图的图形符号及其作用

①起止框用“□”表示,是任何流程图不可缺少的,表明算法的开始或结束.

②输入、输出框用“□—□”表示,可用在算法中任何需要输入、输出的位置,需要输入的字母、符号、数据都填在框内.

③处理框用“□”表示,算法中处理数据需要的算式、公式等可以分别写在不同的用以处理数据的处理框内;另外,对变量进行赋值时,也用到处理框.

④当算法要求你对两个不同的结果进行判断时,需要将实现判断的条件写在判断框内,判断框用“□—□”表示.

⑤一个算法步骤到另一个算法步骤用流程线连接.如果一个流程图需要分开来画,要在断开处画上连接点,并标出连接的号码(图1-1-1).

$$\text{①} \times \left(-\frac{a_2}{a_1}\right) + \text{②}, 得到 \left(b_2 - \frac{a_2 b_1}{a_1}\right)y = c_2 - \frac{a_2 c_1}{a_1}.$$

即方程组化为

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1, \\ (a_1 b_2 - a_2 b_1) y = a_1 c_2 - a_2 c_1. \end{cases} \quad \text{③}$$

$$\text{第二步,若 } a_1 b_2 - a_2 b_1 \neq 0, \text{解③得 } y = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}. \quad \text{④}$$

$$\text{第三步,将④代入①,整理得 } x = \frac{b_2 c_1 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - a_2 b_1}.$$

第四步,输出结果 x, y .

如果 $a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0$,从③可以看出,方程组无解或有无穷多组解.

算法2:第一步,计算 $D = a_1 b_2 - a_2 b_1$.

第二步,若 $D = 0$,则原方程组无解或有无穷多组解;否则 $D \neq 0$,

$$\text{则由高斯消去法得 } x = \frac{b_2 c_1 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - a_2 b_1}, y = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}.$$

第三步,输出计算的结果 x, y 或无法求解信息.

◆【例题4】(1)以下给出对流程图的几种说法,其中正确说法的个数是().

①任何一个流程图都必须有起止框;②输入框只能放在开始框后,输出框只能放在结束框之前;③判断框是唯一一个具有超过一个退出点的符号.

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

(2)流程图中表示判断框的是().

- A. 矩形框 B. 菱形框
C. 圆形框 D. 椭圆形框

【解析】(1)根据程序框图的知识可知,只有①②正确,故选C.(2)在流程图中菱形框表示判断框,故选B.

- 【答案】(1)C (2)B

◆【例题5】设计一个算法,求长为 a ,宽为 b 的长方形的面积.

【解析】算法步骤:

第一步,输入 a, b .

第二步,计算面积 $S = ab$.

第三步,输出长方形的面积 S .

程序框图如图1-1-8所示.

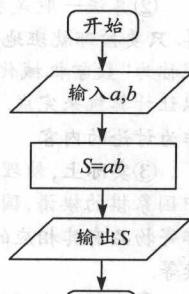


图 1-1-8

◆【例题6】图1-1-9所示框图表示了一个什么样的算法.

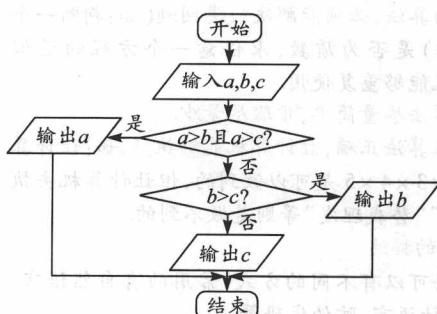


图 1-1-9

【解析】框图能够比较清晰、直观地描述算法,我们根据框图可以按顺序从上到下分析.

第一步,输入 a, b, c 三个数.

第二步,判断 a 与 b, a 与 c 的大小,如果 a 同时大于 b, c ,则输出 a ,否则执行第三步.

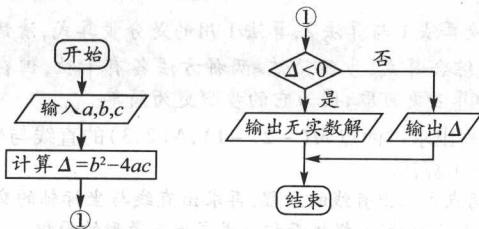


图 1-1-1

⑥注释图不是流程图中必须要的部分,不反映流程和操作,只是为了对流程图中某些框的操作作必要的补充说明,以帮助阅读流程图的人更好地理解流程图的作用.

3. 算法的三种基本逻辑结构及其框图表示

(1) 顺序结构

顺序结构是最简单的算法结构,语句与语句之间,框与框之间是按从上到下的顺序进行的,它是由若干个依次执行的处理步骤组成的,它也是任何一个算法都离不开的一种算法结构,可以用图 1-1-2 表示顺序结构的示意图,其中 A 和 B 两个框是依次执行的,只有在执行完 A 框所指定的操作后,才能接着执行 B 框所指定的操作.

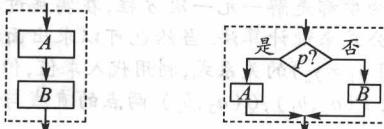


图 1-1-2

(2) 条件结构

在一个算法中,经常会遇到一些条件的判断,算法的流程根据条件是否成立有不同的流向.这种先根据条件作出判断,再决定执行哪一种操作的结构称为条件结构(或称为分支结构).如图 1-1-3 所示是一个条件结构,此结构中包含一个判断框,根据给定的条件 p 是否成立而选择执行 A 框或 B 框.请注意,无论 p 条件是否成立,只能执行 A 框或 B 框之一,不可能既执行 A 框又执行 B 框,也不可能 A 框、B 框都不执行.无论走哪一条路径,在执行完 A 框或 B 框之后,脱离本条件结构.A 或 B 两个框中,可以有一个是空的,即不执行任何操作.

(3) 循环结构

需要重复执行同一操作的结构称为循环结构,即从某处开始,按照一定条件反复执行某一处理步骤,反复执行的处理步骤称为循环体.

循环过程非常适合计算机处理,因为计算机的运算速度非常快,执行成千上万次的重复计算,只不过是一瞬间的事,且能保证每次的结果都正确.由此引出算法的第三种结构.

根据指定条件决定是否重复执行一条或多条指令的控制结构称为循环结构.

常见的循环结构有三种:计数型循环、当型循环和直到型循环.

2 方法·技巧平台

4. 算法的写法

(1) 算法的要求,也可说为算法的特性,可细分如下:

① 确定性:算法的每一步必须是确切定义的,且无二义性,算法只有唯一的一条执行路径,对于相同的输入只能得出相同的输出.

② 有穷性:一个算法必须在执行有穷次运算后结束.

第三步,判断 b 与 c 的大小,因为 a 已小于 b 或 c,则只需比较 b 与 c 的大小就能看出 a、b、c 中谁是最大的了,如果 b > c,则输出 b,否则输出 c.

通过上面的分析,框图表示一个什么样的问题已经非常清楚了.给任意三个数 a、b、c,输出最大的一个数.

◆【例题 7】儿童乘坐火车时,若身高不超过 1.1m,则无需购票;若身高超过 1.1m,但不超过 1.4m,可买半票;若超过 1.4m,应买全票,请设计一个算法,并画出程序框图.

【解析】根据题意,

该题的算法中应用条件结构,首先以身高为标准,分成应买票和免票,在买票中再分出半票和全票.

买票的算法步骤如下:

第一步:测量儿童身高.

第二步:如果 $h \leq 1.1\text{m}$,那么免费乘车,否则若 $h \leq 1.4\text{m}$,则买半票,否则买全票.

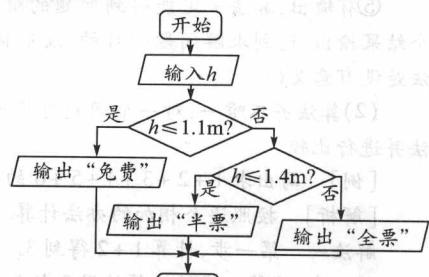


图 1-1-10

程序框图如图 1-1-10 所示.

◆【点评】在本题的程序框图中有两个判断点.一个是以 1.1m 为判断点,1.1m 把身高分为两段,在大于 1.1m 的一段中,1.4m 又将其分为两段,因此 1.4m 这个判断是套在 1.1m 的判断里的.所以我们用到两个条件结构.

◆【例题 8】利用海伦—秦九韶公式设计一个算法,求三角形面积,画出算法的程序框图.(已知三边长分别为 2,3,4)

【解析】已知三边 a, b, c ,利用海伦公式求面积 $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$,
 $p = \frac{a+b+c}{2}$.

第一步,取 $a=2, b=3, c=4$.

第二步,求出 $p = \frac{a+b+c}{2}$.

第三步,将 p 的值代入海伦公式

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

第四步,输出 S.

程序框图如图 1-1-11 所示.

◆【例题 9】已知球的表面积为 16π ,求球的体积.写出该问题的两个算法.

【解析】由球的表面积公式可求得半径 R,再由球的体积公式可求得球的体积,也可由表面积与半径关系及体积与半径关系直接得到体积与表面积的关系,从而直接求解.

算法 1: 第一步,取 $S = 16\pi$.

第二步,计算 $R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$ (由于 $S = 4\pi R^2$).

第三步,计算 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

第四步,输出运算结果.

算法 2: 第一步,取 $S = 16\pi$.

第二步,计算 $V = \frac{4}{3}\pi \left(\sqrt{\frac{S}{4\pi}}\right)^3$.

第三步,输出运算结果.

图 1-1-11



在所规定的时间和空间内,若不能获得正确结果,其算法也是不能被采用的.

③可行性: 算法中的每一个步骤必须能用实现算法的工具——可执行指令精确表达,并在有限步骤内完成,否则这种算法也是不会被采纳的.

④算法一定要根据输入的初始数据或给定的初值才能正确执行它的每一个步骤.

⑤有输出,算法一定能得到问题的解,有一个或多个结果输出,达到求解问题的目的,没有输出结果的算法是没有意义的.

(2) 算法并不唯一,对一个问题可找出其不同的算法并进行比较.

[例] 写出求 $1+2+3+4+5+6$ 的一个算法.

[解析] 按照逐个相加的办法计算.

解法一 第一步,计算 $1+2$ 得到 3.

第二步,将第一步的运算结果 3 与 3 相加,得到 6.

第三步,将第二步的运算结果 6 与 4 相加,得到 10.

第四步,将第三步的运算结果 10 与 5 相加,得到 15.

第五步,将第四步的运算结果 15 与 6 相加,得到 21.

运用公式 $1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$. 伟大的数

学家高斯在上小学时便用此公式迅速完成了老师布置的作业: $1+2+3+\dots+100$, 让老师和同学们大吃一惊.

解法二 第一步,取 $n=6$.

第二步,计算 $\frac{n(n+1)}{2}$.

第三步,输出运算结果 21.

5. 框图的画法

(1) 程序框图主要由程序框和流程线组成. 基本的程序框有终端框、输入框、输出框、处理框、判断框,其中起、止框是任何流程图不可缺少的,而输入、输出框可以用在算法中任何需要输入、输出的位置.

(2) 画流程图的规则

为了使大家彼此之间能够读懂各自画出的框图,必须遵守一些共同的规则,下面对一些常用的规则作一简单的介绍:

① 使用标准的框图符号.

② 框图一般按从上到下、从左到右的方向画.

③ 除判断框外,大多数流程图符号只有一个进入点和一个退出点. 判断框是具有超过一个退出点的唯一的符号.

④ 一种判断是对“是”与“否”两个分支的判断,而且有且仅有两个结果;另一种是多分支判断,有几种不同的结果.

⑤ 在图形符号内描述的语言要非常简练清楚.

(3) 一个流程图包括的几个部分:

① 表示相应的操作的框;

② 带箭头的流程线;

③ 框内外必要的文字说明.

需要提醒的是流程线不要忘记画箭头,因为它是反

【点评】 比较算法1与算法2,算法1用的是分步算式,清楚明白;算法2用的是综合算式,步骤简练. 两种方法各有千秋,但在实际操作中,第二种算法更可取,因为它的步骤更为简单.

◆ 【例题10】写出求过两点 $M(-2, -1), N(2, 3)$ 的直线与坐标轴围成的面积的一个算法.

[解析] 由两点式求出直线的方程,再求出直线与坐标轴的交点,然后求出三角形两直角边的长,根据面积公式求出三角形的面积.

算法: 第一步, 取 $x_1 = -2, y_1 = -1, x_2 = 2, y_2 = 3$.

第二步, 计算 $\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$.

第三步, 在第二步的结果中令 $x=0$ 得到 y 的值 m , 得直线与 y 轴交点 $(0, m)$.

第四步, 在第二步的结果中令 $y=0$ 得到 x 的值 n , 得直线与 x 轴交点 $(n, 0)$.

第五步, 计算 $S = \frac{1}{2} |m| \cdot |n|$.

第六步, 输出运算结果.

由于两点式直线方程有公式可以套用,所以这一步骤选择了公式算法. 当然第三、四两步都是解一元一次方程,在实施过程中也可以用一元一次方程的公式来设计算法. 当然也可以求出面积 S 关于 x_1, y_1, x_2, y_2 ($x_1 \neq x_2$, 且 $y_1 \neq y_2$) 的关系式,利用代入求值,但必须先推出公式. 下面给出求过 $P(a_1, b_1), Q(a_2, b_2)$ 两点的直线与坐标轴围成的面积的算法:

第一步,推导公式 $S = \frac{1}{2} \cdot \frac{(x_1 y_2 - x_2 y_1)^2}{|y_2 - y_1| \cdot |x_2 - x_1|}$.

第二步,取 $x_1 = a_1, y_1 = b_1, x_2 = a_2, y_2 = b_2$.

第三步,计算 $S = \frac{1}{2} \cdot \frac{(x_1 y_2 - x_2 y_1)^2}{|y_2 - y_1| \cdot |x_2 - x_1|}$.

第四步,输出运算结果.

◆ 【例题11】图1-1-12是为解决某个问题而绘制的程序框图,仔细分析各框图内的内容及框图之间的关系,回答下面的问题:

(1) 图框①中 $x=2$ 的含义是什么?

(2) 图框②中 $y_1=ax+b$ 的含义是什么?

(3) 图框④中 $y_2=ax+b$ 的含义是什么?

(4) 该程序框图解决的是怎样的一个问题?

(5) 若最终输出的结果是 $y_1=3, y_2=-2$. 当 x 取 5 时输出的结果 $5a+b$ 的值应该是多大?

(6) 在(5)的前提下,输入的 x 值越大,输出的 $ax+b$ 的值是不是越大? 为什么?

(7) 在(5)的前提下,当输入的 x 值为多大时,输出结果 $ax+b$ 等于 0?

[解析] (1) 图框①中 $x=2$ 表示把 2 赋给变量 x .

(2) 图框②中 $y_1=ax+b$ 的含义: 该图框在执行①的前提下,即当 $x=2$ 时计算 $ax+b$ 的值,并把这个值赋给 y_1 .

(3) 图框④中 $y_2=ax+b$ 的含义: 该图框在执行③的前提下,即当 $x=-3$ 时计算 $ax+b$ 的值,并把这个值赋给 y_2 .

(4) 该程序框图解决的是求函数 $f(x)=ax+b$ 的函数值的问题. 其中输入的是自变量 x 的值,输出的是 x 对应的函数值.

(5) $y_1=3$, 即 $2a+b=3$.

$y_2=-2$, 即 $-3a+b=-2$.

由①②, 得 $a=1, b=1$. ∴ $f(x)=x+1$.

∴ 当 x 取 5 时, $f(5)=5a+b=5\times 1+1=6$.

(6) 输入的 x 值越大, 输出的函数值 $ax+b$ 越大, 因为 $f(x)=x+1$ 是 \mathbb{R} 上的增函数.

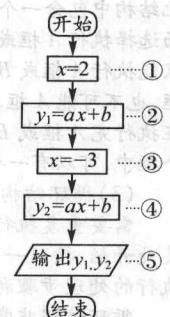


图 1-1-12



映流程执行先后次序的,如不画出箭头就难以判定各框的执行顺序了.

6. 怎样选择逻辑结构和框图表示算法

在画程序框图时首先要进行结构的选择,套用公式.若求只含有一个关系式的解析式的函数的函数值时,只用顺序结构就能够解决;若是分段函数或执行时需要先判断后才能执行后继步骤的,就必须引入选择结构;如果问题里涉及的运算进行了许多重复的步骤,且数之间有相同的规律,就可引入变量,应用循环结构,当然应用循环结构里边一定要用到顺序结构与选择结构.循环结构有两种,直到型循环和当型循环,两种都能解决问题.比如计算: $1+2+\dots+100, 2+4+6+\dots+100, 1^2+2^2+3^2+\dots+100^2, 1^2+3^2+\dots+99^2, 1\times 3 \times 5 \times 7 \times \dots \times 99,$

$$\begin{array}{c} \frac{1}{3+} \\ 3+\frac{1}{3+} \\ 3+\frac{1}{3+} \\ 3+\frac{1}{3+} \\ 3+\frac{1}{3} \end{array}$$

等类型题目,都应该用循环结

构设计算法,绘制程序框图.

在具体绘制程序框图时,要注意以下几点:

- (1) 流程线上要有标志执行顺序的箭头;
- (2) 判断框后边的流程线应根据情况标注“是”或“否”;

(3) 框图内的内容包括累积变量初始值,计数变量初始值,累加值,前后两个变量的差值都要仔细斟酌不能有丝毫差错,否则会差之毫厘谬以千里;

(4) 判断框内内容的填写,有时大于等于,有时大于,有时小于,有时还是小于等于.它们的含义是各不相同的,要根据所选循环的类型,正确地进行选择.

3 创新·思维拓展

7. 三种逻辑结构的应用

(1) 顺序结构的应用

① 顺序结构描述的是最简单、最基本的算法结构.语句与语句之间、框与框之间是按从上到下顺序进行的.

[例] 已知点 $P(x_0, y_0)$ 和直线 $l: Ax + By + C = 0$, 写出求点 $P(x_0, y_0)$ 到直线 l 的距离 d 的一个算法并画出程序框图.

[解析] 算法:

第一步, 输入点的坐标 x_0, y_0 , 输入直线方程的系数 A, B, C .

第二步, 计算 $k_1 = Ax_0 + By_0 + C$.

第三步, 计算 $k_2 = A^2 + B^2$.

第四步, 计算 $d = \frac{|k_1|}{\sqrt{k_2}}$.

第五步, 输出 d .

用框图描述算法,如图 1-1-4 所示.

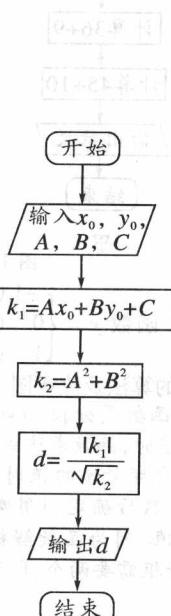


图 1-1-4

(7) 令 $f(x) = x + 1 = 0$, 得 $x = -1$. 因而当输入的 x 值为 -1 时, 输出的函数值为 0.

◆【例题 12】求方程 $ax^2 + (a+1)x + 1 = 0$ 的根的程序框图如图 1-1-13 所示,回答下面的几个问题:

- (1)写出该问题的算法;
- (2)本题中给出解决这个问题的程序框图正确吗?
- (3)根据(1)重新绘制程序框图.

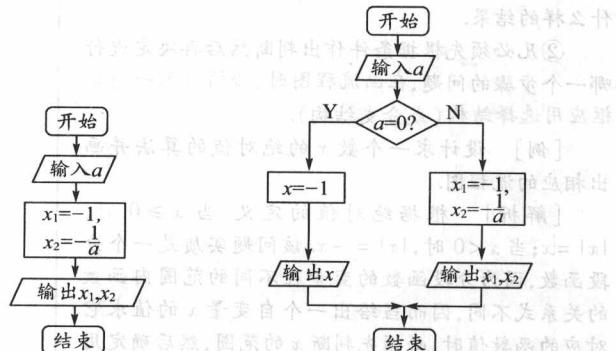


图 1-1-13

图 1-1-14

【解析】(1) 算法如下:

- 第一步: 输入 a ;
- 第二步: 如果 $a=0$, 则 $x = -1$, 并输出 x , 程序结束, 否则, 执行第三步;
- 第三步: $x_1 = -1, x_2 = -\frac{1}{a}$;
- 第四步: 输出 x_1, x_2 .

(2) 本题中给出解决该问题的流程图不正确.因为它没有体现出对 a 的取值的判断,没有应用判断框,没有用上条件结构,达不到目的,只解决了算法中的一部分.

(3) 根据(1)中给出的步骤可以画出如图 1-1-14 所示的算法流程图.

【点评】本题中的 a 的值没有限制,故必须对 a 的取值分类讨论,当 $a=0$ 时,方程的根为 -1 ,当 $a \neq 0$ 时,方程的根是 $x_1 = -1, x_2 = -\frac{1}{a}$,故在绘制程序框图时,必须使用条件结构.

◆【例题 13】北京获得了 2008 年第 29 届奥运会主办权,你知道在申办奥运会的最后阶段,国际奥委会是如何通过投票决定主办权归属的吗?

对遴选出的 5 个申办城市进行表决的操作程序是:首先进行第一轮投票,如果有一个城市得票数超过总票数的一半,那么该城市就获得主办权;如果所有申办城市得票数都不超过总票数的一半,则将得票最少的城市淘汰,然后重复上述过程,直到选出一个申办城市为止,试画出该过程的程序框图.

【解析】从遴选的方法可以看出,应选择循环结构来描述算法.程序框图如图 1-1-15 所示.

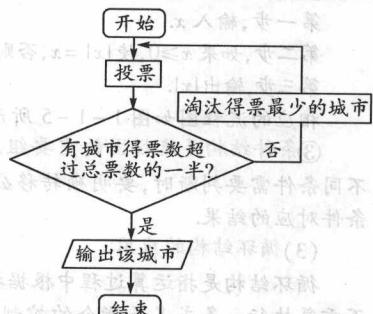


图 1-1-15

【点评】本题的关键是弄清哪一步操作需要循环.

◆【例题 14】给出 $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$ 的两个算法,并分别画出流程图.

【解析】可以按逐一相加的程序进行,也可以运用公式 $1+2+$

②顺序结构对同一问题，往往途径并不唯一，要体会不同方法的优劣。从中选出最优的、最简单的、最易于计算机执行、人工操作尽量少的算法。

(2) 条件结构的应用

①使用条件结构画流程图要注意两点：一是需要判断条件是什么，二是判断后的条件分别对应着什么样的结果。

②凡必须先根据条件作出判断然后再决定进行哪一个步骤的问题，在画流程图时，必须引入一判断框应用选择结构（或分支结构）。

[例] 设计求一个数 x 的绝对值的算法并画出相应的流程图。

[解析] 根据绝对值的定义，当 $x \geq 0$ 时， $|x| = x$ ；当 $x < 0$ 时， $|x| = -x$ 。该问题实质是一个分段函数，因为分段函数的变量在不同的范围内函数的关系式不同，因而当给出一个自变量 x 的值求它对应的函数值时，必须先判断 x 的范围，然后确定用该范围内的函数关系式计算相应的函数值。该例仅用顺序结构是办不到的，算法中要增加判断 x 的范围的步骤，流程图中也应相应加入判断框，应用条件结构才能解决。

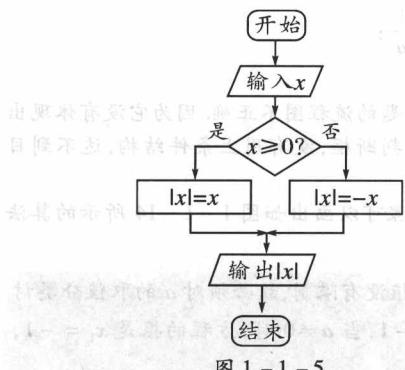


图 1-1-5

[解] 算法如下：

第一步，输入 x 。

第二步，如果 $x \geq 0$ ，使 $|x| = x$ ，否则，使 $|x| = -x$ 。

第三步，输出 $|x|$ 。

相应的流程图如图 1-1-5 所示。

③条件结构是流程图的重要组成部分。在多个不同条件需要判断时，要明确转移公式及各种不同条件对应的结果。

(3) 循环结构的应用

循环结构是指运算过程中根据指定条件决定是否重复执行一条或多条指令的控制结构。其中重复执行的步骤叫循环体。循环结构中包含条件结构。

①涉及多项的和或积的程序框图要用到循环和分支结构，画图时应注意三个量：循环变量的初值、终值、循环变量的增量在程序中的作用与位置。

②利用循环结构可寻数。使用循环结构寻数时，要明确数字的结构特征，决定循环的终止条件与数的结构特征的关系及循环次数，尤其是统计数时，注意要统计的数的出现次数与循环次数的区别。

③循环结构是执行算法流程的重要组成部分。

[例] 设计求 $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 31$ 的算法，

$3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ 直接运算。由此得到下面的算法及相应的流程图。

于是，算法 1：第一步，计算 $1+2$ 得到结果 3。

第二步，将上一步中的运算结果 3 与 3 相加得到结果 6。

第三步，将上一步中的运算结果 6 与 4 相加得到结果 10。

第四步，将上一步中的运算结果 10 与 5 相加得到结果 15。

第五步，将上一步中的运算结果 15 与 6 相加得到结果 21。

第六步，将上一步中的运算结果 21 与 7 相加得到结果 28。

第七步，将上一步中的运算结果 28 与 8 相加得到结果 36。

第八步，将上一步中的运算结果 36 与 9 相加得到结果 45。

第九步，将上一步中的运算结果 45 与 10 相加得到结果 55。

第十步，输出运算结果。

相应的流程图如图 1-1-16 甲所示。

算法 2：第一步，取 $n=10$ ；

第二步，计算 $\frac{n(n+1)}{2}$ ；

第三步，输出运算结果。

相应的流程图如图 1-1-16 乙所示。

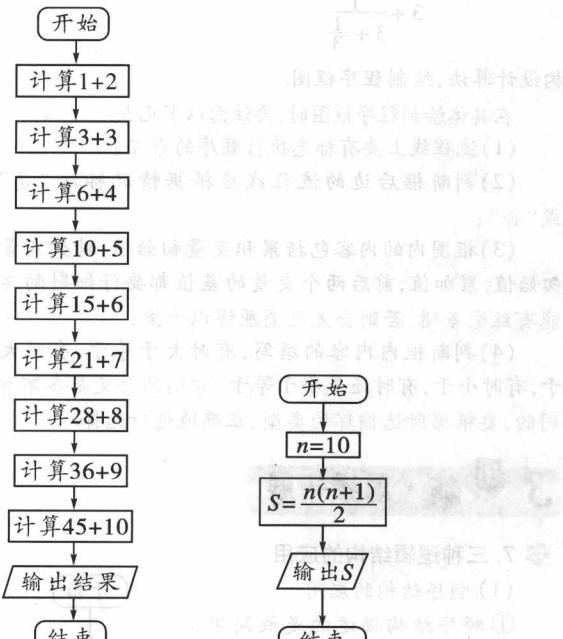


图 1-1-16

◆ 【例题 15】 函数 $y = \begin{cases} -1 & (x > 0), \\ 0 & (x = 0), \\ 1 & (x < 0), \end{cases}$

写出求该函数值的算法及流程图。

[解析] 该函数是分段函数，当 x 取不同范围内的值时，函数表达式不同，因此当给出一个自变量 x 的值时，必须先判断 x 的范围，然后确定利用哪一段的解析式求函数值。因为函数解析式分了三段，所以判断框需要两个，即进行两次判断。

于是，算法如下：

第一步，输入 x 。

第二步，如果 $x > 0$ ，那么使 $y = -1$ ，如果 $x = 0$ ，那么使 $y = 0$ ，如果 $x < 0$ ，那么使 $y = 1$ 。

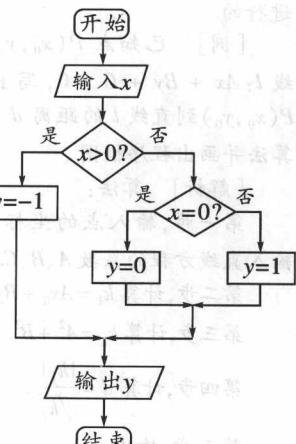


图 1-1-17