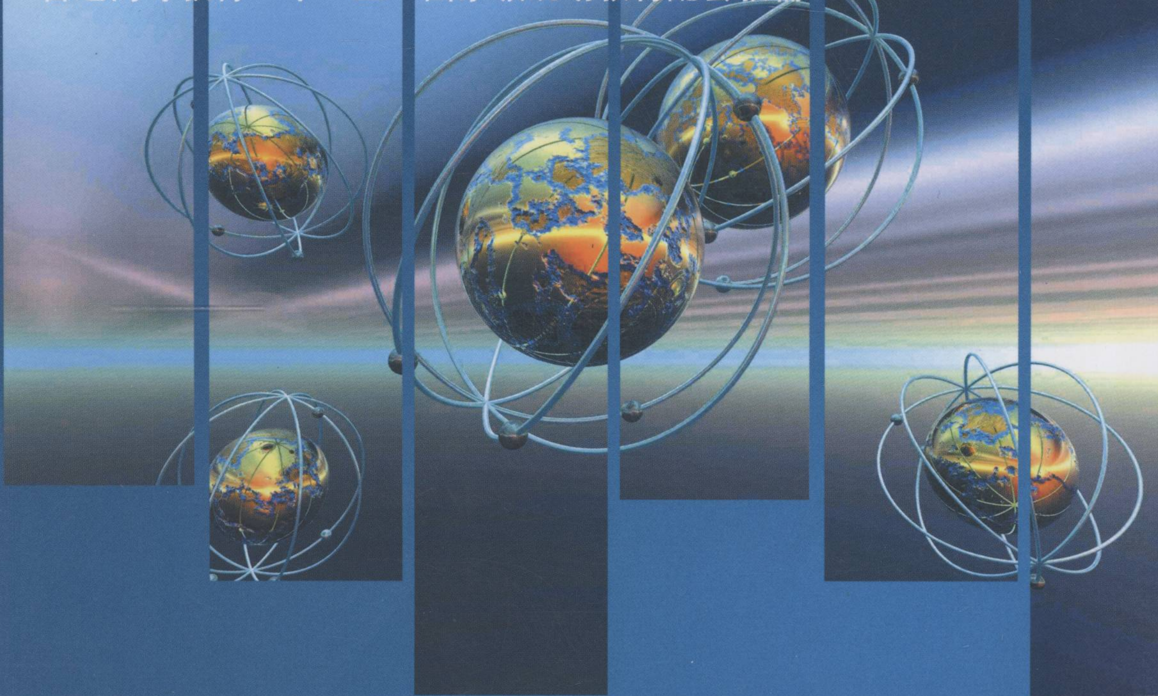
普通高等教育"十一五"国家级规划教材配套教辅



大学物理学学习指导与习题全解

江遴汉　张祖荣　林晓南◎主编

科学出版社
www.sciencep.com

普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套教辅

大学物理学
学习指导与习题全解

江遴汉　张祖荣　林晓南　主编

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材《大学物理学》(李承祖、杨丽佳主编)的配套教辅书，各章包括基本要求、内容提要和学习指导、习题解答和分析三个部分。

本书适合于高等学校理工科非物理专业本科生使用，也可供其他专业的教师和学生参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学学习指导与习题全解/江遴汉，张祖荣，林晓南主编. —北京：科学出版社，2009
普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套教辅
ISBN 978-7-03-026022-2

Ⅰ.大… Ⅱ.①江…②张…③林… Ⅲ.物理学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 206291 号

责任编辑：昌 盛 窦京涛 / 责任校对：赵燕珍
责任印制：张克忠 / 封面设计：耕者设计工作室

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

源海印刷有限责任公司 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2009 年 12 月第 一 版 开本：B5(720×1000)
2009 年 12 月第一次印刷 印张：17 1/4
印数：1—5 000 字数：339 000

定价：29.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　言

大学物理学是理工科类各专业本科生一门重要的公共基础课. 学生进入大学后的第一年，正处于由中学到大学的过渡期，因此有必要在学习方法上给学生一定的指导. 大学物理与中学物理相比，内容更广更宽，概念更加深化，所用的数学工具更加高深，课堂信息量更大，因此，学生在灵活应用所学知识、习题求解等方面均有一定的困难，在深刻理解物理思想方面、把所学的数学知识应用于物理学的知识迁移能力方面更是如此. 鉴于答疑和习题课的时间远远不能满足学生的需求，为了帮助学生解决问题，加强对基本理论的理解，提高学习效果，我们编写了这本学习指导书.

本书是根据李承祖、杨丽佳教授主编的《大学物理学(上、下册)》(科学出版社，2009 年 1 月第 1 版)所编写的教学参考书. 全书内容包括：基本要求、内容提要和学习指导、习题解答和分析三部分. 基本要求是根据教育部《理工科类大学物理课程教学基本要求》和《军队院校大学物理课程教学基本要求》编写的. 内容提要和学习指导比较详细地介绍了大学物理的基本概念、基本理论和重要结论，根据内容之间的内在联系对这些内容进行了总结，对各部分内容给出了学习方法的指导. 习题解答和分析给出了教材中的全部习题解答，部分习题给出了多种解题方法. 对于容易混淆或容易造成错误理解的概念，在习题解答之后进行了讨论或评注. 在解题过程中，特别注意将概念和内容的深化与习题求解结合起来.

本书是在国防科技大学基础物理教研室多年来积累的教学资料的基础上编写而成的，曾以学习参考资料的形式在国防科技大学各专业的多届本科学员中广泛使用. 在使用本资料过程中和教学过程中，学生提出了各种各样的问题，使本书的准确性和科学性大大提高.

本书可作为理工科类各专业本科生学习大学物理的学习辅导书，对物理系的学生也有重要的参考价值，也可作为报考相关专业研究生的考研复习用书.

在本书的编写过程中，得到了国防科技大学物理系李承祖教授、陆彦文教授、曾交龙教授的关心、支持和帮助. 沈曦、曹慧、陈菊梅老师参与了原始资料的编写工作. 在原始资料的使用过程中，国防科技大学基础物理教研室的全体老师们提出了许多宝贵的意见和建议. 在此向他们表示衷心的感谢.

由于作者水平有限，书中的疏漏之处在所难免，恳请读者批评指正. 作者的电子邮箱为 mealjam@163. com.

编　者

2009 年 9 月

目　　录

第一部分　力　　学

第1章　质点运动学

一、基本要求

1. 理解几个基本概念：质点、参考系、惯性系、非惯性系.

2. 掌握描述质点运动的几个基本物理量：位置矢量、位移、速度、加速度. 能区分矢量和标量，特别注意矢量的基本性质和运算法则.

3. 能熟练运用微积分等数学工具. 用积分法由已知质点的运动速度或加速度求质点的位矢方程；用求导法由已知的位矢方程求速度和加速度.

4. 能熟练计算平面曲线运动特别是圆周运动中质点的加速度、切向加速度、法向加速度. 掌握圆周运动的角量描述，以及角量和线量之间的关系.

5. 了解伽利略变换和牛顿的绝对时空观.

二、内容提要和学习指导

(一) 描述质点运动的基本物理量

1. 位置矢量 $\boldsymbol{r}(t)$：又简称位矢，由坐标原点指向质点位置的有向线段.

2. 位移 $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)$：①$|\Delta\boldsymbol{r}|\neq r(t+\Delta t)-r(t)$；②在单向直线运动中$|\Delta\boldsymbol{r}|=\Delta s$，在其他运动中$|\Delta\boldsymbol{r}|<\Delta s$；③当 $\Delta t\to 0$ 时，$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s$.

3. 速度.

平均速度
$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)}{\Delta t}$$

在单向直线运动中$|\bar{\boldsymbol{v}}|=\dfrac{\Delta s}{\Delta t}=\bar{v}$(平均速率)，在其他运动中$|\bar{\boldsymbol{v}}|<\bar{v}$.

瞬时速度
$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$$

瞬时速率
$$|\boldsymbol{v}|=\frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=v$$

4. 加速度.

平均加速度
$$\bar{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{v}(t+\Delta t)-\boldsymbol{v}(t)}{\Delta t}$$

瞬时加速度 $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\,\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$

在直线运动中 $a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$,在曲线运动中 $a=\dfrac{|\mathrm{d}\,\boldsymbol{v}|}{\mathrm{d}t}\neq\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$.

强调 基本物理量有三性. ①矢量性. 必须注意矢量的书写及运算(加法、减法、叉乘、点乘、积分、微分)规则;②瞬时性. 基本量在不同时刻有不同的大小和方向;③相对性. 即 $\boldsymbol{r}_{A相对于B}+\boldsymbol{r}_{B相对于C}=\boldsymbol{r}_{A相对于C}$;$\Delta\boldsymbol{r}_{A相对于B}+\Delta\boldsymbol{r}_{B相对于C}=\Delta\boldsymbol{r}_{A相对于C}$;$\boldsymbol{v}_{A相对于B}+\boldsymbol{v}_{B相对于C}=\boldsymbol{v}_{A相对于C}$.

(二) 运动学的两类基本问题

1. 第一类问题

由 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$ 得 $\boldsymbol{v}=\mathrm{d}\boldsymbol{r}/\mathrm{d}t$;由 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t)$ 得 $\boldsymbol{a}=\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$.

2. 第二类问题

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}(t),\quad \boldsymbol{v}\,|_{t=0}=\boldsymbol{v}_0\rightarrow\boldsymbol{v}(t)=\boldsymbol{v}_0+\int_0^t\boldsymbol{a}(t)\mathrm{d}t$$

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t),\quad \boldsymbol{r}\,|_{t=0}=\boldsymbol{r}_0\rightarrow\boldsymbol{r}(t)=\boldsymbol{r}_0+\int_0^t\boldsymbol{v}(t)\mathrm{d}t$$

特例 匀变速运动

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_0\rightarrow\boldsymbol{v}(t)=\boldsymbol{v}_0+\boldsymbol{a}_0t\rightarrow\boldsymbol{r}(t)=\boldsymbol{r}_0+\boldsymbol{v}_0t+\frac{1}{2}\boldsymbol{a}_0t^2$$

匀变速直线运动

$$a=a_0\rightarrow v(t)=v_0+a_0t\rightarrow x(t)=x_0+v_0t+\frac{1}{2}a_0t^2$$

抛体运动

$$\begin{cases}a_x=0, & v_{x0}=v_0\cos\theta\\ a_y=-g, & v_{y0}=v_0\sin\theta\end{cases}\rightarrow\begin{cases}v_x=v_0\cos\theta\\ v_y=v_0\sin\theta-gt\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x=v_0\cos\theta t\\ y=v_0\sin\theta t-gt^2/2\end{cases}$$

特别注意 当质点加速度以质点位置坐标的函数形式给出时,采用以下处理方法:

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{a}(\boldsymbol{r})\rightarrow\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\boldsymbol{a}(\boldsymbol{r})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}\rightarrow\boldsymbol{v}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{v}$$

$$=\boldsymbol{a}(\boldsymbol{r})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}\rightarrow\frac{1}{2}(v_2^2-v_1^2)=\int_{r_1}^{r_2}\boldsymbol{a}(\boldsymbol{r})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=a(x)\rightarrow\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\cdot\mathrm{d}x=a(x)\cdot\mathrm{d}x\rightarrow v\cdot\mathrm{d}v$$

$$=a(x)\cdot\mathrm{d}x\rightarrow\frac{1}{2}(v_2^2-v_1^2)=\int_{x_1}^{x_2}a(x)\cdot\mathrm{d}x$$

(三) 曲线运动的两种描述方法

1. 直角坐标系法.

物理量	表示式
位矢和位移	$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$，　$\Delta\boldsymbol{r}=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k}$
速度	$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k}$
加速度	$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}$

2. 自然坐标法.

物理量	一般曲线运动	圆周运动
速度	$v=\mathrm{d}s/\mathrm{d}t$	$v=R\omega$
法向加速度	$a_n=v^2/\rho$	$a_n=v^2/R=R\omega^2$
切向加速度	$a_t=\mathrm{d}v/\mathrm{d}t$	$a_t=R\mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t=R\alpha$

（四）相对运动问题的解题关键

1. 应用公式

$$\boldsymbol{v}_{A相对于B}+\boldsymbol{v}_{B相对于C}=\boldsymbol{v}_{A相对于C}.$$

2. 画出矢量图.

三、习题解答和分析

1.1　什么是质点？既然真正的质点是不存在的，研究质点的运动有什么意义？

【答】 一个只有质量而忽略其大小和形状的物体就称为质点. 虽然真正的质点是不存在的，但是在研究实际问题时，有时可以忽略物体的大小和形状. 也就是说，质点是现实物体有条件的、合理的抽象，是为了简化问题，突出问题的主要方面而引进的“理想模型”. 理想化模型的研究方法是物理学中经常采用的方法. 所以，研究质点的运动具有非常重要的现实意义.

1.2　如何描述质点的运动？位移和路程有什么差别？

【答】 (1) 描述质点的位置用位矢；描述质点的位置移动用位移；描述质点运动的快慢和方向用速度；描述质点速度的大小和方向变化快慢用加速度.

(2) 位移和路程的差别是：①位移是矢量，路程是标量；②一般情况下，路程 $\Delta s>$位移的大小$|\Delta\boldsymbol{r}|$；③在单向直线运动中，$\Delta s=|\Delta\boldsymbol{r}|$；④当 $\Delta t\to0$ 时，路程微元 $\mathrm{d}s=$位移微元的大小$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$.

1.3　有一物体做直线运动，它的运动方程式为 $x=6t^2-2t^3$，x 的单位为 m，t 的单位为 s，试求(1)第 2s 内的平均速度；(2)第 3s 末的速度；(3)第 1s 末的加速度；(4)这个物体的运动形式.

【解】 (1) $x_{t=2}=8\mathrm{m}$，　$x_{t=1}=4\mathrm{m}$，　$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{8-4}{1}=4\mathrm{m/s}$.

(2) $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=12t-6t^2$，　$v_{t=3}=-18\mathrm{m/s}$.

(3) $a=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=12-12t$，　$a_{t=1}=0$.

(4) 加速度均匀减少的直线运动.

1.4 已知质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=a\cos\omega t\boldsymbol{i}+b\sin\omega t\boldsymbol{j}$，其中 a、b、ω 均为正的常数. 试求(1)质点的速度和加速度；(2)运动轨迹方程，并证明它的加速度恒指向椭圆中心.

【解】 (1) $\boldsymbol{v}=-a\omega\sin\omega t\boldsymbol{i}+b\omega\cos\omega t\boldsymbol{j}$

$$\boldsymbol{a}=-a\omega^2\cos\omega t\boldsymbol{i}-b\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{j}=-\omega^2\boldsymbol{r}$$

(2) 质点运动轨迹方程为 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$；由于质点的加速度 $\boldsymbol{a}=-\omega^2\boldsymbol{r}$，即质点任一时刻的加速度与质点此时的位矢方向相反，所以它的加速度始终指向椭圆中心.

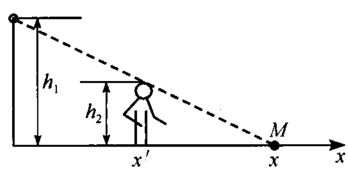
1.5 一个人身高 h_2，在灯下以匀速率 v 沿水平直线行走，设灯距地面高为 h_1，试求 M 点沿地面移动的速度.

【解题分析】 根据速度的定义式 $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$，在本题中点 M 做一维运动，其速度 $v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，因此本题的关键是建立合适的坐标系，写出点 M 位置的表达式.

【解】 建立如题 1.5 图坐标系，设 M 点的坐标为 x，人的坐标为 x'，由三角形关系可知

$$\frac{x-x'}{x}=\frac{h_2}{h_1}\quad \text{即}\quad x=\frac{x'h_1}{h_1-h_2}$$

$$v_M=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{h_1}{h_1-h_2}\cdot\frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t}=\frac{h_1}{h_1-h_2}v$$



题 1.5 图

1.6 矿井中有一升降机由静止开始匀加速上升 3.0s，达到速度 3.0m/s，然后按这个速度匀速上升 6.0s，最后又匀减速上升 5.0s 而停止. (1)试计算升降机上升的高度；(2)试求升降机在整个上升过程中的平均速度.

【解】 以初始时刻升降机的位置为坐标原点，竖直向上为轴的正方向. 运动分为三个阶段.

(1) 第一阶段：$v_0=0$，$t_1=3.0\text{s}$，$v_1=3.0\text{m/s}$，则

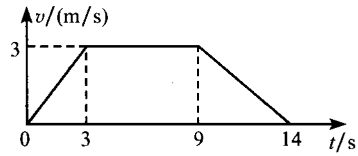
$$a_1=(v_1-v_0)/t_1=1.0\text{m/s}^2,\quad y_1=v_0t_1+a_1t_1^2/2=4.5\text{m}$$

第二阶段：$t_2=6.0\text{s}$，$a_2=0$，则

$$y_2=y_1+v_1t_2=22.5\text{m}$$

第三阶段：$t_3=5.0\text{s}$，$v_3=0$，$a_3=(v_3-v_1)/t_3=-0.6\text{m/s}^2$，则

$$y_3=y_2+v_1t_3+a_3t_3^2/2=30.0\text{m}$$



题 1.6 图

(2) $\bar{v}=y_3/(t_1+t_2+t_3)\approx 2.14\text{m/s}$.

另外一种解法：由题 1.6 图可得升降机的上升高度为

$$h=\frac{1}{2}(6+14)\cdot 3=30(\text{m})$$

1.7 一质点在 x 轴上运动，其速度和时间的关系为 $v=8+2t^2$（v 的单位为 cm/s，t 的单位为 s）. 当 $t=8\text{s}$ 时，质点在原点左边 52cm 处. 试求(1)质点的加速度和位置的表达式；(2)质点的初速度；(3)质点的初位置.

【解】 (1) 由 $v=8+2t^2$ 得

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=4t(\text{cm/s}^2)$$

由 $v=8+2t^2, x|_{t=8s}=-52$ 得 $\int_{-52}^{x}\mathrm{d}x=\int_{8}^{t}v\mathrm{d}t=\int_{8}^{t}(8+2t^2)\mathrm{d}t$，即

$$x+52=8(t-8)+\frac{2}{3}(t^3-8^3)$$

$$x=\frac{2}{3}t^3+8t-\frac{1372}{3}\mathrm{cm}$$

(2) $v_0=8\mathrm{cm/s}$.

(3) $x_0=-457.3\mathrm{cm}$.

1.8　一质点以初速度 v_0 做直线运动，所受阻力与其速度成正比，试求当质点的速度减为 $v_0/n(n>1)$ 时质点经过的路程与质点所能经过的总路程的比值.

【解题分析】 本题是给出了加速度和初始条件，求质点所经过的路程，必须进行积分运算. 由于本题中未涉及时间 t，因此在积分的过程中须通过积分变量替换 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$.

【解】 由 $f=-cv$(c 为常数)得 $ma=-cv$，则

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=mv\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}=-cv$$

由 $m\int_{v_0}^{\frac{v_0}{n}}\mathrm{d}v=-c\int_{0}^{x_1}\mathrm{d}x$ 得

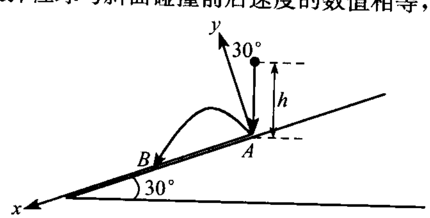
$$m\left(\frac{v_0}{n}-v_0\right)=-cx_1$$

由 $m\int_{v_0}^{0}\mathrm{d}v=-c\int_{0}^{x_2}\mathrm{d}x$ 得 $-mv_0=-cx_2$，则

$$\frac{x_1}{x_2}=1-\frac{1}{n}$$

1.9　一弹性球自静止竖直落在斜面上的 A 点，下落高度 $h=0.20\mathrm{m}$，斜面与水平夹角 $\theta=30°$. 问弹性球第二次碰到斜面的位置 B 距 A 多远？设弹性球与斜面碰撞前后速度的数值相等，碰撞后入射角等于反射角.

【解】 如题1.9图所示



题1.9图

$$v_{0x}=v_0\sin\theta=\sqrt{2gh}\sin\theta$$

$$v_{0y}=v_0\cos\theta=\sqrt{2gh}\cos\theta$$

$$a_x=g\sin\theta,\quad a_y=-g\cos\theta$$

由 $0=v_{0y}t_B+\frac{1}{2}a_yt_B^2$ 得 $t_B=-\frac{2v_{0y}}{a_y}=2\sqrt{\frac{2h}{g}}$，则

$$x_B=v_{0x}\cdot 2\sqrt{\frac{2h}{g}}+\frac{1}{2}a_x\cdot\frac{8h}{g}=4h\sin\theta+4h\sin\theta=8h\sin\theta=0.80\mathrm{m}$$

1.10　质点做曲线运动时，(1)加速度一定不等于零吗？(2)速度方向一定沿轨道切向吗？(3)讨论一般曲线运动中，质点速度、切向加速度、法向加速度的大小、方向及其关系.

【答】 (1) 不一定. 如 $s=t^3$，则

$$v=3t^2,\quad a_t=6t,\quad a_n=9t^4/\rho$$

当 $t=0$ 时

$$a_t = 0,\quad a_n = 0,\quad a = 0$$

(2) 一定. 如在平面曲线运动中

$$\frac{v_y}{v_x} = \frac{\mathrm{d}y/\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x/\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \text{轨道曲线的切向斜率}$$

(3) $\boldsymbol{v} = v\boldsymbol{e}_\tau$； $\boldsymbol{a}_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\tau$； $\boldsymbol{a}_n = \frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_n$； $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_t + \boldsymbol{a}_n$， $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$， $\theta = \arctan\frac{a_n}{a_t}$

1.11　飞轮加速转动时，其轮缘上一点按规律 $s=0.1t^3$ 而运动(t 以秒计，s 以米计). 飞轮半径为 2m. 求当此点的速率 $v=30\mathrm{m/s}$ 时，此点的法向与切向加速度.

【解】　由 $s=0.1t^3$ 得 $v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=0.3t^2$，因此

$$t\,|_{v=30} = \sqrt{\frac{30}{0.3}} = 10(\mathrm{s})$$

$$a_n\,|_{t=10\mathrm{s}} = \frac{30^2}{2} = 450(\mathrm{m/s^2}),\quad a_t\,|_{t=10\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,|_{t=10\mathrm{s}} = 0.6t\,|_{t=10\mathrm{s}} = 6(\mathrm{m/s^2})$$

1.12　一质点从静止出发沿半径为 $R=3\mathrm{m}$ 的圆周做匀加速运动，切向加速度为 $a_t=3\mathrm{m/s^2}$，(1)经过多长时间它的总加速度恰好与半径成 45°角？(2)在上述时间内，质点所经过的路程为多少？

【解】　由 $a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，$v|_{t=0}=0$ 得

$$\int_0^v \mathrm{d}v = \int_0^t a_t\mathrm{d}t,\quad v = a_t t,\quad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{a_t^2t^2}{R}$$

(1) $\frac{a_n}{a_t}=\cot 45°=1$，则

$$t = \sqrt{R\frac{a_n}{a_t^2}} = 1\mathrm{s}$$

(2) $v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=a_t t$，则

$$s = \int_0^t a_t t\mathrm{d}t = \frac{1}{2}a_t t^2 = 1.5\mathrm{m}$$

1.13　一质点沿半径为 0.10m 的圆周运动，其角位置 θ(单位：rad)可用下式表示：

$$\theta = 2 + 4t^3$$

式中 t 以秒计. 问(1)在 $t=2\mathrm{s}$ 时，它的法向加速度和切向加速度各是多少？(2)当切向加速度的大小为总加速度大小的一半时，θ 为多少？(3)在哪一时刻，切向加速度和法向加速度恰好有相等的值？

【解】　由 $\theta=2+4t^3$ 得 $\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=12t^2$，又 $\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=24t$，则

$$a_n = R\omega^2 = 14.4t^4,\quad a_t = R\alpha = 2.4t$$

(1) $a_n\,|_{t=2\mathrm{s}}=14.4t^4\,|_{t=2\mathrm{s}}=230.4\mathrm{m/s^2}$， $a_t\,|_{t=2\mathrm{s}}=2.4t\,|_{t=2\mathrm{s}}=4.8\mathrm{m/s^2}$.

(2) 由 $\frac{a_n}{a_t}=6t^3=\tan 60°=\sqrt{3}$ 得

$$t^3 = \frac{1}{2\sqrt{3}} \rightarrow \theta = 2 + \frac{2}{\sqrt{3}} \approx 3.155(\mathrm{rad})$$

(3) $14.4t^4=2.4t$ 得 $t=\dfrac{1}{\sqrt[3]{6}}\approx 0.550(\mathrm{s})$.

1.14　由楼窗口以初速 $\boldsymbol{v}_0$ 水平射出一发子弹，若取枪口为坐标原点，沿 $\boldsymbol{v}_0$ 方向为 x 轴，竖直向下为 y 轴. 发射瞬间开始计时，试求(1)子弹在任一时刻 t 的坐标及子弹的轨迹方程(设重力加速度已知)；(2)子弹在 t 时刻的速度、切向加速度和法向加速度.

【解】 (1) 由 $\begin{cases} a_x=0; & v_{0x}=v_0 \\ a_y=g; & v_{0y}=0 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=v_0 t \\ y=gt^2/2 \end{cases}$，则 $y=\dfrac{g}{2v_0^2}x^2$.

(2) 由 $\begin{cases} a_x=0; & v_{0x}=v_0 \\ a_y=g; & v_{0y}=0 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} v_x=v_0 \\ v_y=gt \end{cases}$，那么 $v=\sqrt{v_0^2+g^2t^2}$，则

$$a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\sqrt{v_0^2+g^2t^2}}{\mathrm{d}t}=\frac{g^2t}{\sqrt{v_0^2+g^2t^2}}$$

$$a_n=\sqrt{a^2-a_t^2}=\sqrt{g^2-\frac{g^4t^2}{v_0^2+g^2t^2}}=\frac{gv_0}{\sqrt{v_0^2+g^2t^2}}$$

另外一种解法

$$a_t=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{v}}{|\boldsymbol{v}|}=\frac{g^2t}{\sqrt{v_0^2+g^2t^2}},\quad a_n=\frac{|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{v}|}{|\boldsymbol{v}|}=\frac{gv_0}{\sqrt{v_0^2+g^2t^2}}$$

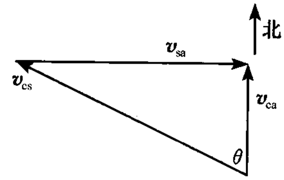
1.15　什么是伽利略变换？伽利略变换体现的时空观有什么特点？

【解】 (1) 伽利略变换是指：如果 S 参考系是惯性系，S' 系相对于 S 系沿 x 轴正向以速度 v 做匀速直线运动，则同一个物理事件，在这两个参考系中，时空坐标的变换关系为

$$x'=x-vt,\quad y'=y,\quad z'=z,\quad t'=t$$

(2) 伽利略变换所体现的是经典物理的绝对时空观，即时间间隔是绝对的，与物质运动无关；空间距离是绝对的，与物质运动无关；同时性是绝对的，与物质运动无关；时间与空间是相互独立的，互不相关.

1.16　一个人在静水中的划船速度为 4.0km/h，(1)若江水自西向东流动，速度为 2.0km/h，而此人从南向北航行，想达到正对面的江岸，他应当以怎样的方向划行？(2)设江阔 4.0km，按上述选定的方向，他要多少时间才能渡过去？(3)如果他希望用最短的时间渡江，他应当以怎样的方向划行？



题 1.16 图

【解题分析】 根据伽利略的速度变换，船对岸的速度＝船对水的速度＋水对岸的速度，三个速度满足矢量三角形法则. 问题(1)实际上是在船对岸运动距离最短的条件下确定船对水的速度方向；而问题(3)实际上是在船运动时间最短的条件下确定船对水的速度方向.

【解】 (1) 设船相对水的速度为 $\boldsymbol{v}_{cs}$，水相对岸的速度为 $\boldsymbol{v}_{sa}$，船相对岸的速度为 $\boldsymbol{v}_{ca}$，则 $\boldsymbol{v}_{ca}=\boldsymbol{v}_{cs}+\boldsymbol{v}_{sa}$，三者应满足如题 1.16 图的三角形关系，故有

$$\theta=\arcsin\frac{v_{sa}}{v_{cs}}=\arcsin\frac{1}{2}=30^\circ$$

所以要想达到正对面的江岸，他的船的指向应该是北偏西 30°.

(2) 以上述方向划船，船相对岸的速度大小为

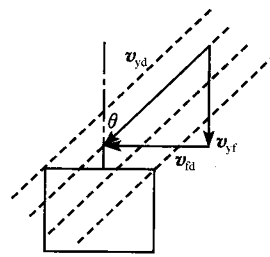
$$v_{ca}=\sqrt{v_{cs}^2-v_{sa}^2}=3.46\mathrm{km/h}$$

船渡到对岸所用的时间为

$$t=\frac{s}{v_{ca}}=\frac{4}{3.46}=1.15(\mathrm{h})$$

(3) 如果他希望用最短的时间渡江,他应将船指向正对岸.因为船对水的速度大小是一定的,船相对水走的路程越短,渡江的时间越短.

1.17　如题1.17图所示,用水桶接装雨水,假定雨相对地面垂直下落,速度为v,试问刮风和不刮风时哪一种情形桶能较快装满雨水?(设风的方向与地面平行)



题1.17图

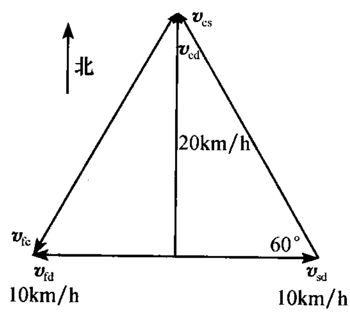
【解】 设雨水相对风的速度为$\boldsymbol{v}_{yf}$,风相对地面的速度为$\boldsymbol{v}_{fd}$,雨水相对地面的速度为$\boldsymbol{v}_{yd}$,则

$$\boldsymbol{v}_{yf}+\boldsymbol{v}_{fd}=\boldsymbol{v}_{yd}$$

设水桶口面积为s,则单位时间进入水桶的雨量为$s\cdot v_{yd}\cos\theta=s\cdot v_{yf}$,所以,接水速率与风速无关.

1.18　河水自西向东流动,速度为10km/h,一轮船在水中航行,船相对于河水的航向为北偏西30°,航速为20km/h.此时风由正东向正西吹,风速为10km/h,试求在船上观察到的烟囱冒出的烟缕的飘向.(设烟离开烟囱后即获得与风相同的速度.)

【解】 此题实质上是求风相对船的速度.设船相对河水的速度为$\boldsymbol{v}_{cs}$,河水对地速度为$\boldsymbol{v}_{sd}$,则船对地速度为$\boldsymbol{v}_{cd}=\boldsymbol{v}_{cs}+\boldsymbol{v}_{sd}$.又设风对地速度为$\boldsymbol{v}_{fd}$,则风相对船的速度为$\boldsymbol{v}_{fc}=\boldsymbol{v}_{fd}-\boldsymbol{v}_{cd}$.由上述两个矢量式画出矢量图如题1.18图所示.由图可知,风相对船的速度大小为$v_{fc}=20\mathrm{km/h}$,方向是吹向南偏西30°.



题1.18图

1.19　质点的运动学方程为$\boldsymbol{r}=\mathrm{e}^{-2t}\boldsymbol{i}+\mathrm{e}^{2t}\boldsymbol{j}+2\boldsymbol{k}$,试求(1)质点的轨迹;(2)自$t=-1$至$t=1$质点的位移.

【解】 (1) 由$\begin{cases}x=\mathrm{e}^{-2t}\\ y=\mathrm{e}^{2t}\\ z=2\end{cases}$得质点的轨迹方程

$$\begin{cases}xy=1,\\ z=2,\end{cases}\quad x>0,y>0$$

(2) 由$\begin{cases}\boldsymbol{r}_{t=-1}=\mathrm{e}^{2}\boldsymbol{i}+\mathrm{e}^{-2}\boldsymbol{j}+2\boldsymbol{k}\\ \boldsymbol{r}_{t=1}=\mathrm{e}^{-2}\boldsymbol{i}+\mathrm{e}^{2}\boldsymbol{j}+2\boldsymbol{k}\end{cases}$得

$$\Delta\boldsymbol{r}=(\mathrm{e}^{-2}-\mathrm{e}^{2})\boldsymbol{i}+(\mathrm{e}^{2}-\mathrm{e}^{-2})\boldsymbol{j}=(\mathrm{e}^{2}-\mathrm{e}^{-2})(-\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j})$$

1.20　一物体从静止开始,先以α大小的切向加速度运动一段时间后,紧接着又以β大小的切向减速度运动,直至停止.若在此全过程中物体运动的总时间为t,试证明物体运动的总路程为$s=\frac{\alpha\beta t^2}{2(\alpha+\beta)}$.

【证明】 加速

$$\alpha=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s},\quad \alpha\mathrm{d}s=v\mathrm{d}v,\quad \alpha\int_0^{s_1}\mathrm{d}s=\int_0^v v\mathrm{d}v,\quad 2\alpha s_1=v^2$$

减速

$$-\beta=\frac{dv}{dt}=v\frac{dv}{ds},\quad -\beta ds=vdv,\quad -\beta\int_0^{s_2}ds=\int_v^0 vdv,\quad 2\beta s_2=v^2$$

由 $v=\alpha t_1, v=\beta t_2, t=t_1+t_2$ 得

$$t=\frac{v}{\alpha}+\frac{v}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}v,\quad v=\frac{\alpha\beta t}{\alpha+\beta}$$

$$s=s_1+s_2=\frac{v^2}{2}\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)=\frac{\alpha^2\beta^2t^2}{2(\alpha+\beta)^2}\cdot\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{\alpha\beta}{2(\alpha+\beta)}t^2$$

1.21　一张致密光盘音轨区域的内半径 $R_1=2.2\text{cm}$，外半径为 $R_2=5.6\text{cm}$，径向音轨密度 $N=650$ 条/mm. 在 CD 唱机内，光盘每转一圈，激光头沿径向向外移动一条音轨，激光束相对光盘以 $v=1.3\text{m/s}$ 的恒定线速率运动，(1)这张光盘全部放音时间是多少？(2)激光束到达离盘心 $r=5.0\text{cm}$ 处，光盘转动的角速度和角加速度各是多少？

【解】　(1) 以光盘中心为圆心，在音轨区作半径为 r 宽度为 dr 的圆环，此圆环区包含的音轨长度为 $2\pi rNdr$，激光束在此段音轨上的扫描时间为 $dt=2\pi rNdr/v$，由此可得这张光盘的全部放音时间为

$$T=\int dt=\frac{2\pi N}{v}\int_{R_1}^{R_2}rdr=\frac{\pi N}{v}(R_2^2-R_1^2)=4.16\times10^3\text{s}=69.4\text{min}$$

(2) $\omega=\dfrac{v}{r}=26\text{rad/s}$

$$\alpha=\frac{d\omega}{dt}=-\frac{v}{r^2}\frac{dr}{dt}=-\frac{v^2}{2\pi Nr^3}=-3.31\times10^{-3}\text{rad/s}^2$$

第 2、3 章　质点和质点系动力学

一、基本要求

1. 理解牛顿三定律的内容以及牛顿定律的适用范围，并能正确运用牛顿运动定律解题.

2. 理解惯性系和非惯性系，并能在非惯性系中解决质点的动力学问题.

3. 掌握描述力的时间积累效应的物理量——冲量和动量，以及有关质点(系)冲量和动量的主要规律：动量定理和动量守恒定律. 弄清动量守恒定律的适用条件，并能熟练应用它们解决有关问题.

4. 掌握质点(系)角动量的定义，以及有关质点(系)角动量的主要规律：角动量定理和角动量守恒定律，并能用这些规律解决有关问题.

5. 掌握描述力的空间积累效应的物理量——功和能，以及有关质点(系)功和能的主要规律：质点(系)的动能定理、质点系的功能原理和机械能守恒定律，并能熟练应用它们解决有关问题.

6. 掌握质心的概念及质心运动的规律——质心运动定理.

7. 能够用质点系的基本规律解决两体碰撞问题.

二、内容提要和学习指导

（一）动力学的基本物理量

1. 力：①力是物体间的相互作用；②力是运动状态改变的原因.

四种基本相互作用：引力相互作用；电磁相互作用；强相互作用；弱相互作用.

几种力的表达式：①万有引力 $\boldsymbol{F}=-G\frac{m_1m_2}{r^3}\boldsymbol{r}$（重力 $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{g}$）；②弹性力（正压力，张力）$F=-k\Delta x$；③静摩擦力 $f_s\leqslant\mu_s N$；④滑动摩擦力 $f_k=\mu_k N$；⑤流体阻力 $\boldsymbol{f}=-c\boldsymbol{v}$；……

2. 冲量和动量：冲量元 $\mathrm{d}\boldsymbol{I}=\boldsymbol{F}\mathrm{d}t$；冲量 $\boldsymbol{I}=\int_{t_0}^{t}\boldsymbol{F}\mathrm{d}t$；动量 $\boldsymbol{p}=\sum_i\boldsymbol{p}_i=\sum_i m_i\boldsymbol{v}_i$.

3. 力矩和角动量：力矩 $\boldsymbol{M}=\sum_i\boldsymbol{r}_i\times\boldsymbol{F}_i$；角动量 $\boldsymbol{L}=\sum_i\boldsymbol{L}_i=\sum_i\boldsymbol{r}_i\times m_i\boldsymbol{v}_i$（对同一参考点）.

4. 功和动能：元功 $\mathrm{d}W=\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$；路程功 $W_{AB}=\int_{A(L)}^{B}\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$；动能 $E_k=\sum_i\frac{1}{2}m_iv_i^2$.

5. 保守力的功与势能：①$\int_A^B\boldsymbol{F}_{保}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 与路径无关；②$\oint_L\boldsymbol{F}_{保}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=0$；③$E_{pA}=\int_A^{E_p=0}\boldsymbol{F}_{保}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$；④$\int_A^B\boldsymbol{F}_{保}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=-(E_{pB}-E_{pA})$.

几种势能：

重力势能

$$E_p=mgh\quad（规定物体在地面时系统的势能为零）$$

引力势能

$$E_p=-G\frac{m_1m_2}{r}\quad（规定两质点相距无穷远时系统的势能为零）$$

弹性势能

$$E_p=\frac{1}{2}kx^2\quad（规定弹簧处于自然长时系统的势能为零）$$

（二）动力学的基本规律

	质　点	质点系	备　注
力的瞬时效应	牛顿第一定律 牛顿第二定律 $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}$ 牛顿第三定律	质心运动定理 $\boldsymbol{F}=M\boldsymbol{a}_c$	对质量离散质点系 $\boldsymbol{r}_c=\sum_i m_i\boldsymbol{r}_i/\left(\sum_i m_i\right)$ 对质量连续的物体 $\boldsymbol{r}_c=\int_M\boldsymbol{r}\mathrm{d}m/\left(\int_M\mathrm{d}m\right)$

续表

	质　点	质点系	备　注
力的时间积累效应	动量定理 $\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}\mathrm{d}t=m\boldsymbol{v}_2-m\boldsymbol{v}_1$	动量定理 $\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}_{合外}\mathrm{d}t$ $=\sum_i m_i\boldsymbol{v}_{i2}-\sum_i m_i\boldsymbol{v}_{i1}$	内力并不改变质点系的总动量，仅改变单个质点的动量，它使动量在质点系内传递，保持质点系的总动量不变
	动量守恒定律 若 $\boldsymbol{F}=0$， 则 $m\boldsymbol{v}=m\boldsymbol{v}_0$	动量守恒定律 若 $\sum_i \boldsymbol{F}_{i外}=0$， 则 $\sum_i m_i\boldsymbol{v}_i=\boldsymbol{P}_0$	
	角动量定理 $\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}=\frac{\mathrm{d}(\boldsymbol{r}\times m\boldsymbol{v})}{\mathrm{d}t}$	角动量定理 $\sum_i \boldsymbol{r}_i\times\boldsymbol{F}_{i外}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\sum_i \boldsymbol{L}_i\right)$	所有力矩和角动量都是相对于同一参考点而言的
	角动量守恒定律 若 $\boldsymbol{M}=0$， 则 $\boldsymbol{r}\times m\boldsymbol{v}=\boldsymbol{L}_0$	角动量守恒定律 若 $\sum_i \boldsymbol{r}_i\times\boldsymbol{F}_{i外}=0$， 则 $\sum_i \boldsymbol{r}_i\times m\boldsymbol{v}_i=\boldsymbol{L}_0$	
力的空间积累效应	动能定理 $W_{AB}=\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2$	动能定理 $W^{(e)}+W^{(i)}$ $=\sum_i(E_{ikB}-E_{ikA})$	内力可以对质点系做正功或负功，使质点系的总动能增加或减少
		功能原理 $W^{(e)}+W^{(i)}_{非保}$ $=\sum_i[(E_{ikB}+E_{ipB})$ $-(E_{ikA}+E_{ipA})]$	对单个质点不谈势能，所以对单个质点不谈功能原理和机械能守恒定律
		机械能守恒定律 若 $W^{(e)}+W^{(i)}_{非保}=0$，则 $\sum_i(E_{ik}+E_{ip})=E_0$	

（三）动力学基本规律的应用

应用动力学规律要解决的问题就是：什么物体在什么力的作用下做什么样的运动？

1. 应用牛顿运动定律解题.

（1）在惯性系中的解题步骤.

① 选对象，即取一个或几个物体作为隔离体.

② 细分析，即对隔离体进行受力分析和运动分析. 有时先进行受力分析，有时先进行运动分析，有时两者交替进行. 画受力图时既要防止漏画力，也要防止多画力.

③ 列方程，即用正交分解法把各隔离体所受的力和隔离体的加速度分解为各正交轴方向的分量，然后应用牛顿定律和运动学关系列方程. 注意，方程的个数必须等于未知量的个数.