

普通高校本科计算机专业特色教材精选·数理基础

离散数学教程

杨祥金 编著

清华大学出版社



普通高校本科计算机专业特色教材精选·数理基础

离散数学教程

杨祥金 编著

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书全面介绍了计算机专业必备的离散数学基础知识,全书共分10章,内容包括数理逻辑,集合,关系,函数,无限集和基数,代数系统概论,群、环和域,格与布尔代数,图论,模型论浅述。

本书按照认识论的规律介绍知识,用方法论指导定理证明与推导。因此,本书的介绍深入浅出,特别适合于作为高等院校理工科各专业本科生的教材,也适合于相关领域的科技工作者参考使用。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

离散数学教程/杨祥金编著. —北京:清华大学出版社,2010.5

(普通高校本科计算机专业特色教材精选·数理基础)

ISBN 978-7-302-21698-8

I. ①离… II. ①杨… III. ①离散数学—高等学校—教材 IV. ①O158

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第242988号

责任编辑:袁勤勇 顾 冰

责任校对:白 蕾

责任印制:杨 艳

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦A座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者:北京市世界知识印刷厂

装 订 者:三河市兴旺装订有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印 张:22

字 数:510千字

版 次:2010年5月第1版

印 次:2010年5月第1次印刷

印 数:1~3000

定 价:29.50元

产品编号:033567-01

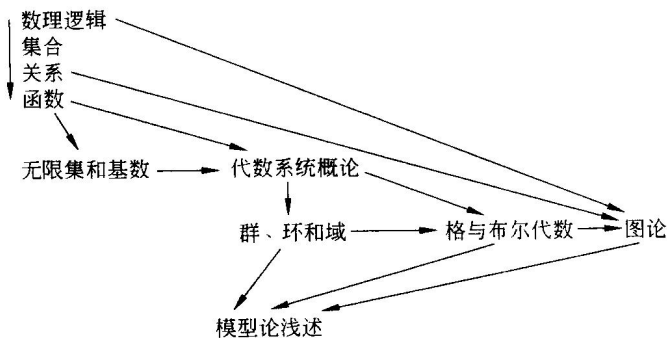
前言

PREFACE

笔者在“计算机科学”领域从事过硬件、软件和理论等方面的研究与教育工作，研究领域经历了从硬件到软件、从软件到计算机理论科学的转变，对计算机科学领域的知识有着较为深刻的理解。本书是笔者从教 20 余年的经验总结，它既是经验的积累，也是心得体会的记录。本书在命题叙述、定理证明、结论推导等诸多方面都特别适合于工科学校学生阅读，也适合于科技工作者阅读。

本书按照认识论的规律来介绍知识，用方法论指导定理证明与推导。因此，本书的介绍深入浅出，特别适合于高等院校理工科各专业的学生。通过对本书的学习，读者不但能从本书得到这一领域的基础理论知识，而且本书能指导理论与工程技术人员如何思考问题、分析问题，如何组织理论系统和利用理论系统进行理论推理和问题求解。本书所涉及的课程是计算机专业的必修课，对广大科技工作者也是一本非常有价值的参考书。

按照本教程各章知识之间的相互联系，建议授课次序如下：



授课可按照“章”的顺序进行，并根据需要作适当的调整。其中，第 1~7 章是本课程必须讲授的内容，第 1~4 章是基础知识（数理逻辑和集合论），第 6、7 章介绍代数系统的知识，这都是讲授的重点内容，至于其余各章可根据需要适当讲授。一般来讲，通过前面 7 章的学习，

学生的知识水平和自学能力必将有很大的提高,这时可根据课文的难易,学生的接受能力与自学能力,设置第5、8~10这4章中的某几章由学生自学。例如,第9、10章由学生自学,或第5章由学生自学,或第8章由学生自学。

现在把各章内容的讲授要点介绍如下。

“数理逻辑”、“集合”、“关系”和“函数”,这4章是数学和一切科学的基础,因此要放在首先讲授的位置。“数理逻辑”是用数学方法研究形式逻辑所产生的学科,它的产生又广泛地应用于包括数学在内的科学研究中,科技中的各种形式符号都来源于这几章,把它们放在首先讲授的位置是合适的。目前国内所见的数理逻辑书籍不多,教科书更少,本书按照认识的规律介绍数理逻辑,介绍过程中不断地联系数学概念,使读者对每一个逻辑概念的引入都感到“必然”,同时也使得介绍更显得深入浅出、通俗易懂、系统全面。为了培养学生的系统观点,在本教学模块中借用了几何中的公理系统,在讲授命题演算和谓词演算之后,对公理系统、形式系统等数学系统作了全面、专门的介绍,对它们的组成、各部分的作用和性能作了较为深入的探讨。对形式系统的合理性、一致性、完备性作了专门的讨论与证明,在这章的最后部分对“逻辑在自动定理证明中的应用”作了介绍,使得本书的数理逻辑显得更全面、更系统。本书仅用了1/3篇幅就把数理逻辑的内涵介绍得淋漓尽致,是一本难得的学习好书。

从授课图知道,接下来讲授的是“集合”、“关系”和“函数”,这是集合论研究的内容,为了可接受性,本书只介绍“朴素集合论”,这部分的介绍宗旨是“短小精悍,突出重点”。

“代数系统概论”、“群、环和域”,即第6、7章是较难讲述的内容。本书按照认识事物的规律,从“具体到抽象”、“从部分到全局”的认识规律讲述,使得这两章的讲述符合工科学生的思维习惯,使得读者易于理解而不感到理论化和枯燥。这部分内容对培养学生的抽象思维能力、系统综合能力和表达能力是大有帮助的。

“无限集和基数”一定要在函数之后介绍,因为本章要用函数作为工具来讲述和解释无限集。

“格与布尔代数”是集合与关系的延伸,是代数系统的延伸,是代数系统的一个实例,因此,这一章最好在“集合”、“关系”和“函数”及“代数系统”之后介绍。

“图论”是比较独立的内容,可以独立地放在授课图中任何次序上介绍。本书为了节省篇幅,对本教学模块只讲基本概念,不讲算法。要了解更多的人员可学习其他参考书。

“模型论浅述”是本书的总结,模型论是用数理逻辑方法研究代数,用代数研究逻辑的产物,本章的目的是把本书的知识提到更高层次。

本教程各章节都配有例子、习题和“思考与提示”,读者一定要弄懂其中的例子,尽可能阅读“思考与提示”,并可根据自己的情况对习题作适当的选择,太难的习题本书没有收入,有兴趣的读者可以参阅其他习题集与习题解答。

本教程在内容叙述上不采用一般数学教科书中纯粹的数学语言,而是采用工程技术人员易于接受的“拟数学语言”,这样做既能使得本书保持数学的严密性,又使得本书具备了工程技术人员易于阅读的可接受性。

任何科学都离不开“定义”、“定理”和“证明”。对于定义，本教程不但介绍有关知识的具体定义，而且结合实例研究“下定义”的方法。对于“定理和证明”本书帮助读者分析定理的题意，使得读者首先明确“已知条件”和“证明的目标”，再向读者提供解题思路与方法以及讲解方法的来源。使得证明过程已不仅仅是证明步骤的叙述，而是证明思路与方法的介绍。本教程按照认识事物的规律分析题目，用“方法”指导证明思路，因此本课程的有关章节都专门设立了“证明思路与方法”栏目，用于介绍证明方法和分析证明思路。

本书不仅介绍数学知识，而且教人们如何进行逻辑思维、抽象思维，如何构筑理论系统，形式化地表达理论。确切地讲，本课程的内涵是介绍思维方法与技巧的教科书。通过本书的学习，学生的逻辑思维能力、抽象思维能力、系统综合能力、知识的表达，特别是知识的形式化表达能力，抽象与综合能力将得到极大的提高。

书中许多内容都渗透了我个人的理解与体会，缺点和错误在所难免，欢迎大家批评指正。

本教程编写过程中得到了东南大学计算机系的领导和同事们的关怀和帮助，得到了妻子的无微不至的照顾，在此对他们以及所有帮助过我的人表示感谢！

编者 杨祥金 于南京

2010年1月

目 录

CONTENTS

第 1 章 数理逻辑	1
1.1 命题逻辑的基本概念	1
1.1.1 命题的形式表示与逻辑连接词	1
1.1.2 逻辑表达式和等价式	6
1.1.3 命题常元、命题变元和命题公式	7
1.1.4 真值函数与真值表	7
1.1.5 等价式和永真蕴含式	8
1.1.6 其他逻辑连接词	12
1.1.7 逻辑连接词及其完备功能集	14
1.1.8 对偶原理	15
1.1.9 范式	17
1.2 命题逻辑中的推理规则和证明方法	22
1.2.1 自然推理	22
1.2.2 证明方法	24
1.2.3 形式逻辑中的一些主要定律在数理逻辑中的表示	26
1.3 命题演算与公理系统	28
1.3.1 公理系统的基本概念	28
1.3.2 形式系统的基本概念	29
1.3.3 公理系统的基本要求	30
1.3.4 公理系统 L	31
1.3.5 自然推理与公理系统推理	35
1.3.6 公理系统 L 的性质	37
1.3.7 其他命题逻辑公理系统	39
1.4 一阶谓词逻辑的基本概念	41
1.4.1 谓词及其符号化表示	42
1.4.2 量词与量化	43
1.4.3 一阶语言 $\mathcal{L}$ 和谓词演算	44

1.4.4	变元的约束与辖域	46
1.4.5	谓词公式的解释	48
1.4.6	谓词演算中的等价式和永真隐含式	50
1.4.7	前束范式	53
1.5	谓词演算的推理规则与证明方法	54
1.5.1	自然推理	54
1.5.2	公理系统推理	57
1.5.3	公理系统 K	58
1.5.4	K 的合理性、一致性和完备性	59
1.6	自动定理证明与消解原理	61
1.6.1	概述	62
1.6.2	Herbrand 理论	63
1.7	Robinson 消解原理	73
1.7.1	命题逻辑中的消解原理	74
1.7.2	代换与合一算法	76
1.7.3	合一算法在谓词逻辑消解原理中的应用	78
1.7.4	删除策略	79
1.7.5	消解方法	80
1.8	Horn 子句问题求解逻辑	84
第 2 章	集合	85
2.1	集合的基本概念和表示方法	85
2.1.1	元素与集合之间的“属于”关系	85
2.1.2	“概括性公理”与集合的描述法表示	87
2.1.3	“外延性公理”与集合的相等	87
2.1.4	集合之间的“包含”关系($\subseteq$)	88
2.1.5	集合的幂集	89
2.2	集合的运算	91
2.2.1	集合的“并”、“交”、“差”、“补”运算	91
2.2.2	集合的环和、环积运算	92
2.2.3	集合运算的 Venn 氏图表示	93
2.2.4	集合的笛卡儿乘积和序偶	93
2.2.5	基数的概念与包含排斥原理	94
2.3	归纳定义与归纳证明	97
2.3.1	自然数域上函数的递归定义	98
2.3.2	构造性表达式的归纳定义	99
2.3.3	自然数的归纳定义	100
2.3.4	Peano 公设	101

2.4	归纳证明	102
2.4.1	构造性表达式性质的证明	102
2.4.2	自然数集合上表达式性质的证明	103
2.4.3	数学归纳法第 1 推理规则	104
2.4.4	数学归纳法第 1 推理规则的变形	105
2.4.5	数学归纳法第 2 推理规则	105
2.5	语言的“并置”运算、“幂”运算和“闭包”运算	107
第 3 章	关系	111
3.1	关系的基本概念	111
3.1.1	关系及其数学定义	111
3.1.2	二元关系	112
3.1.3	关系矩阵和关系图	114
3.2	关系的性质	115
3.2.1	关系的性质	116
3.2.2	有关关系性质的总结	118
3.3	关系的复合运算	121
3.3.1	复合运算的定义	121
3.3.2	复合运算的图形表示	121
3.3.3	用关系矩阵实现关系复合	122
3.3.4	复合运算的性质	124
3.4	关系的幂运算	125
3.4.1	关系的幂运算	125
3.4.2	用关系图实现幂运算	125
3.5	逆关系及其性质	126
3.5.1	逆关系	126
3.5.2	逆关系的性质	127
3.6	关系的闭包运算	128
3.6.1	关系闭包的定义	129
3.6.2	关系闭包的求法	129
3.7	次序关系	132
3.7.1	偏序集合的哈斯图表示	133
3.7.2	偏序集合的特异元素	134
3.7.3	偏序集合特异元素的一些定理	135
3.7.4	线序集合和良序集合	136
3.7.5	词典序和标准序	137
3.7.6	拟序集合	138
3.8	等价关系与划分	138

3.8.1	等价关系	138
3.8.2	等价类及其性质	140
3.8.3	集合的覆盖与划分	141
3.8.4	划分与等价关系	142
3.9	相容关系	143
第4章	函数	145
4.1	基本概念	145
4.1.1	函数的定义与相等	146
4.1.2	函数诱导出的函数	147
4.1.3	$f: X \rightarrow Y$ 表达的是一类函数	148
4.1.4	多元函数的表达	149
4.1.5	函数的归纳定义与递归定义	150
4.1.6	偏函数和函数的扩大与缩小	153
4.1.7	函数的复合	154
4.2	特殊函数类	155
4.2.1	映射的基本概念	155
4.2.2	几个常用的函数类	157
4.3	逆函数	161
4.4	置换	163
4.5	运算	164
第5章	无限集和基数	169
5.1	无限集的基本概念	169
5.2	可数集与不可数集	172
5.3	不可数无限集及其基数	175
5.4	基数的比较	178
5.4.1	基数的相等与次序关系	178
5.4.2	有关基数的一些定理	180
5.5	无限集合的特性	183
第6章	代数系统	187
6.1	代数系统的组成与分类	188
6.2	代数系统的公理	189
6.3	代数运算的规则和特异元素	190
6.4	子代数	194
6.5	常见代数系统的实例	194
6.6	代数系统的同构与同态	197

6.6.1	同构的定义	197
6.6.2	同构的例子	200
6.6.3	同构的性质	202
6.6.4	同态的定义	204
6.6.5	同态的实例	205
6.6.6	同态的性质	206
6.7	同余关系	211
6.8	商代数和积代数	215
第7章	群、环和域	221
7.1	半群和独异点	221
7.1.1	半群和独异点的概念	221
7.1.2	循环含幺半群和生成元	223
7.1.3	半群和独异点的同态与同构	226
7.2	群	228
7.2.1	群的定义	229
7.2.2	群的基本性质	230
7.2.3	群的同态与同构	233
7.2.4	置换群	237
7.2.5	循环群	240
7.2.6	子群的定义与判定	242
7.2.7	子群的陪集与拉格朗日定理	244
7.2.8	正规子群和商群	248
7.3	环和域	249
7.3.1	环的基本概念	249
7.3.2	整环、体和域的基本概念	252
7.3.3	子环与理想的基本概念	255
第8章	格与布尔代数	259
8.1	格是满足一定条件的偏序集合	259
8.1.1	基本定义	259
8.1.2	格的对偶性原理和基本性质	262
8.1.3	“保交”、“保联”运算的性质	263
8.2	格是满足一定公理的代数系统	268
8.3	子格与格的积代数	270
8.4	格的同态与同构	272
8.5	特殊格	274
8.5.1	有补格	275

8.5.2	分配格	276
8.5.3	有补分配格的性质	278
8.6	布尔代数	279
8.6.1	布尔代数的基本定义与性质	279
8.6.2	子布尔代数	281
8.6.3	布尔同态	282
8.6.4	有限布尔代数的原子表示	282
8.6.5	布尔代数的积代数	286
8.6.6	布尔函数	286
第9章	图论	289
9.1	图的基本概念	289
9.1.1	图的定义	289
9.1.2	图论中的名词汇集及其解释	290
9.1.3	结点的次数	292
9.1.4	子图与图的同构	293
9.2	路径和回路	295
9.2.1	基本概念	295
9.2.2	可达性与连通性的概念	297
9.2.3	欧拉路径与欧拉循环	299
9.2.4	哈密屯路径与哈密屯循环	300
9.3	图的矩阵表示	302
9.3.1	邻接矩阵	302
9.3.2	矩阵运算	303
9.3.3	可达性的矩阵运算	305
9.4	平面图	306
9.4.1	库拉托夫斯基定理	306
9.4.2	欧拉公式	307
9.5	二部图(偶图)	309
9.6	树	309
9.7	根树(有向树)	311
9.7.1	根树的性质	312
9.7.2	根树在语法分析中的应用	313
9.7.3	根树在运算表达式表示中的应用	313
9.7.4	根树在前缀码表示中的应用	314
9.7.5	根树在搜索、决策和博弈问题中的应用	315
9.8	支撑树和割集	317

第 10 章 模型论浅述	319
10.1 逻辑科学的发展概要.....	319
10.2 数理逻辑的形成与发展.....	319
10.2.1 从莱布尼兹到布尔.....	320
10.2.2 数学公理化运动.....	320
10.2.3 从罗素悖论到希尔伯特方案.....	320
10.2.4 哥德尔不完全性定理.....	322
10.3 模型论的发展历史.....	322
10.4 模型论的研究内容.....	323
10.5 模型论的研究方法.....	326
10.5.1 一阶语言的语法.....	327
10.5.2 一阶语言的语义.....	329
参考文献.....	332

数理逻辑

逻辑是研究思维的形式与推理规律的科学。逻辑分为形式逻辑和辩证逻辑两种。数理逻辑是用数学的方法研究形式逻辑所产生的一门科学。所谓数学的方法也就是符号化、形式化的方法,所以,数理逻辑又称符号逻辑。现代数理逻辑有4大分支,即证明论、模型论、递归论和公理集合论。本章介绍它们的共同基础——命题逻辑和一阶谓词逻辑,即古典数理逻辑。本章介绍各种证明方法和推理方法,并对公理系统和形式系统的基本概念、特性和推理方法作了介绍,目的是使读者对公理系统的组成和公理系统推理有所了解,为读者今后构造理论系统并用理论系统进行证明和推理打下基础,为后面学习模型论做好准备。因为消解原理是机械定理证明的理论基础,也是一种证明方法,所以在本章也做了介绍。

1.1 命题逻辑的基本概念

思维的表达离不开语言,语言由句子所组成,命题逻辑是以命题作为它的研究对象,所谓命题从语义的角度看就是句子,用来表示命题的句子不是自然语言中的任意句子,而是自然语言中的陈述句。陈述句有一个特点,那就是它的语义总是,而且只能有两个值:“真”(true)或“假”(false),所以,这里所介绍的逻辑也称二值逻辑。

1.1.1 命题的形式表示与逻辑连接词

1. 命题的形式表示

凡是具有真假值的句子称为命题。命题按复杂程度可分成两种:原子命题和复合命题。原子命题是一个简单句,也是一个陈述句。复合命题至少是原子命题,或者是原子命题的否定,或者是几个原子命题利用逻辑连接词复合而成的命题。

在命题逻辑中,规定用大写英文字母 $A, B, C, \dots, P, Q, R$ 等或 $A_1, A_2, \dots, P_1, P_2, \dots$ 表示命题。但不准使用 T、F 表示一般的命题。因为 T、F

专门用来表示永真命题、永假命题及命题的真值。

表示命题的符号称为命题标识符,又称命题常元。表示任意命题的命题标识符称为命题变元,表示原子命题的变元称为原子命题变元。命题变元表示任意命题,无确定的“真”、“假”值,因此它不是命题,只有当给命题变元指派一个命题时,命题变元才称为命题,它才有确定的真值(真、假),这种给命题变元指派命题的做法称为命题变元的“实例化”。对原子命题变元而言,指派的可能不是命题,而是命题的真值: T(真命题)或 F(假命题),这种指派也称为真值指派。

2. 逻辑连接词

这里介绍 5 个逻辑连接词,它们是否定连接词($\neg$)、合取连接词($\wedge$)、析取连接词($\vee$)、条件连接词($\rightarrow$)、双条件连接词($\leftrightarrow$)。每个连接词的功能用一个表来定义,这个表称为定义表又称真值表。

(1) 否定连接词: 用“ $\neg$ ”符号表示否定连接词,其定义如表 1-1 所示。

表 1-1

P	$\neg P$
T	F
F	T

这里, P 是命题, $\neg P$ 就是复合命题,读作否定 P 或非 P 。从定义表 1-1 可以看出,命题 P 和命题 $\neg P$ 的关系是: 命题 P 为真,当且仅当 $\neg P$ 的真值为 F。 $\neg$ 称为“否定”连接词。如果用一个集成块来实现“否定”,此集成电路是反相器,它有一个输入,一个输出,输出总是和输入相反。

(2) 合取连接词: 用“ $\wedge$ ”符号表示合取连接词,其定义如表 1-2 所示。

命题 P 与 Q 的合取记作“ $P \wedge Q$ ”。读作 P 与 Q 。 $P \wedge Q$ 取值为真(T),当且仅当 P 与 Q 都为真(T)。很显然, $P \wedge \neg P$ 是永假式。“ $\wedge$ ”称为合取连接词,或称“与”连接词。如果用集成块来实现“合取”,此电路称为“与门”,此与门有两个输入,一个输出,输出取决于两个输入,只有当两个输入都是 T 时,输出才会是 T。当两个输入中有一个或一个以上输入为 F 时,输出就为 F。

(3) 析取连接词: 用“ $\vee$ ”符号表示析取连接词,其定义如表 1-3 所示。

表 1-2

P	Q	$P \wedge Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

表 1-3

P	Q	$P \vee Q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

命题 P 与 Q 的析取记作“ $P \vee Q$ ”,读作 P 或 Q 。 $P \vee Q$ 取值为假(F),当且仅当 P 与 Q 都为假(F)。很显然, $P \vee \neg P$ 是永真式,在逻辑中它被称为重言式。“ $\vee$ ”称为析取连接词,或称“或”连接词。如果用集成块来实现“析取”,此电路称为“或门”,此或门有两个输入,一个输出,输出取决于输入。当两个输入中有一个或一个以上为 T 时,输出就为 T。很显然, $\vee$ 是“可兼或”。当两个输入都为 F 时,输出才为 F。

(4) 条件连接词: 用“ $\rightarrow$ ”符号表示条件连接词,其定义如表 1-4 所示。

$P \rightarrow Q$ 称为条件命题,读作“如果 P 则 Q ”,其中 P 称为前件, Q 称为“后件”。 $\rightarrow$ 称为

“条件”连接词,如果……则……连接词,或称 if…then…连接词。从定义表 1-4 可以得到下列结论:

① $P \rightarrow Q$ 为假,当且仅当 P 为 T, Q 为 F。

② 当条件命题 $P \rightarrow Q$ 的前件 P 为 F 时,无论后件 Q 的取值是 T 还是 F,条件命题 $P \rightarrow Q$ 的真值总是 T。

③ 条件命题 $P \rightarrow Q$ 为 T,当且仅当 P 为 F 或 Q 为 T,即 $\neg P \vee Q$ 复合命题的真值和条件命题 $P \rightarrow Q$ 的真值一样。

(5) 双条件连接词:用“ $\leftrightarrow$ ”符号表示双条件连接词,其定义如表 1-5 所示。

表 1-4

P	Q	$P \rightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

表 1-5

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

$P \leftrightarrow Q$ 称为双条件命题。读作“ P 当且仅当 Q ”, $\leftrightarrow$ 称为双条件连接词,又称为“当且仅当”连接词。复合命题 $P \leftrightarrow Q$ 取 T,当且仅当 P 与 Q 取相同的真值(T、F),即同真假。 P 称为双条件连接词 $\leftrightarrow$ 的左部, Q 称为双条件连接词 $\leftrightarrow$ 的右部。

【例 1-1】 下列句子都是命题:

- (1) 今天下雪。
- (2) $3+3=6$ 。
- (3) 2 是偶数。
- (4) $1+101=110$ 。
- (5) 别的星球上也有生物。
- (6) 离散数学是计算机科学的一门核心理论课。
- (7) 今天不下雪。
- (8) 2 是偶数,3 也是偶数。
- (9) 如果天气好,我就去学校。
- (10) 偶数 α 是质数当且仅当 $\alpha=2$ 。
- (11) 今晚我看书或去看电影。
- (12) 南京天气很热。
- (13) 如果没有太阳,地球上的生命将灭亡。
- (14) 如果没有太阳,生命不会灭亡。

指出这些命题中哪些是原子命题? 哪些是复合命题? 它们的真值如何确定?

【例 1-2】 下列句子都不是命题:

- (1) $x+y>4$ 。
- (2) 好啊!
- (3) 有问题吗?

(4) $x=3$ 。

指出它们为什么不是命题？

【例 1-3】 下面的句子称为“悖论”，不是命题：

我在说慌。

悖论的特点是什么？举例说明生活中的悖论、数学中的悖论、工程中的悖论和形式逻辑中的悖论。

【例 1-4】 指出下列命题是原子命题还是复合命题：

(1) 控制台打字机既可作为输入设备又可作为输出设备。

(2) 南京不是大城市。

(3) 胎生动物必定是哺乳动物。

(4) 如果我没有空闲，我就去商场。

(5) 人总是要死的。

(6) 小杨和小李是夫妻。

(7) 小张否定了自己的看法。

(8) ABC 是等腰三角形，当且仅当三角形中有两条边相等。

答案：(1) 不是 (2) 不是 (3) 是 (4) 不是 (5) 是 (6) 是 (7) 不是 (8) 不是

如何将命题符号化、形式化呢？符号化就是用符号表示命题，形式化就是按照一定的形式规律表示命题。给定的命题如果是原子命题，符号化、形式化很简单，用一个符号表示就可以了。例如，用“ P ：原子命题”表示 P 就是原子命题的符号表示。如果是复合命题，符号化、形式化的关键在于将命题进行分割，将命题分割成不能再分割的简单命题（原子命题），而后将原子命题用符号表示，再应用逻辑连接词把原子命题复合起来成为需要形式化的命题。

【例 1-5】 设 P ：天下雪； Q ：我将去镇上； R ：我有空闲。

将下列命题符号化、形式化。

(1) 如果天下雪且我没有空闲，那么我不去镇上。

$$P \wedge \neg R \rightarrow \neg Q$$

(2) 我将去镇上当且仅当我有空闲。

$$Q \leftrightarrow R$$

(3) 天不下雪。

$$\neg P$$

(4) 除非下雪，否则我将去镇上。

$$P \leftrightarrow Q$$

(5) 或者下雪或者我去镇上。

$$P \vee Q$$

(6) 天在下雪，我在去镇上。

$$P \wedge Q$$

【例 1-6】 符号化下列命题：

(1) 辱骂和恐吓绝不是战斗。