

高考阅卷名师讲评丛书

高考数学试卷讲评 与答题得失例析

汪香志 主编



陕西师范大学出版社

高考阅卷名师讲评丛书

G634.6/21

高考数学试卷讲评与答题得失例析

主 编	汪香志	
编 者	刘亚莉	汪香志
	王小卫	李鹏云
	王西文	孙宏斌

4.8

陕西师范大学出版社

图书代号: JF097800

高考阅卷名师讲评丛书

高考数学试卷讲评与答题得失例析

主编 汪香志

陕西师范大学出版社出版发行

(西安市陕西师大 120 信箱 邮政编码 710062)

新华书店经销 西安蓝田县印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 9.125 字数 197 千

1997 年 12 月第 1 版 1997 年 12 月第 1 次印刷

印数: 1—15000

ISBN7-5613-1702-6/G·1211

定价: 9.00 元

开户行: 西安工行小寨分理处 账号: 216-144610-44-815

读者购书、书店添货或发现印刷装订问题, 请与发行科联系、
调换。

电话: (029) 5251046

目 录

从高考数学命题谈素质教育的实践	(1)
高考数学试卷分类讲析	(8)
一 代数	(8)
高考试题	(8)
典型讲析	(41)
基础训练	(106)
二、立体几何	(112)
高考试题	(112)
典型讲析	(126)
基础训练	(145)
三、解析几何	(152)
高考试题	(152)
典型讲析	(166)
基础训练	(190)
参考答案及解答提示	(196)

从高考数学命题谈素质教育 教育的实践

素质教育是当前教育改革的方向,也是教育研究的热点.高考是教育的一个组成部分.因此,素质教育应是高考命题人员研究的课题,也应是高考中实施的内容,近几年的高考数学命题在这方面进行了认真的研究和初步的探索,取得了可喜的成绩,起到了良好的导向作用.

素质是人的综合品质,素质教育必须从生理、心理、社会性各层面上,努力提高受教育者的道德素质、文化素质、心理素质 and 身体素质,素质教育立足于人的潜能的开发和综合品质的提高,素质教育的目标在于全面提高每个受教育者的素质,其时代性、社会功效性均体现在对素质的要求中,高考作为一种教育评价的手段,向高等学校输送人才只是这个目标的附带成果,更重要的是,它是对合格中学毕业生综合品质的一次检阅.

高考竞争的实质是毕业学生的社会地位与物质待遇的竞争,任何社会都需要一个合理的社会分工,无论是现在还是将来,我们需要的人是多层次、多方位,有适应能力、应变能力的人.因此,体现在人身上是综合素质的竞争,考试是国家或

社会处理竞争的一种方法,利用人们想为社会做较大贡献,想争取更高社会地位与物质待遇的愿望,通过科学的考试,激励青少年学习国家规定的内容,选拔综合素质优秀的新生,这就是高考,这就是社会赋予高考的作用。

1. 高考对考生的人生观、责任感、道德素质的考查日趋增强

学生在高考中的差距,不仅是知识能力的差距,还有对竞争,特别是激烈竞争的态度上的差距,学生夜以继日地发奋学习,以优异的成绩参加高考,表现了有志青年为祖国的富强,为科学文化的繁荣而奋斗的决心,表现了年轻人对社会、对父母、对家庭的责任感,表现了为争取美好未来而投身于激烈竞争的勇气,还表现了考生对社会分工、对国家需要、对个人利益与国家利益的态度,更具体地反映了考生的人生观、责任感。

此外,在高考中有大量具体、生动的政治思想问题。例如,1995年稳定物价是我国的头等大事,当年的高考数学应用问题以此为背景,出了一道好题,受到各方面一致好评。1996年是世界耕地保护年,我国压倒一切的工作是农业,人口的增长,基建规模的扩大必然导致耕地的相对减少,而人民生活水平的提高必然要求人均粮食占有水平的提高,这就要求粮食单产水平大大提高,所以,除了努力增加粮食产量以外,只有两条措施:控制人口的增长,控制耕地的减少量,1996年的数学应用题就是在这个背景下编拟的,这就需要我们老师、学生研究社会,研究社会的发展。

2. 高考着重考查考生的潜能和综合品质

素质教育要立足于人的潜能的开发和综合品质的提高。

在会考后的高考改革试验中,注重能力考查已成为高考数学命题中的核心课题.无论是理论研究,还是命题实践,已经取得了可喜的阶段性成果.体现在试题中,能力考查包含了学科能力和学习潜力两大方面.学科能力,《教学大纲》和《考试说明》已有十分明确的表述(四大能力);而学习潜力的含义则较广,既有智力因素,又有非智力因素,这些因素都直接影响着学生能否成才.会学习是人生基础素质的主要部分,是会生存、会关心、会协作的前提.1993年以来,在高考数学科试题中,逐步加强了对阅读、应用和探索能力的考查,效果很好.这是今后高考数学命题的一个重要的不可逆转的趋向,对我们在数学教学中实施素质教育起到了积极的导向作用,表现尤为突出的有:

(1) 对数学的“四大能力”考查全面、层次恰当.逻辑思维能力,不仅要求逻辑合理的基本思维能力,而且在思维品质方面,对思维的深刻性、严谨性、批判性、灵活性和敏捷性等等都有一定的要求;计算能力,不仅要求运算准确,而且要求迅速、快捷;至于运用所学数学知识和方法,分析问题和解决问题的能力,几年来的考查在不断强化,试卷中不仅有多种多样的数学问题,而且有带着浓厚时代气息的应用问题以及探索性问题.

(2) 加强观察、接受能力的考查,在全世界的范围内,教育正在经历着深刻的革命,以传授知识为中心的传统教育模式正在发生根本的改变.对学生,尤其是高中生和大学学生的培养,越来越重视综合素质的提高和行为能力的锻炼.体现在数学科考试中,考生既要能解决抽象的数学问题,还要懂得综合运用中学所学的文化科学知识观察现实中与数学有关的问题.

题,接受多种可能的信息,加以分析、判断,并将其解决. 近几年的高考数学试卷,把阅读能力(数学语言文字能力)的考查,作为考查观察、接受能力的突破口. 这类试题,不仅仅是要求考生准确把握信息去分析一些选择的正误,更重要的是要求考生有运用数学语言的能力,也就是正确获取信息、正确理解信息、正确运用信息,并将所掌握的信息转换成数学模型,运用数学思想和方法去解决问题的能力,这也是考查考生自学能力的一种方法. 我们知道,由中学的学习过渡到大学的学习,有一个重要的转折,那就是自学能力的提高和自学习惯的养成,阅读能力的考查,无疑对此起了促进作用,有着良好的导向作用.

(3) 注意心理承受力和行为应变能力的考查

一方面,以往在考试命题中,过分强调让考生能在宽松的环境下,由易到难,心平气和地进行解题,使其能在“良好”的心理条件下,“如实”地发挥其真实水平. 因此,在试题的布局和排列方面,“送分题”和“压轴题”的位置固定不变,过渡也十分讲究. 这种人为营造的环境,与现实生活的环境并不一致. 因此,考试成绩好的学生,在现实生活和学习中,并不一定是能力强者,而且往往缺乏应变能力. 鉴于此,近几年来,数学试卷的布局和编排,没有固定传统的做法,出现了一些变化. 例如,难点分散,不再是一题压轴尾巴高跷,全卷的难度梯次不强调严格由易到难,另一方面,考查较高层次能力的先决条件是新的问题情境. 对此,高考数学命题有两种途径:提供新信息、新材料或变换问题的角度. 注意题目的立意、情境和设问的角度新颖,灵活,回避成题、熟套(如立体几何中的“一半证明一半算,半个证明三垂线”等),具有寓学于考的效果,可

在解题的同时获取信息,拓宽学生的视野和知识面,锻炼学生的行为应变能力.

3. 突出学科特色,强化数学素质的考查

衡量一个考生数学水平的高低,检测一个考生继续深造的潜力多大,不仅要考查其掌握了多少数学知识和技能,而且还要考查其数学素质的高低.

在数学知识和技能中,蕴含着更具普遍性的数学思想和方法,对数学思想方法的领悟、理解能力,以及灵活、正确地用此解决问题的能力 and 效果,乃至开发、创造数学新思想新方法的能力,可统称为数学素质.

从现行的中学数学教材和教学实际看,相对于知识的传授,很多数学思维规律,以及数学的思想观点,在教材中,也没有作过系统的介绍和讨论,只是在传授知识的过程中,闪烁其间,熠熠生辉,有赖于学生去领悟、吸收、受用.事实上,数学思想方法正是数学的精髓,没有它,数学知识和技能,就难以转化为解决问题的能力.也就难以体现出数学在战胜各种挑战时所具有的强大威力.

纵观近年来的高考数学试题,其特点是:无论是基础知识题还是综合题,都渗透了数学思想方法的考查,简单的知识型、记忆型试题在试卷中日益减少;常用的数学之通性通法考查全面,在应用中考查,而不是从理论上考查对数学方法和数学思想的认识;在数学思想的考查上,着重于对函数与方程的思想、数形结合与分离的思想、归纳与转化的思想、分类讨论的思想的考查,使试卷的数学学科特色更加鲜明.

4. 突出时代精神,加强应用意识的考查

(1) 当今世界,随着社会的进步,现代科学技术的高速发

展带动了信息时代的到来,在这样一个时代,数学出现了技术化的倾向,它的全方位渗透,正日益转化为人们在生产和日常生活中所必须具备的技术手段和工具. 社会对数学应用的需求和数学的社会化功能,是当今时代的一个突出的特点,站在面向新世纪的数学教育的角度讨论高考中的应用题,可以更加深化我们的认识,也能更自觉地指导我们的行动. 因此,强调数学的应用是未来社会的需要,是我们数学教育工作者义不容辞的责任.

(2) 加强应用意识是教育改革的需要. 在世界范围内,面向 21 世纪的数学教育改革正在深入发展,加强数学的应用是这场改革的一个明显特点. 数学是现实的数学,它属于客观世界,属于社会. 数学教育应该是现实的数学教育,应该源于现实、寓于现实、用于现实. 数学教育应该通过具体的问题来传授抽象的数学内容,应该从学习者所经历、所接触的客观实际中提出问题,然后升华为数学概念、运算法则或数学思想. 因此,数学考试必须加强应用意识,才能显露数学、数学教育的本色.

(3) 加强应用意识的考查,是会考后高考的要求. 会考后的高考,考试科目减小,选拔性加强,因此,考试中的学科界限不宜过于严格,况且应试者是合格高中毕业生,他们必须具备一定的基本常识(包括文化常识、自然常识、社会常识、生活常识和科技常识),在这些常识的基础上,考查数学应用,既必要又可行.

总之,改变“应试教育”,实施素质教育,这是一个划时代的课题. 从高考数学命题看素质教育的实践,会使我们更清楚在基础教育中数学教育的性质和任务. 为了适应时代的要

求,适应当今的高考,我们数学教育工作者要研究课堂教学社会学、课堂教学心理学、课堂教学方法技术学、课堂教学管理学、课堂教学信息控制学、课堂教学评估学等,要依照素质教育的要求,正确理解、对待高考数学命题、充分利用它的积极导向作用,指导中学数学教学.

汪香志 刘亚莉

1997.7

第一部分

代 数

高考数学试卷分类讲析

高考试题 (1991年—1997年)

1991年高考数学试题(代数)

一、选择题

1. 已知 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, 并且 α 是第二象限的角, 那么 $\operatorname{tg} \alpha$ 的值等于().

A. $-\frac{4}{3}$

B. $-\frac{3}{4}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{4}{3}$

2. 函数 $y = \cos^4 x - \sin^4 x$ 的最小正周期是().

A. $\frac{\pi}{2}$

B. π

C. 2π

D. 4π

3. 函数 $y = \sin\left(2x + \frac{5\pi}{2}\right)$ 的图像的一条对称轴的方程是().

$$A. x = -\frac{\pi}{2} \quad B. x = -\frac{\pi}{4}$$

$$C. x = \frac{\pi}{8} \quad D. x = \frac{5\pi}{4}$$

7. 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, 且 $a_n > 0$, $a_2a_4 + 2a_3a_5 + a_4a_6 = 25$, 那么 $a_3 + a_5$ 的值等于().

A. 5 B. 10 C. 15 D. 20

8. 从 4 台甲型和 5 台乙型电视机中任意取出 3 台, 其中至少要有甲型与乙型电视机各一台, 则不同的取法共有().

A. 140 种 B. 84 种 C. 70 种 D. 35 种

9. $\lim_{n \rightarrow \infty} [n(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4})(1 - \frac{1}{5}) \cdots (1 - \frac{1}{n+2})]$ 的值等于().

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

10. 如果奇函数 $f(x)$ 在区间 $[3, 7]$ 上是增函数且最小值为 5, 那么 $f(x)$ 在区间 $[-7, -3]$ 上是().

A. 增函数且最小值为 -5

B. 增函数且最大值为 -5

C. 减函数且最小值为 -5

D. 减函数且最大值为 -5

11. 设全集为 R , $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$, $M = \{x \mid f(x) \neq 0\}$, $N = \{x \mid g(x) \neq 0\}$, 那么集合 $\{x \mid f(x)g(x) = 0\}$ 等于().

A. $\overline{M} \cap \overline{N}$ B. $\overline{M} \cup N$ C. $M \cup \overline{N}$ D. $\overline{M} \cup \overline{N}$

二、填空题

16. $\arctg \frac{1}{3} + \arctg \frac{1}{2}$ 的值是_____.

17. 不等式 $6x^2 + x - 2 < 1$ 的解集是_____.

19. 在 $(ax+1)^7$ 的展开式中, x^3 的系数是 x^2 的系数与 x^4 的系数的等差中项, 若实数 $a > 1$, 那么 $a =$ _____.

三、解答题

21. 求函数 $y = \sin^2 x + 2\sin x \cos x + 3\cos^2 x$ 的最小值, 并写出使函数 y 取最小值的 x 的集合.

22. 已知复数 $z = 1 + i$, 求复数 $\frac{z^2 - 3z + 6}{z + 1}$ 的模和辐角的主值.

23. 根据函数单调性的定义, 证明函数 $f(x) = -x^3 + 1$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数.

24. 已知 n 为自然数, 实数 $a > 1$, 解关于 x 的不等式 $\log_a x - 4\log_a^2 x + 12\log_a^3 x + \cdots + n(-2)^{n-1}\log_a^n x > \frac{1 - (-2)^n}{3} \log_a(x^2 - a)$.



1992 年高考数学试题(代数)

一、选择题

1. $\frac{\log_8 9}{\log_2 3}$ 的值是().

A. $\frac{2}{3}$

B. 1

C. $\frac{3}{2}$

D. 2

2. 如果函数 $y = \sin(\omega x)\cos(\omega x)$ 的最小正周期是 4π , 那么常数 ω 为().

A. 4

B. 2

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{4}$

3. 方程 $\sin 4x \cos 5x = -\cos 4x \sin 5x$ 的一个解是().

A. 10° ~~B. 20°~~ C. 50° D. 70°

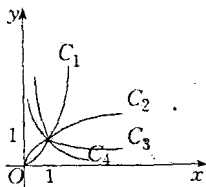
6. 图中曲线是幂函数 $y = x^n$ 在第一象限的图像, 已知 n 取 $\pm 2, \pm \frac{1}{2}$ 四个值, 则相应于曲线 C_1, C_2, C_3, C_4 的 n 依次为 ().

A. $-2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2$

B. $2, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -2$

C. $-\frac{1}{2}, -2, 2, \frac{1}{2}$

D. $2, \frac{1}{2}, -2, -\frac{1}{2}$



7. 若 $\log_a 2 < \log_b 2 < 0$, 则 ().

A. $0 < a < b < 1$

B. $0 < b < a < 1$

C. $a > b > 1$

D. $b > a > 1$

11. 在 $(x^2 + 3x + 2)^5$ 的展开式中 x 的系数为 ().

A. 160

B. 240

C. 360

D. 800

12. 若 $0 < a < 1$, 在 $[0, 2\pi]$ 上满足 $\sin x \geq a$ 的 x 的范围是 ().

A. $[0, \arcsin a]$

B. $[\arcsin a, \pi - \arcsin a]$

C. $[\pi - \arcsin a, \pi]$

D. $[\arcsin a, \frac{\pi}{2} + \arcsin a]$

15. 已知复数 z 的模为 2, 则 $|z - i|$ 的最大值为 ().

A. 1

B. 2

C. $\sqrt{5}$

D. 3

16. 函数 $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ 的反函数 ().

A. 是奇函数, 它在 $(0, +\infty)$ 上是减函数

B. 是偶函数, 它在 $(0, +\infty)$ 上是减函数

C. 是奇函数, 它在 $(0, +\infty)$ 上是增函数

D. 是偶函数, 它在 $(0, +\infty)$ 上是增函数

17. 如果函数 $f(x) = x^2 + bx + c$ 对任意实数 t 都有 $f(2+t) = f(2-t)$, 那么().

A. $f(2) < f(1) < f(4)$ B. $f(1) < f(2) < f(4)$

C. $f(2) < f(4) < f(1)$ D. $f(4) < f(2) < f(1)$

二、填空题

19. 方程 $\frac{1+3^{-x}}{1+3^x} = 3$ 的解是_____.

20. $\sin 15^\circ \sin 75^\circ$ 的值是_____.

21. 设含有 10 个元素的集合的全部子集数为 S , 其中由 3 个元素组成的子集数为 T , 则 $\frac{T}{S}$ 的值为_____.

22. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d \neq 0$, 且 a_1, a_3, a_9 成等比数列, 则 $\frac{a_1 + a_3 + a_9}{a_2 + a_4 + a_{10}}$ 的值是_____.

三、解答题

24. 已知 $z \in \mathbb{C}$, 解方程 $z\bar{z} - 3i\bar{z} = 1 + 3i$.

25. 已知 $\frac{\pi}{2} < \beta < \alpha < \frac{3\pi}{4}$, $\cos(\alpha - \beta) = \frac{12}{13}$, $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{3}{5}$, 求 $\sin 2\alpha$ 的值.

27. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 已知 $a_3 = 12$, $S_{12} > 0$, $S_{13} < 0$.

(I) 求公差 d 的取值范围;

(II) 指出 $S_1, S_2, \dots, S_{12}$ 中哪一个值最大, 并说明理由.



1993 年高考数学试题(代数)

一、选择题

1. 函数 $f(x) = \sin x + \cos x$ 的最小正周期是().

- A. 2π B. $2\sqrt{2}\pi$ C. π D. $\frac{\pi}{4}$

5. $y = x^{\frac{3}{5}}$ 在 $[-1, 1]$ 上是().

- A. 增函数且是奇函数 B. 增函数且是偶函数
C. 减函数且是奇函数 B. 减函数且是偶函数

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - 1}{2n^2 - n + 5}$ 的值为().

- A. $-\frac{1}{5}$ B. $-\frac{5}{2}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{5}{2}$

7. 集合 $M = \{x \mid x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{x \mid x =$

$\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$, 则().

- A. $M = N$ B. $M \supset N$
C. $M \subset N$ D. $M \cap N = \emptyset$

8. $\sin 20^\circ \cos 70^\circ + \sin 10^\circ \sin 50^\circ$ 的值是().

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

10. 若 a, b 是任意实数, 且 $a > b$, 则().

- A. $a^2 > b^2$ B. $\frac{b}{a} < 1$
C. $\lg(a - b) > 0$ D. $\left(\frac{1}{2}\right)^a < \left(\frac{1}{2}\right)^b$