中華文庫

初中第一集

幾何表解

孫樂陶編

中華書局印行

民國三十六年十二月發行
民國三十六年十二月初版

有著作權
不准翻印

中華文庫初中第一集 幾何表解（全一冊）

◎定價國幣二元五角
（郵運匯費另加）

編者 孫樂陶
發行人 中華書局股份有限公司代表 李虞杰
印刷者 中華書局永寧印刷廠 上海澳門路八九號
發行處 各埠中華書局

（一〇三一〇）（天）

卷頭語

本書搜羅頗富，共有定理160，作圖題34，附錄17及系43條，以限於篇幅，所以證題皆删繁就簡，淺易的就略而不證；所有例題10個，均自定理中選來，以便在證定理時可以省略，是亦縮減篇幅之一法。是書雖然爲初中文庫之一，但採作高中學生會考升學的準備，也很適用。

本書分類詳明，處處採用表解方式，因此不得不變更定理的次序，有若干定理的證法，就和普通的教本不同；這也是啓示學者，於活用的途徑，知所適從。但幾何學是逐漸演進而來的科學，前後次序，都有必然的關係，要顧到定理的次序，就難以分類；要分類，就不能不變更他的次序；因此在證題及作圖時，就免不了要引用後邊的定理或作圖題了，這是在普通教科書上所不能有，而在表解的幾何中所不能免的事實。本書編輯時，雖極力想避免此種引證，但仍有多處，不得不如此；好在本書專供複習之用，閱者本已學過幾何，更變了一些次序，想亦不成什麼問題的。

編者主持學校的訓育與工科職務，工作繁忙，不能不另請幾位同學幫助；脫稿時，又無充分時間，予以校閱，錯誤在所不免，尚望閱者予以指正！

編者識於敬業中學

幾何表解

目錄

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbo

幾何表解

第一編　緒論

第一類　記號

爲求簡明起見，用記號來代表文字；現在把本書所用的記號列表於下：

平面幾何的記號

普通的

$+$	加	$-$	減
$\sim$	差	$:$	比
$=$	等於	$\neq$	不等於
$>$	大於	$<$	小於
$\ngtr$	不大於	$\nless$	不小於
$\because$	因	$\therefore$	故
$\perp$	垂線或垂直於	$\parallel$	平行線或平行於

幾何的

$\angle$	角	R$\angle$	直角
$\triangle$	三角形	▱	平行四邊形
▭	矩形	□	正方形
⌒	圓弧	⊙	圓
$\backsim$	相似	$\equiv$	全相等
⫫	平行相等	$\not\parallel$	不平行

第二類　定義

普　通　的

1. 幾何學　研究空間部分的形狀,大小及位置的學科.
2. 體,面,線,點　有形狀大小位置的空間有限部分,叫立體. 有位置形象長寬而無厚的,叫面.有位置形象及長度而無寬和厚的,叫線.僅有位置,而無形象大小的叫點.
3. 直線,曲線　線的方向,處處一樣的叫直線;不然就叫曲線.有時直線也單稱線.
4. 線分　直線兩端有界限的,叫線分,就是全直線的一部分.
5. 平面　過一面中,連任意二點的直線,若全在此面內,則此面叫平面.
6. 幾何圖形　點,線,面,體,或他們所組成的圖形,都叫幾何圖形,形狀相同的叫相似形; 大小相等的叫等

積形;形狀大小皆同的,叫全等形.

7. 角　從一點向兩個方向引二直線,他所夾的部分就叫角.

8. 圓　一曲線所圍的平面圖,在曲線上所有的點,皆與他內部一定點的距離相等,則此平面圖叫圓;曲線叫圓周;內部的定點叫圓心;從圓心至圓周的線分叫半徑;經過圓心而兩端止於圓周的線叫直徑.

9. 弧　圓周的一部分叫弧.

10. 公理　不要證明,人人所公認而爲一切推理的基礎的,叫公理.

11. 公法　不須證據,人人都認爲可能的作圖方法,叫公法.

12. 定理,系　根據定義公理等做基礎,更加證明而得的眞理,叫定理.根據已知的定理,稍加推究,可決定的定理,叫系.

13. 作圖題　作一幾何圖形,使適合於所給的條件的,叫作圖題.

14. 軌跡　某圖中所有的點,皆有某性質,此外的點,皆無此性質,則此圖爲具有某性質的點的軌跡.

直　線　的

15. 垂線　一直線與另一直線相交,所成鄰角相等的,則此兩線互爲垂線,其交點叫垂足.

16. 斜線　一直線與另一直線相交,所成鄰角不等的,叫斜線.

17. 平分線　分一角或一線爲二等分的線,叫平分線.

18. 平行線　二直線在同一平面上,任意延長都不相交的,叫平行線.

19. 對角線　聯結多邊形不相鄰角頂的線分,叫對角線.

20. 截線　與諸直線相交的線,叫諸直線的截線.

21. 點與直線的距離　從一定點至直線所引垂線的長,是此定點與直線的距離.

22. 三角形　三線分兩兩啣接所圍的平面圖,叫三角形.三角形的任意一邊,皆可作底,從頂點至底所引的垂線叫高.

三角形三邊皆等的,叫正三角形;僅二邊相等的,叫等腰三角形;三邊皆不等的,叫斜三角形.

三角形中有一角是直角的,叫直角三角形;有一角是鈍角的,叫鈍角三角形;三角都是銳角的,叫銳角三角形.

兩三角形各對應邊角皆相等的,叫全相等三角形;對應角相等,各邊成比例的,叫相似三角形.

23. 四邊形　四線分兩兩啣接所圍的平面圖,叫四邊形.四邊形中,沒有邊平行的,叫任意四邊形,僅有一對邊平行的,叫梯形;(梯形中不平行二邊相等的,叫等腰梯形)二對邊各相平行的,叫平行四邊形.

平行四邊形中,各角皆爲直角的,叫矩形;矩形各邊皆等的,叫正方形;各邊相等而各角不等於直角的,叫菱形.

24. 多邊形　諸線分兩兩啣接所圍的平面圖,叫多邊形或多角形.三角形,四邊形,也都是多邊形中的一種.

多邊形是五邊的,就叫五邊形;六邊的,就叫六邊形;餘類推.

多邊形的各邊及各角皆相等的,叫正多邊形,不然的就叫任意多邊形.

25. 中線　三角形自一角頂至對邊中點所引的線叫三角形的中線.聯梯形不平行二邊中點的線,叫梯形的中

線.

26. 垂直射影　從一線分兩端,至一直線引垂線,則此二垂足間的線分,爲原線分在直線上的垂直射影.

27. 內分外分　一點在一線分上,分線分爲二部分,叫內分;如此點在他的延長線上,叫外分. 如二點以同比內外分一線分,就叫調和分割.

28. 弦,公共弦　聯一弧兩端的線分,叫弦;聯相交圓二交點的弦,叫公共弦.

29. 割線　與圓周共有二點的直線,叫割線.

30. 切線,公切線　與圓周共有一點的直線,叫切線;此共有的一點,叫切點.二圓周共有的切線,叫公切線.

31. 聯心線　聯結二圓圓心的線分,叫聯心線.

屬 於 角 的

32. 鄰角　兩個角共有頂點與一邊,並分居於共有邊的兩旁的,叫鄰角.

33. 直線角　角的兩邊,成一直線,而方向相反的,叫直線角.

34. 直角　一直線與他的垂線所夾的角,叫直角.一直角等於90度.

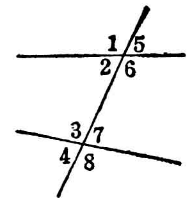
35. 銳角鈍角　凡角小於直角的,叫銳角;大於直角的,叫鈍角.

36. 餘角,補角　兩角和等於一直角的,此兩角互稱爲餘角; 兩角和等於二直角的,此兩角互稱爲補角.

37. 對頂角　一角的二邊,各爲他角二邊的延長線,則此兩角,叫對頂角.

38. 內錯角,外錯角,同位角,同旁內角,同旁外角　二直線爲一直線所截,所成各角,如圖中所示,各有定名

如下：



2與7,3與6各稱內錯角；1與8,5與4各稱外錯角； 1與3,2與4,5與7,6與8各稱同位角； 2與3,6與7各稱同旁內角；1與4,5與8各稱同旁外角.

39. 外角　多邊形的一邊延長線與鄰邊所成的角,叫外角.

40. 內對角　在三角形中,與外角不相鄰的二內角,皆爲內對角;在四邊形中,與一相鄰內角的對角,爲此外角的內對角.

41. 圓周角　從圓周上一點,所引兩弦的夾角,叫圓周角.

42. 弓形角　從弓形弧上一點,向其兩端所引二線分的夾角,叫弓形角.

43. 中心角　一圓中二半徑所夾的角,叫中心角.

屬於圓的

44. 半圓　圓周上任意二點,可以分一圓周爲兩弧;如兩弧恰等,就各叫爲半圓.

45. 弓形　弧與弦所圍的平面圖,叫弓形.

46. 同心圓　共有一圓心的諸圓,叫同心圓.

47. 外接圓　多邊形諸角頂皆同在一圓周上,則此圓稱爲多邊形的外接圓.

48. 內切圓　多邊形諸邊皆同切於一圓周,則此圓稱爲多邊形的內切圓.

49. 相交圓　二圓周共有二點的,叫相交圓.

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbo

50. 相切圓　二圓周共有一點的,叫相切圓.

第三類　公理與公法

公理

普通公理

等量的

1. 全量等於他各部分的和.
2. 等於同量或等量的量相等.
3. 等量加同量或等量,他的和相等.
4. 等量減同量或等量,他的差相等.
5. 等量乘等量,他的積相等.
6. 等量除等量,他的商相等.

不等量的

7. 全量比他的部分大;部分比他的全量小.
8. 等量加不等量,或不等量加等量,其加大量的和較大.
9. 等量減不等量,其減大量的差較小.
10. 不等量減等量,其自大量減得的差較大.
11. 甲量比乙量大,乙量又比丙量大,則甲量比丙量大.
12. 大量的和,比諸小量的和大.

幾何公理

13. 不等量同倍數的量不等,其倍大量的積較大.

14. 不等量同分數的量不等,其分大量的商較大.

點與線的

15. 兩點中間,直線最短.

16. 過兩點的直線,有一無二.就是兩點可以決定一直線.

(系1)兩直線的交點,有一無二.

(系2)兩直線有一部分相合,或共有二點,便合而爲一.

17. 兩點在一直線的兩旁,則聯此兩點的線,與直線相交.

圖形的

18. 圖形可變他的位置,而不變他的形狀與大小.

19. 重合的圖形,大小相等.

20. 摺疊平面中的一部分,可與另一部分相合.

公　　法

1. 自一點可引一直線至他點.
2. 線分可向二端任意延長.
3. 過一定點且平行於定直線,僅有一直線.
4. 在平面上作二直線,不相交就平行,不平行就相交.
5. 可用一點爲圓心,定長爲半徑作一圓.

6. 可作一量較所設之量，或大，或小，或相等.

第四類　證法與作作法的研究

第一節　證題的方法

證題的方法

通常法

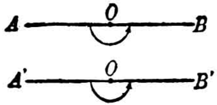
1. 疊置法——把一個圖形疊置在另一個圖形上，而證明他全相重合.此法在證明全相等的圖形中常用之.
2. 同一法——有獨一無二的A，又有獨一無二的B，如能證明'A為B'是合理，則可直接斷定'B為A'也必合理.在幾何學上把已決定的定理，來證明他的逆定理時，常用此法.
3. 歸謬法——證一命題，表示若否認他的終決，則所得結果，為不合理；因此可判斷終決是眞確的.此法在證軌跡題時，應用頗大.
4. 窮舉法——設終決可假設多種，而不能同時成立，將所可假設的種類，均列舉之，逐一證明其他各種不能成立後，則所餘的一終決必為眞確.此法證明倒定理時常用之.
5. 解析法——證題時可先認他的終決為眞確；但欲證終決為眞確，必先證其他命題為眞確，且必依次證明，直至得到一已知之理而止.如此已知之理為眞確，則可依次反推以前各

命題皆爲眞確，因而終決也必眞確．此法在難解題與作圖題中常用之．

6．綜合法——就題中的假設，引用已知的定理，逐步推廣，直至得到終決而後已．此爲解析法之逆，爲普通易解題最常用的證法．

特別法——此法僅對於某一類問題，方可適用；不像通常法可適用於一切問題，故從略．

例題 1．凡直線角皆相等．



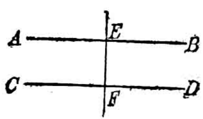
【假設】AOB，A′O′B′爲二直線角．

【終決】∠AOB＝∠A′O′B′．

【證明】疊置∠AOB於∠A′O′B′上，使角頂O與O′相合，邊OA與O′A′相重，於是AOB與A′O′B′二直線共有一部分，便成重合形．

∴ ∠AOB≌∠A′O′B′．

例題 2．一直線垂直於二平行線的一線，也必垂直於他的第二線．



【假設】AB // CD，EF⊥AB．

【終決】EF⊥CD．

【證明】過F點 // AB 的直線，僅有一條，（公法3）

又過 F 點⊥EF的直線，僅有一條；（定理20）

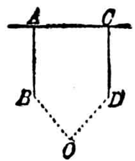
今 AB⊥EF （假 設）

故過F點⊥EF的直線必 // AB （定理13）

故從同一證法，得知

$EF \perp CD$.

例題 3. 垂直於同一直線的二直線，互相平行.



【假設】 $AB \perp AC$, $CD \perp AC$.

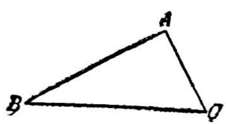
【終決】 $AB \parallel CD$.

【證明】 若云$AB \not\parallel CD$，則延長之必相會於一點 （公法4）

如此，從一點O至一直線AC，當能引二條垂線，這是不合理的. （定理21）

故AB與CD必不相交，即$AB \parallel CD$. （公法4）

例題 4. 三角形的二角不等，則大角所對的邊大.



【假設】 於$\triangle ABC$中， $\angle A > \angle B$

【終決】 $BC > AC$.

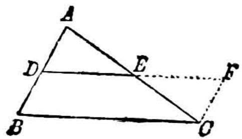
【證明】 若云$BC \not> AC$， 則$BC = AC$，或$BC < AC$.

設$BC = AC$， 則$\angle A = \angle B$; （附錄1）

設$BC < AC$， 則$\angle A < \angle B$. （定理39）

此皆與假設不合，不能成立，故不得不$BC > AC$.

例題 5. 聯三角形二邊中點的直線，平行於底；且等於底的一半.



【假設】 於$\triangle ABC$中，$AD=DB$，$AE=EC$。

【終決】 (1)$DE \parallel BC$；　(2)$DE=\frac{1}{2}BC$。

【證明】 作$CF \parallel DB$，延長DE與CF相交於F。

(1) $DE \parallel BC$，必因$BCFD$爲▱，

$BCFD$爲▱，必因$CF=DB$，　　(定理73)

$CF=DB$，必因CF與DB各等於AD。

已知　$DB=AD$，

又　$CF=AD$，必因$\triangle CFE \equiv \triangle ADE$；

今因　$EC=AE$，　　(假設)

$\angle FEC=\angle AED$，　　(定理3)

$\angle ECF=\angle DAE$，　　(定理4)

故　$\triangle CFE \equiv \triangle ADE$，　　(定理55)

$\therefore$ $DE \parallel BC$。

(2) $DE=\frac{1}{2}BC$，必因$DE=EF$；

既然　$\triangle CFE \equiv \triangle ADE$，

故　$DE=EF$　　(定理30)

$\therefore$ $DE=\frac{1}{2}BC$。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbo