广 州 市 中 学

数 学

教学参考资料

初中三年级第一学期

第一章　指数和常用对数

一、教学目的

1．通过对指数和对数的区别和联系以及相互转化的阐述的教学，使学生加深对矛盾的对立统一规律的认识。

2．通过学习指数和对数、利用对数进行计算，解答文字例题与习题等，对学生进行思想路线教育，进一步确立为革命而学的思想。

3．要求学生正确理解零指数、负整数指数、分数指数幂的意义，熟练掌握有理数指数幂的运算。

4．要求学生正确理解对数和常用对数的概念和性质，以及对数和指数的辩证关系，熟练使用对数表和反对数表，利用对数进行计算以解决三大革命运动中有关的问题。

二、教材说明

数学概念和运算法则都是由三大革命实践的推动和自身的矛盾运动而产生和发展的，并由三大革命实践所检验为正确的，因此，在讲授本章内容时，应密切联系实际，揭露矛盾，解决矛盾，阐明规律，概括法则，运用从实践中来到实践中去的科学研究方法。

指数和对数是实质相同而表现形式不用的两个概念。指数式$a^b=N$和对数式$b=log_aN$是从不同的侧面来反映a、b、N之间的同一关系，所以，在讲授对数概念和性质时，必须抓住这两个对立统一的概念，用对立统一规律来阐明它们的关系，讲清对数的性质。

对数概念是在实数指数幂概念的基础上建立的，因此，

本章首先是指数概念的推广，然后介绍对数，研究常用对数。利用对数，可以把乘除转化为加减、把乘方开方转化为乘除，即可以使运算降级，从而简化运算。

关于无理数指数幂概念，教材只是顺便指出，这是因为学习幂函数、指数函数、对数函数等数学内容的需要，但又鉴于无理数指数幂的概念难以被学生接受，所以只要求学生知道当底为正数时，无理数指数幂也是一个实数就可以了。

同底数的幂的运算法则是研究对数的重要理论根据，利用对数进行计算是直接解决三大革命实践中有关问题的有力工具，因此，同底数的幂的运算法则和利用对数进行计算是本章的重点。

积、商、幂、方根的对数以及常用对数的性质是利用对数进行计算的依据，而正确掌握常用对数的首数的确定方法和真数的定位方法则是正确利用对数进行计算的关键。

对数概念的建立和具有负首数的对数计算是本章的难点，在教学中必须设法攻破，及时纠正学生中发生或可能发生的各种错误。

三、教学课时安排

本章教学估计大约需要24课时，各节所需时数大致分配如下：

第一节	指数概念的推广	7课时
1.1	零指数	1课时
1.2	负整数指数	1课时
1.3	分数指数	2课时
1.4	有理数指数幂的运算	2课时
	复习	1课时
第二节	常用对数	17课时
1.5	对数的概念	2课时

1.6	积、商、幂、方根的对数	2 课时
1.7	常用对数	2 课时
1.8	首数和尾数	2 课时
1.9	常用对数表	2 课时
1.10	反对数表	1 课时
1.11	利用对数进行计算	4 课时
复习		2 课时

第一节 指数概念的推广

一、教学要求

1．运用“矛盾不断出现，又不断解决，就是事物发展的辩证规律”的观点阐明零指数幂、负整数指数幂、分数指数幂是由三大革命实践的推动和数学自身的矛盾运动而产生和发展的。运用“对立统一”的观点阐明乘方和开方、幂与根式的相互关系和转化，对学生进行辩证唯物主义教育。

2．使学生明确零指数幂、负整数指数幂、分数指数幂的意义，懂得正整数指数幂的运算法则在有理数指数幂中仍然适用，并能熟练掌握有理数指数幂的运算。

二、教学建议

1．说明为什么要把指数概念进行推广

这一节内容是在正整数指数幂的概念的基础上，运用“矛盾不断出现，又不断解决，就是事物发展的辩证规律”的观点讲授各种指数幂的概念的。在教学中，首先要复习正整数指数幂的概念和运算规律，然后指出同底数幂的运算规律中指数所受的限制，这些限制本身给运算带来局限性，与实际计算发生矛盾，从而提出解决矛盾的新课题，激发学生学习的自觉性。

因为在实际计算中，必然会出现象$a^3 \div a^3$和$a^3 \div a^5$的情况，但运算规律(2)中，规定$m>n$，也就是说，在同底数的幂相除时，被除式的指数要大于除式的指数才能应用运算规律。这样，运算规律就与实际计算发生矛盾，这一矛盾反映了指数概念的局限性。有矛盾，就有发展，指数概念就要推广。

2. 区分各种指数幂的意义

各种指数幂的定义前的论述，只是说明这样的定义的必要性和合理性，它是运算的需要，数学科学研究的需要，同时也是符合客观实际的，不是人们头脑主观臆造的。不要把定义前的论述看成是对定义的证明，在现行中学数学系统中，它是不可能用推理方法来证明的。

我们知道，正整数指数幂a^n是n个a相乘的积，n一定是正整数。因此，同底数的幂相除：$a^m \div a^n = a^{m-n}$中，不但要求$a \neq 0$（除数永远不能为零），而且要求$m>n$。如前所述，在实际计算中，常会遇到$m \leqslant n$的情况。当计算$a^m \div a^n$（$m \leqslant n$）时，运算规律(2)左边是有意义的，可以直接根据除法求出结果；运算规律(2)右边，从运算角度而言，$m-n$是不受任何限制的，总是可以进行的，而规定$m>n$，只不过是保证右边也是正整数指数幂罢了。这样，运算与幂的概念就发生了矛盾，而且幂的概念还表现为主要方面，因此只要定义$a^0=1$，$a^{-m}=\frac{1}{a^m}$，（$a \neq 0$），矛盾就解决了。

分数指数幂是由根式定义的。因此，先让学生掌握根式的概念和当$a \geqslant 0$时，根式的两个性质：$(\sqrt[n]{a})^n = a$，$\sqrt[n]{a^n}=a$，再从例1看到，当$a \geqslant 0$，且m是n的整数倍时，便有$\sqrt[n]{a^m}=(\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$，这就是说，幂的开方的运算

规律是

$$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}\text{（}a\geqslant 0,m,n\text{为正整数，}m\text{是}n\text{的整数倍）.}$$

然后，仿照讲授整数指数幂的概念那样，论述分数指数幂的意义，阐明定义 $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$（（$a\geqslant 0$）的必要性和合理性。

有了正分数指数幂的概念后，负分数指数幂的概念就不言而喻了。

关于无理数指数幂的概念，教材没有下定义，只作粗浅的描述。只要求学生知道，当$a>0$，α是一个无理数，a^{α}是一个实数就可以了，这内容可放在本节复习时才作介绍。

指数概念的推广是符合客观实际的。例如现有质量为A_0的放射性元素镭，经过一年后它的质量减少0.044%，如果经过 n 年后它的质量为A，便有$A=A_0(1-0.044\%)^n$，即$A=A_0\times 0.99956^n$。由于时间是无始无终连续变化的，因此指数n（单位年）不但允许取任意正整数，而且允许取任意实数。

很明显，现在这一时刻，$A=A_0$，$n=0$，所以，必须$0.99956^0=1$，故定义不等于零的数的零次幂等于1是符合客观实际的。

因为放射性元素镭是在以前不断衰变过来的，所以时间变量 n 可以取负数（事实上可取所有实数）。不论时间是整数年后（n为正整数），还是整数年前（n为负整数），也不论是非整数年后（如n为正分数），还是非整数年前（如n为负分数），应用公式$A=A_0\times 0.99956^n$来计算某一时刻镭的质量都是正确的。

建议在本章复习时举这个例子，一方面说明指数概念的

推广是符合客观实际的，另一方面提出要算象$0.99956^{4.5}$或$0.99956^{-3.5}$这样的数，用已学过的计算方法是比较困难的，人们常用一种新的计算方法，再一次指出实际计算推动着数学的发展，为学习对数拉开序幕。为了使问题简化，教学时不妨假设$A_0=1$克。

3．讲清底数a的允许值

各种指数幂的定义中，对底数a都有不同的限制。由于负数指数幂是由相应的正数指数幂的倒数来定义的，所以，负整数指数幂和负分数指数幂的定义中都规定$a\neq0$。由于分数指数幂是由根式定义的，所以规定底数a不能为负数。即正分数指数幂中规定$a\geqslant0$，负分数指数幂中规定$a>0$。如果$a<0$，就不能保证对于任意的分数$\frac{m}{n}$，都使得$a^{\frac{m}{n}}$有意义，例如$a=-4$，$\frac{m}{n}=\frac{1}{2}$，$(-4)^{\frac{1}{2}}$就没有意义，即$\sqrt{-4}$在实数范围内没有意义。

4．阐明各种指数幂的区别与联系

零指数幂、负整数指数幂、分数指数幂的意义与正整数指数幂的意义是不同的。正整数指数幂是相同因数的积（即乘方的结果），而它们却是在解决同底数的幂相除以及根式与幂的关系，或者说幂的开方的问题时被定义的，它们各有自己确定的意义。因此，不能用正整数指数幂的意义来理解新的指数幂的意义，不能把a^0理解为0个a相乘、a^{-2}理解为-2个a相乘，$a^{\frac{2}{3}}$理解为$\frac{2}{3}$个a相乘等等。然而，它们具有同一性，是共存于实数指数幂的统一体中，正如整数和分数、正数和负数、有理数和无理数的对立统一关系那样，它们都是互相对立、互相依存，也无不在一定条件下可以互相转

化。

指数概念推广到全体实数范围后，对于指数幂的运算规律就不受正整数指数幂的概念的限制了，而且可以把同底数的幂的乘、除两个运算规律统一为一个，即 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$，也可以把积的乘方与商的乘方两个运算规律统一为一个，即 $(a \cdot b)^n = a^n b^n$，同时幂的乘方这一运算规律也包括了幂的开方。所以，在实数指数幂的统一体中，幂的运算规律就可归纳为三个。

5．关于有理数指数幂的运算的教学

指数概念推广后，就可以把同底数的幂的乘、除变为指数的加、减，把幂的乘方、开方变为指数的乘、除，不但如此，还可以把幂的乘除统一起来，把幂的乘方 开 方 统 一起来，这样，就可以通过幂的运算来简化某些运算。正如恩格斯指出的那样：“至于用幂来运算，就更进步得多了。计算方法的一切固定差别都消失了，一切都可以用相反的形式表示出来。”

教学时还可以补充介绍等式

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n} \quad (a \neq 0,\ b \neq 0).$$

应用这个等式，往往使运算更简便。

因为同底数幂相乘是底不变，把指数相加，所以，教学时提醒学生注意，在提取公因式时，要指数相减。可举下面的例子加以说明：

$$a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{4}} b^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{1}{4}} (a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}});$$

$$a^{-\frac{3}{2}} b - a^{-1} b^{\frac{3}{2}} = a^{-1} b (a^{-\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}).$$

因为幂的乘方是底不变，把指数相乘，所以，教学时提醒学生注意，在把幂写成幂的乘方时，要指数相除。可举下

面的例子加以说明：

$$a^{\frac{1}{2}}=(a^{\frac{1}{6}})^3,\quad a^{-\frac{1}{2}}=(a^{-\frac{1}{4}})^2,$$

$$a^{-2}=(a^{-1})^2.$$

教材中的习题，出现利用乘法公式化简式子的题目，更是要提醒学生注意上述两点。

在化简式子时，如果能求出式子的数值，一律要算出其值（整数、分数或用最简根式表示的无理数）；如果最后只能用代数式表示的话，就要分下面两种情况考虑：

①题中给出的式子全是根式时，最后必须化成用最简根式表示的式子，如例 3 (2)。

②题中给出的式子有负数指数幂或分数指数幂时，最后可保留这些指数幂，如例 4 (1)。

三、参考材料

1．关于等式 $(\sqrt[n]{a})^n=a$ 和 $\sqrt[n]{a^n}=a$ 的补充说明

如果 $\sqrt[n]{a}$ 有意义，则 $(\sqrt[n]{a})^n=a$ 是恒等式。

不论 a 是什么实数，$\sqrt[n]{a^n}$ 总有意义，但 $\sqrt[n]{a^n}=a$ 是条件等式。

当 $a\geqslant 0$ 时，$\sqrt[n]{a^n}=a$ 是成立的；

当 $a<0$ 时，$\sqrt[n]{a^n}=a$ 不一定成立，事实上，当 $a<0$ 时，

$$\sqrt[n]{a^n}=\begin{cases}a & (n\text{是奇数}),\\ -a & (n\text{是偶数}).\end{cases}$$

2．关于无理数指数幂的概念

①无理数指数幂的定义

下面我们给出无理数指数幂 $10^{\sqrt{2}}$ 的定义，然后再给出一般的无理数指数幂 a^α 的定义。

取 $\sqrt{2}$ 精确到 10^{-1}，10^{-2}，10^{-3}，…… 的不足近似值

1.4，1.41，1.414，……和过剩近似值1.5，1.42，1.415，……，显然有，

$$1.4<1.41<1.414<\cdots\cdots,$$

$$1.5>1.42>1.415>\cdots\cdots,$$

分别以它们作指数，排成下面两个幂数列：

$$\{a_n\}:\ 10^{1.4},\ 10^{1.41},\ 10^{1.414},\cdots\cdots,$$

$$\{a'_n\}:\ 10^{1.5},\ 10^{1.42},\ 10^{1.415},\ \cdots\cdots.$$

显然数列$\{a_n\}$是递增有界数列、数列$\{a'_n\}$是递减有界数列（证明从略），根据极限定理，这两个数列都有极限，不妨假设$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=A$，$\lim\limits_{n\to\infty}a'_n=A'$。

下面证明$A'=A$，

$$\because\quad \frac{a'_1}{a_1}=\frac{10^{1.5}}{10^{1.4}}=10^{0.1}=10^{10^{-1}},$$

$$\frac{a'_2}{a_2}=\frac{10^{1.42}}{10^{1.41}}=10^{0.01}=10^{10^{-2}},$$

$$\frac{a_3'}{a_3}=\frac{10^{1.415}}{10^{1.414}}=10^{0.001}=10^{10^{-3}},$$

$$\cdots\cdots$$

$$\therefore\quad \frac{a_n'}{a_n}=10^{10^{-n}}.$$

由此得，

$$\frac{A'}{A}=\frac{\lim\limits_{n\to\infty}a_n'}{\lim\limits_{n\to\infty}a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{a_n'}{a_n}=\lim_{n\to\infty}10^{10^{-n}}$$

$$=10^{\lim\limits_{n\to\infty}10^{-n}}=10^0=1,$$

所以，$\quad A'=A$。

这就是说，数列$\{a_n\}$和$\{a_n'\}$有共同的极限，这个极限是

一个确定的实数，用$10^{\sqrt{2}}$表示，因此。无理数指数幂$10^{\sqrt{2}}$是一个实数，就是以10为底，以$\sqrt{2}$精确到10^{-1}，10^{-2}，10^{-3}，……的不足近似值为指数的幂数列和以10为底，以$\sqrt{2}$精确到10^{-1}，10^{-2}，10^{-3}，……的过剩近似值为指数的幂数列的公共极限。

一般地，当$a>0$，α是一个无理数，a^{α}是一个实数，就是以a为底，以α精确到10^{-1}，10^{-2}，10^{-3}，……的不足近似值为指数的幂数列和以a为底，以α精确到10^{-1}，10^{-2}，10^{-3}，……的过剩近似值为指数的幂数列的公共极限。

②无理数指数幂a^{α}的意义

（1）当$a>1$时，a^{α}是一个实数，它大于以a为底，以α的任何不足近似值为指数的幂而小于以a为底，以α的任何过剩近似值为指数的幂。

（2）当$a=1$时，$a^{\alpha}=1$。

（3）当$0<a<1$时，a^{α}是一个实数，它大于以a为底，以α的任何过剩近似值为指数的幂而小于以a为底，以α的任何不足近似值为指数的幂。

（4）零的正无理数次幂为零，零的负无理数次幂无意义。由于分数指数幂的定义中规定底a不能为负数，所以，无理数指数幂的定义中也规定底a不能为负数。

第二节　常用对数

一、教学要求

1．运用“矛盾的相互转化”的观点阐明指数和对数之间的区别和联系以及它们之间的相互转化，对学生进行辩证唯物主义教育。通过对数性质和利用对数进行计算的教学，使学生掌握数学科学的最有力的杠杆之一——利用对数进行

计算，解决有关问题。

2．使学生正确理解和掌握对数概念和性质、常用对数概念和性质，熟练掌握查对数表和查反对数表、利用对数进行计算。

二、教学建议

1．本节教材的重点难点关键。

本节教材是在指数概念推广到实数范围的基础上建立对数概念的。教材以矛盾转化的观点为指导，紧扣对数的定义，运用指数式和对数式的相互关系，阐述对数的性质和常用对数的性质。

利用对数进行计算是本节的重点，而对数的性质和常用对数的性质是利用对数进行计算的依据，所以，必须重视对数和常用对数性质的教学，务必使学生切实掌握。正确掌握常用对数首数的确定方法和真数的定位方法才能保证利用对数进行计算的正确。因此，常用对数的性质以及上述两个方法能否切实掌握是能否正确利用对数进行计算的关键。对数概念和具有负首数的对数计算是教学的难点。

2．关于对数概念的教学

本节是从求大港油田原油产量每年平均增长率时，要算$\sqrt[5]{4.5}$的值，而提出要用新的计算方法的，这个计算方法就是利用对数进行计算，从而使学生初步认识到利用对数进行计算的好处，激发学生为革命学好本节内容的自觉性。

指数和对数是实质相同而表现形式不同的两个概念，当$a>0$，且$a\neq 1$时，指数式$a^b=N$和对数式$log_aN=b$只是从不同的侧面来反映a、b、N之间的同一关系，因此，要抓住它们之间的这一关系来阐明对数的意义和性质。为了使学生明确对数概念的意义，教师可多举几个指数式，让学生说出各个字母或数字的名称（底数、指数、幂），再让学生把这些

指数式写成对数式，说出各个字母或数字的名称（底数、对数，真数）．利用例1，让学生熟练指数式和对数式的互化，这样，可以加深学生对对数概念意义的理解．对数定义中的条件：$a>0$，$a\neq 1$是不可缺少的，在教学中切勿把它看成可有可无。相反，要向学生讲清楚这个条件是保证对于每一个正实数N，都有唯一的实数b和它对应。因为当a是不等于1的正数，譬如$a=2$，那么，指数式$2^b=N$中，b每取一个确定的值，由幂的概念可知，N必有唯一确定的值与b对应；反过来，N每取一个确定的正数，b必有一个确定的值和N对应。$a>0$，$a\neq 1$这个条件也是非要不可的，因为

若$a=0$，$\begin{cases} N\neq 0\text{时，}b\text{不存在，} \\ N=0\text{时，}b\text{不确定。} \end{cases}$

若$a<0$，对于N的某些值，b不存在，例如$a=-2$，$N=8$，不存在一个实数b，使得$(-2)^b=8$。

若$a=1$，$\begin{cases} N\neq 1\text{时，}b\text{不存在，} \\ N=1\text{时，}b\text{不确定。} \end{cases}$

在$a>0$，$a\neq 1$的条件下，便有$a^b>0$，即$N>0$，所以在对数式$\log_a N=b$中，不但要求$a>0$，$a\neq 1$，而且还要求$N>0$。

学生开始写对数式时，往往写得不好，教师要作好示范并严格要求学生按规格书写。

通过分析指数式$a^b=N$的性质直接得出的几个对数性质（$\log_a a=1$，$\log_a 1=0$，$\log_a a^b=b$，$a^{\log_a N}=N$等）是对数概念本身所具有的，也可以说是对数概念的进一步的描述，因此，必须使学生在理解了对数定义的基础上掌握好这几个对数的基本性质。通过对数的基本性质的教学，一方面使学生掌握这几个基本性质，解决例2、例3那样的问题，以便牢固掌握对数的概念；另一方面使学生掌握研究对数的

性质往往通过分析指数式的性质或把对数式转化为指数式后，通过指数式的性质来导出对数式的性质这一方法，并为证明积、商、幂、方根的对数的性质打下基础。

3. 关于积、商、幂、方根的对数的教学

这一内容学生掌握得好不好，直接影响到利用对数进行计算的教学。因此，除了在课堂上讲清楚性质的证明思路和完成证明外，还需给学生有足够份量的练习，以求熟练地利用积、商、幂、方根的对数的性质，把一个代数式的对数展开为对数的和差形式。前者是为了加强基础理论、提高学生分析问题和解决问题的能力的需要，后者是为了更好地培养学生迅速而准确的运算技能的需要。

由于性质的证明较为抽象，不易被学生接受，教师可在复习对数的意义和对数的基本性质以及研究这些性质时所采用的方法的基础上，启发学生分析证明的思路：

要证明的等式 $\log_a(M\cdot N)=\log_a M+\log_a N$ $(M>0,$ $N>0)$，左边是两数积的对数，实际上是某一数的对数，右边是两个对数的和。两边都是对数形式，我们希望把这些对数式都转化为指数式，以便通过指数式的性质来推导出积的对数的性质。为此，假设 $\log_a M=x$，$\log_a N=y$。有了这个假设，就可以把它转化为指数式 $a^x=M$，$a^y=N$，而且很明显要证明的等式右边就是 $x+y$。因此只需证明 $\log_a(M\cdot N)=x+y$ 就可以了。这时，就可直接利用指数式 $M=a^x$，$N=a^y$ 算出 $M\cdot N=a^x\cdot a^y=a^{x+y}$，再把指数式 $M\cdot N=a^{x+y}$ 转化为对数式 $\log_a(M\cdot N)=x+y$，这就是所要证明的等式 $\log_a(M\cdot N)=\log_a M+\log_a N$ 了。

经过上述分析后，教师必须严格按规范在黑板写出证明步骤，完成证明。

每个性质（等式）证明后，师生还可共同研究 a，M，N，

n的允许值，让学生用自己的语言叙述各个性质。

在练习“开展”对数时，注意学生可能产生下面的错误：

$$log_a(x\pm y)=log_ax\pm log_ay,\ log_a\frac{x}{y}=\frac{log_ax}{log_ay},$$

$$log_a(x\cdot y)=log_axlog_ay,\qquad log_anx=nlog_ax,$$

$$log_a\frac{b}{xy}=log_ab-log_ax+log_ay,$$

$$log_a\sqrt[n]{xy}=\frac{1}{n}logx+log_ay,$$

$log_a(xy)^n=nlog_ax+log_ay$，等等。

4．关于常用对数的教学

因为$log_a16=4$，$log_416=2$，即$log_216\neq log_416$，所以，同一真数对于不同的底就有不同的对数。鉴于这种情况，我们应该选择怎样的数做底来对对数作进一步研究呢？由于我们通常的记数法是十进制，且有$10^n=\underbrace{100\cdots\cdots0}_{n个0}$，$10^0=1$，$10^{-n}=\underbrace{0.00\cdots\cdots}_{n个0}01$（$n$为正整数），因此，以10为底的对数具有特殊的性质，并使得利用对数能简化计算。我们把以10为底的对数叫做常用对数或十进对数。以后，我们说一个数的对数指的是这个数的常用对数，我们说取对数，也是指取常用对数。对于异于10为底的对数则必须说出它的底。如log_25应读作以2为底时5的对数，如说5的对数指的是$lg5$。

本小节引用的毛主席语录，在于说明研究常用对数性质的必要性，并以对对数性质的共同的认识为指导去进行常用对数性质的研究。例如，性质1是根据幂的对数性质，算出一系列10的整数次幂的对数，然后归纳得出；性质4是根据幂的对数性质和积的对数性质，通过观察某些数（3.256，

32.56，……）的对数之间的关系得出。然而在具体研究哪些数的常用对数的问题上，则采用从特殊（10的整数次幂）到比较一般（10的非整数次幂）的方法的。

讲授性质1时，可按课本分点归纳得出。性质2是从比较真数的大小以及它们对应的对数的大小而得。

讲述真数不是10的整数次幂的对数时，可先让学生思考：既然10的整数次幂的对数是一个整数，那么不是10的整数次幂如$10^{\frac{1}{2}}$，3.256等，它们的对数还是不是整数？学生凭直观就可以回答：不是整数。事实上$lg10^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}lg10=\frac{1}{2}=0.5$，这是小数。然后引导学生根据性质2来证明$lg3.256$是一个小数，再按课本讲述性质3。

5．关于首数和尾数的教学

这一小节内容也是常用对数的性质，不过为了突出对数的首数和尾数以及便于教学安排而另立一小节。

由于任何一个小数都可以分解为一个整数与一个正的纯小数的和，所以性质4是显然易见的.教学时，可先直接指出性质4，给首数和尾数下定义，然后才按课本论述，通过观察325.6，32.56，3.256，0.3256，0.03256的对数之间的关系而得到性质5。

性质5没有指出首数关系，教学时可补充说明：“小数点位置不同的数，它们的对数首数不相同。”由此引出怎样求一个数的对数首数的问题。

确定对数首数的方法和由对数首数确定真数小数点位置的方法可让学生观察，比较，总结出来。这两个方法务必让学生反复练习，牢固掌握。

对数首数是负数时的写法，要向学生讲清楚。

因为10的整数次幂的对数是整数，所以我们认为，10的

整数次幂的对数尾数为零．这样，任何一个正数的对数总可以写成首数与尾数之和，求一个正数的对数也总可以先分别求出它的首数和尾数，然后合并而得．

6．关于常用对数表和反对数表的教学

要向学生讲清楚这两个表的结构、作用和使用方法，要指出查对数表求对数尾数时，是不管真数的小数点位置的，只取真数第一个不为零开始的四个数字（或第四个数字由第五个数字四舍五入而得）来查表的，而查反对数表求真数时，特别要注意给定对数的小数点的位置，小数点前面的数字是首数，它是用来决定真数的小数点位置的，而小数点后面的四个数字（或第四个数字由第五个数字四舍五入而得）是用来查表的．

必须强调求对数的三个步骤和求真数的两个步骤，教师课堂讲授和学生练习都要按步骤一步一步进行，以免发生错误．这两小节练习第2题中的错误，学生是经常发生的，要帮助学生分析产生错误的原因．

具有负首数的对数计算，学生初学会感到困难．为了排除这一困难，课本在常用对数表这小节里安排了例3，讲述例3时要着重说明具有负首数的对数的计算方法，强调对数尾数一定是正的纯小数或0．在进行加法运算或乘法运算中，从尾数进到首数的数值一定是正值．在减法运算中，如果被减数尾数小于减数尾数时，必须从被减数的首数借1，相减后得的尾数也是正的纯小数．教师要反复提醒学生注意，当被减数的首数被尾数借去1后，被减数的首数必须同时加上－1．在除法运算中，当负首数不能被除数整除时，往往适当地减去又同时加上同一个整数，把原负首数变成能被除数整除的负数，而且这个负数的绝对值大于原负首数的绝对值，而小于原负首数的绝对值与除数之和（这里说的除数是正整数）．例如：