

科學圖書大庫

力學問題蒐集

譯者 楊 廉

徐氏基金會出版

科學圖書大庫

力學問題蒐集

譯者 楊 廉

徐氏基金會出版

徐氏基金會科學圖書編譯委員會
監修人 徐銘信 發行人 王洪鎧

科學圖書大庫

版權所有



不許翻印

中華民國六十八年二月二十八日再版

力學問題蒐集

基本定價 2.60

譯者 楊 廉 台北工專教授

本書如發現裝訂錯誤或缺頁情形時，敬請「刷掛」寄回調換。謝謝惠顧。

(67)局版臺業字第1810號

出版者 財團法人 臺北市徐氏基金會 臺北市郵政信箱53-2號 電話 7813686 號

發行者 財團法人 臺北市徐氏基金會 郵政劃撥賬戶第 1 5 7 9 5 號

承印者 大興圖書印製有限公司 三重市三和路四段一五一號 電話 9719739

譯 者 序

力學爲研習工程者所必需之基本工具。所謂研讀力學卽已進入工程之領域。本書編著顯然旨在蒐集若干實際工程中或物理狀況下之力學問題，以引導學者爾後研習工程之階梯。

本書編排節次，爲靜力學問題、運動學問題、動力學問題、及特別論題。自淺漸深，循規有序，惟學者於演解以前須業已熟知諸基本力學原理，並以數學與物理爲據，始能獲有殊效。

本書蒐集力學精闢問題凡八百三十七條，就工程上所有之力學問題而言，並非均適於分析方法，若干問題可由圖解法配合處理之。當實際之數據條件過於繁雜時，亦可運用近似解法，試驗法與誤差法處理之。

譯者 楊 康

中華民國五十九年六月

目 錄

第一章 剛體靜力學	1
I 同平面力系	1
1. 共線力	1
2. 共點力	2
3. 平行力及力偶	11
4. 任意同平面力系	18
5. 圖解法	31
II 空間力系	33
6. 共點力	33
7. 簡化一系統之力系使成可能之最簡單形式	37
8. 任意力系之平衡	38
9. 重心	46
第二章 運動學	49
III 質點之運動	49
10. 運動之方程式及質點之路徑	49
11. 質點之速度	50
12. 質點之加速度	53
IV 剛體之簡單運動	57
13. 剛體對一固定軸之轉動	57
14. 剛體簡單運動之變化	59
V 一質點運動之合成及分解	62
15. 一質點合成運動之運動及路徑方程式	62
16. 一質點速度之合成	63
17. 一質點受有傳送運動時加速度之合成	67
18. 對一固定軸旋轉而傳送運動之質點加速度之合成	70
VI 剛體於平面上之運動	74

19. 物體及其各質點於平面上運動之方程式	74
20. 物體上之一點於一平面上運動時之速度，速度之瞬時中心	76
21. 物體之瞬心線及其位置	83
22. 物體上之一點於一平面上運動時之加速度，加速度之瞬時中心	86
23. 平面上一物體運動之合成	89
VII 剛體對一固定點之運動	92
24. 剛體對一固定點之轉動	92
25. 剛體對相交軸轉動之合成	94
第三章 動力學	101
VIII 質點之動力學	101
26. 運動時間力之計算	101
27. 運動之微分方程式	104
28. 質點動量改變定理，質點角動量改變定理，於向心力作用下之運動	111
29. 功及功率	114
30. 質點動能改變定理	116
31. 複習問題	120
32. 振動	124
33. 相對運動	130
IX 一系統之動力學	133
34. 動力學與靜力學之原理	133
35. 虛位移原理	139
36. 動力學之一般方程式	146
37. 質量系質量中心運動原理	152
38. 質量系之線動量改變原理	156
39. 質量系之重要角動量改變原理，一剛體對一固定軸旋轉之微分方程式，迴轉儀之基本原理	159
40. 質量系之動能改變原理	172
41. 剛體之平面運動	183
42. 施於轉動物體中心軸上之力	186
43. 複習問題	190
44. 衝擊	193

45. 可變質量系之動力學·····	198
46. 解析靜力學·····	201
47. Lagrange's 方程式·····	205
X 擺動定理 ·····	218
48. 具有單自由度之質量系之微振動·····	218
49. 具有數自由度之質量系之微振動·····	230
50. 運動之穩定性·····	241
補充一些典型問題之解法 ·····	245

第一章 剛體靜力學

I. 同平面力系

① 共線力

1. 今有二重量各為 10 公斤與 15 公斤，懸置於一繩之不同點上，較重者懸於輕者之下方，試求此繩之張力。

答： 10 公斤及 15 公斤。

2. 一高 h 為 5 公尺之均勻圓柱，重量 Q 等於 3000 公斤，垂直裝置於一實體基礎上。若承受之載荷 $P = 4000$ 公斤，試求此柱作用於基礎上之壓力與自柱之上下兩端各長 0.5 公尺之截面所受之壓縮力。

答： $N = 7000$ 公斤； $N_1 = 4300$ 公斤； $N_2 = 6700$ 公斤。

3. 一人站立於礦坑之底部其體重為 64 公斤，若此人以一繩繞過一固定滑輪而拖起一 48 公斤之載荷。

(1) 試求此人施於坑底之壓力。

(2) 計算此人所能支持繩所懸之最大重量。

答： (1) 16 公斤；(2) 64 公斤。

4. 一火車以等速沿一水平直線軌道上行駛，若此車包括機車之重量為 180,000 公斤，運動阻力如為列車施於鐵軌壓力之 0.005，則機車所施之牽引力為若干？

答： 900 公斤。

5. 茲有一蒸汽引擎之二汽缸為串聯，如第 1 圖所示。如汽缸之直徑各為 $D_1 = 320\text{mm}$ ； $D_2 = 600\text{mm}$ ；活塞連桿之直徑 $d_1 = 60\text{mm}$ ； $d_2 = 100\text{mm}$ ；蒸汽之平均壓力 $P_1 = 9.5$ 公斤/平方公分； $P_2 = 2.5$ 公斤/平方公分； $P_3 = 0.1$ 公斤/平方公分。試求活塞連桿所傳動之平均壓力大小。

答： 12100 公斤。

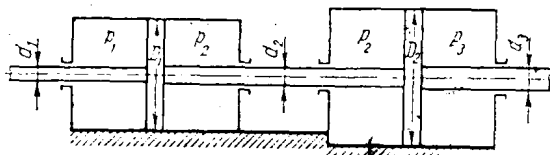


圖 1

② 共點力

6. 共點力各為 1, 3, 5, 7, 9, 與 11 公斤作用於正六角形之中心而朝向六頂點, 試求合力之大小及方向並求其平衡力。

答: 合力為 12 公斤; 平衡力之方向與已知 9 公斤力之方向相反。

7. 分解一 8 公斤之力為二力, 使每一分力均等於 5 公斤。並儘量分解此相同之 8 公斤力為二分力, 使二分力各為 10 公斤; 各為 15 公斤; 各為 20 公斤, 甚至於二分力各為 100 公斤。

答: 如分解時之方向為未知, 則各答案均為正確者。

8. 一力 $Q = 250$ 公斤作用於與水平傾斜角度 $\alpha = 45^\circ$ 之椽子上, 如第 2 圖所示, 試計算作用於水平接合梁上之分力 S , 與垂直作用於牆上之分力 N 。

答: $S = N = 177$ 公斤。

9. 三彈簧秤之三環 A , B 及 C 緊定於水平板上, 今以三繩繫於各彈簧秤之鈎上並拉緊而結於 D 點, 如彈簧秤之讀數各為 8, 7, 及 13 公斤。

試求如第 3 圖所示繩間所夾之角度 α 與 β 。

答: $\alpha = 27.8^\circ$; $\beta = 32.2^\circ$ 。

10. 二桿 AC 與 BC 之一端分別以鉸鏈固定於垂直牆面上而他端彼此鉸接, 如第 4 圖所示。今以

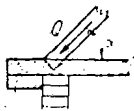


圖 2

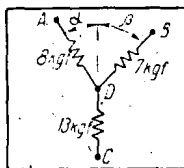


圖 3

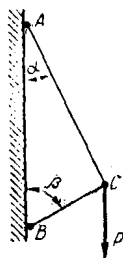


圖 4

$P = 1000$ 公斤之力作用於銷釘 C ，試求此二桿對於銷釘 C 之反作用力，但二桿與牆面所成之角度 $\alpha = 30^\circ$ 及 $\beta = 60^\circ$ 。

答：866 公斤；500 公斤。

11. 一路燈懸掛於線纜 ABC 之中點 B 處，線纜之兩端牢繫於同一水平 A 與 C 二鉤上，如第 5 圖所示。若路燈之重量為 15 公斤，線纜 ABC 之長度為 20 公尺，自水平至懸點之垂度 BD 為 0.1 公尺。設線纜之重量可略而不計，試求 AB 與 BC 兩部分線纜之張力 T_1 與 T_2 。

答： $T_1 = T_2 = 750$ 公斤。

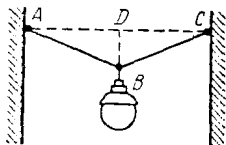


圖 5

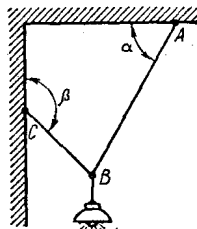


圖 6

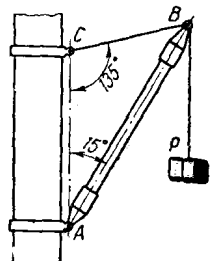


圖 7

12. 一重為 2 公斤之電燈以繩 AB 懸掛於天花板上並以細繩 BC 牽至牆面，如第 6 圖所示。倘所成之角度 α 與 β 分別為 60° 與 135° 時，試求繩之張力 T_A 及細繩之張力 T_C ，但二繩之重量略而不計。

答： $T_A = 1.46$ 公斤； $T_C = 1.04$ 公斤。

13. 一動臂起重機包含有一鉸接於塔上 A 處之吊桿 AB 與一繩索 CB ，如第七圖所示。今以一重量 $P = 200$ 公斤懸於吊桿之 B 端；若角 $BAC = 15^\circ$ ，角 $ACB = 135^\circ$ ，試求繩索 CB 之張力 T 及吊桿 AB 之推力 Q 。

答： $T = 104$ 公斤； $Q = 283$ 公斤。

14. 一重量為 25 公斤以繞過二滑輪之二繩保持其平衡。二繩之自由端各懸以配衡，其中一繩之配衡重為 20 公斤；且此繩與垂直方向所夾角之正弦為 0.6。如滑輪之摩擦不計，試求另一配衡之重量 P 及第二繩與垂直方向所夾之角 α 。但繩之重量可略而不計。

答： $P = 15$ 公斤； $\sin \alpha = 0.8$ 。

15. 一繩 AB 之一端固定於 A 點，一重量 P 及另一繩 BCD 縛於其另一端 B ，又繩 BCD 繞過一滑輪並於其 D 端懸一重量 $Q = 10$ 公斤，如第 8 圖

所示。

若省略滑輪之摩擦，試求繩 AB 之張力 T 與重量 P ，但二繩與垂直方向 BE 所夾之角為； $\alpha = 45^\circ$ 及 $\beta = 60^\circ$ ，且此系為平衡者。

答： $T = 12.2$ 公斤； $P = 13.7$ 公斤。

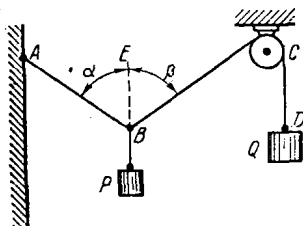


圖 8

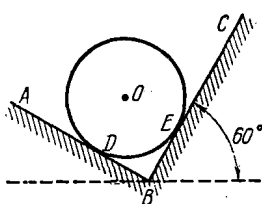


圖 9

16. 一個均質球 O 重六公斤，置於兩垂直的光滑平面 AB 和 BC 間，試求此球加之於各平面之壓力，假設平面 BC 與水平面成 60° 角，如第 9 圖所示。

答： $N_D = 5.2$ 公斤； $N_E = 3$ 公斤。

17. 一均質球 O 懸於繩 AC 上而靠在一垂直牆 AB 上，如第 10 圖所示，繩與牆之間的夾角為 α ，球重為 P ，求繩上之張力 T ，及球所加於牆上之壓力 Q 。

答： $T = \frac{P}{\cos \alpha}$ ； $Q = P \tan \alpha$ 。

18. 一重量為 P 之小球 B ，懸於一固定在 A 處之繩 AB ，而靜止於一半徑為 r 之光滑球面上，如第 11 圖所示，距離 $AC = d$ ，繩 $AB = l$ ， AO 為一垂直直線，求繩上之張力 T 及球體上之反作用力 Q ，但小球之半徑可略而不計。

答： $T = P \frac{l}{d+r}$ ； $Q = P \frac{r}{d+r}$ 。

19. 一 10 公斤重之均質球，以在同一垂直面上且成 150° 角之兩繩 AB 和 CD 保持其平衡，如第 12 圖所示，繩 AB 與水平面成 45° ，試求兩繩上之張力各為若干。

答： $T_B = 19.3$ 公斤； $T_C = 14.1$ 公斤。

20. 一均質的滾軸重 2000 公斤，半徑 60 厘米，如第 13 圖所示，若欲將此滾軸推上一 8 厘米高的石階，試求所須施之水平力 P 。

答： $P = 1150$ 公斤。

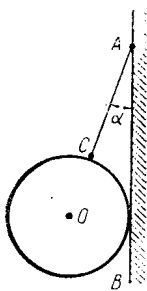


圖 10

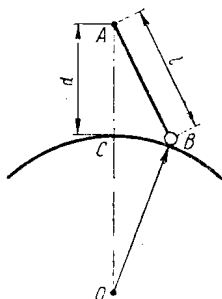


圖 11

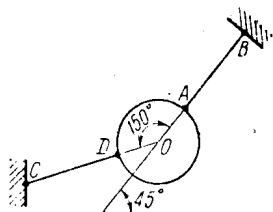


圖 12

21. 有一長 1.2 米，重 16 公斤之均勻桿 AB ，以各為 1 米長之兩繩 AC 和 CB ，懸於 C 點，如第 14 圖所示，求兩繩上之張力。

答：繩上之張力各為 10 公斤。

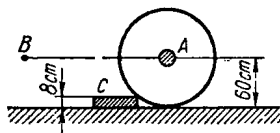


圖 13

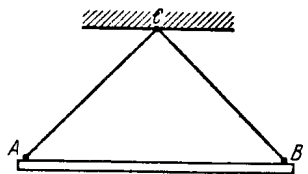


圖 14

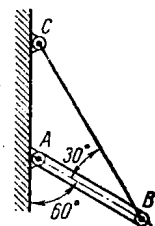


圖 15

22. 均勻桿 AB ，以鉸鏈接於 A 點於垂直牆上，且以一繩 BC 與牆保持 60° 角，而桿與繩成 30° 角，如圖 15 所示，如桿重為 2 公斤，求鉸鏈反作用力之大小，方向。

答： $R=1$ 公斤；角 $(R, AC)=60^\circ$ 。

23. 桿 AB 以鉸鏈接於支點 A ，其 B 端以一滾子支持，一力 $P=2000$ 公斤，與軸成 45° ，作用於桿之中心點，若桿重可省略，試求在 a 與 b 條件下，支點之反作用力，利用如圖 16 所示之尺寸。

答： (a) $R_A=1580$ 公斤；

$R_B=710$ 公斤。

(b) $R_A=2240$ 公斤；

$R_B=1000$ 公斤。

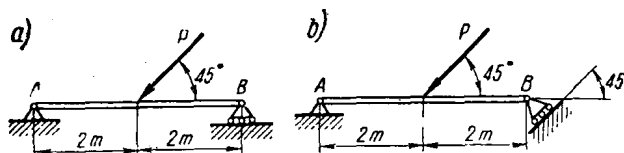


圖 16

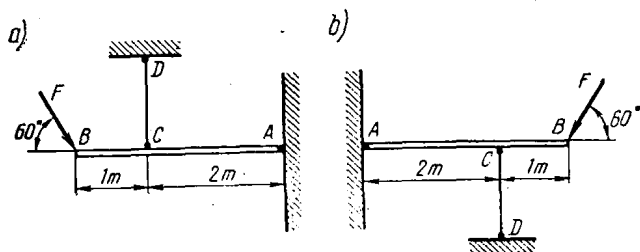


圖 17

24. 樑 AB ，以垂直桿 CD 保持其平衡位置，兩相等的力 $F = 3000$ 公斤，與水平成 60° 各作用於樑之兩端，如圖 17 所示之尺寸。桿 CD 之張力 S ，及樑加於牆上的壓力 Q ，假設接頭 A, C, D 皆以鉸鏈接之且樑與桿之重量可略而不計。

答：(a) $S = 3900$ 公斤；

$Q = 1980$ 公斤。

(b) $S = 3900$ 公斤；

$Q = 1980$ 公斤。

25. 水平力 P 施於架上 B 點，試求在支點處之反作用力 R_A 和 R_D ，如圖 18 所示，但架重可略而不計。

答： $R_A = P \frac{\sqrt{5}}{2}$ ； $R_D = \frac{P}{2}$ 。

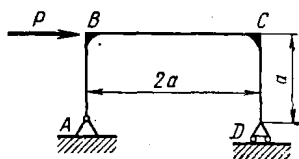


圖 18

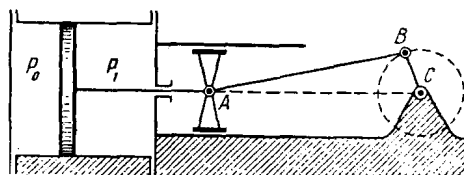


圖 19

26. 一蒸汽引擎，其活塞的面積為0.1平方米，連桿 AB 長2米，曲柄 BC 長0.4米，汽缸內蒸汽之前壓力 $P_0 = 6$ 公斤/厘米²，後壓力 $P_1 = 1$ 公斤/厘米²，試求作用於曲柄 BC 上的力 T ，及當角 ABC 為 90° 時，若滑塊與導路間之摩擦影響可略而不計。

答： $T = 5100$ 公斤； $N = 1000$ 公斤。

27. 如圖 20 所示為一組連桿 $ABCD$ ，其一邊 CD 是固定的一力 $Q = 10$ 公斤，以角 $BAQ = 45^\circ$ 作用於鉸鏈 A 處，試求使此系成平衡時所須之力 R ，而此力以角 $ABR = 30^\circ$ 作用於樞紐 B 上。但角 $CAQ = 90^\circ$ ，角 $DBR = 60^\circ$

答： $R = 16.3$ 公斤。

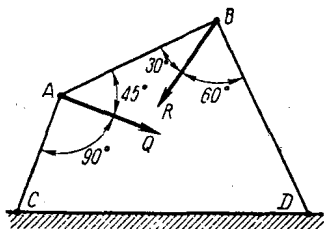


圖 20

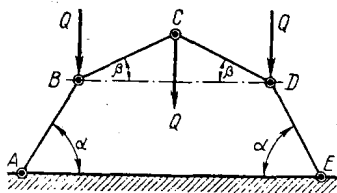


圖 21

28. 如圖 21 所示，為以等長的4桿所組成的一系， A 端和 E 端為固定的樞軸，以同樣的垂直力 Q 作用於各接合處 B, C, D 上，當此系平衡時桿的盡頭與水平所成的傾斜角 $\alpha = 60^\circ$ ，試求中桿與水平的傾斜角。

答： $\beta = 30^\circ$ 。

29. 如圖 22 所示，水平力 P 施於三連拱上，試求支座 A, B 上之反作用力，但其重可略而不計。

答： $R_A = R_B = P \sqrt{\frac{2}{2}}$ 。

30. 一組三連拱，尺寸如圖 23 所示，試以所施之水平力 P 的關係表明支座 A, B, C 和 D 上的反作用力。

答： $R_A = P \sqrt{\frac{2}{2}}$ ； $R_B = P$ 。

$R_C = P$ ； $R_D = P \sqrt{\frac{2}{2}}$ 。

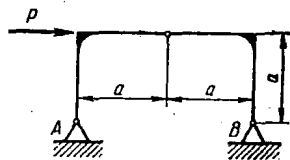


圖 22

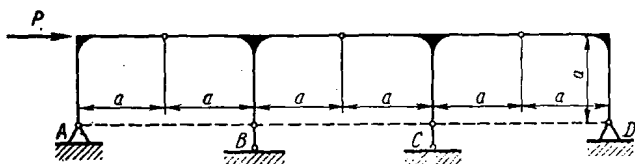


圖 23

31. 一動臂起重機，如圖 24 所示，包含固定塔 AC 及活動構架 BC ，以鉸鏈接於 C 並以纜線 AB 支持之。一重量 $Q = 4000$ 公斤，以一繞過滑輪於 B 點之鏈條支持之，並由 B 點沿直線 BC 至鉸車上，長度 $AC = BC$ 。試以角 $ACB = \varphi$ 為函數，求纜繩 AB 上之張力 T ，及沿直線 BC 壓縮活動構架時所用之力 P 。但活動構架之重量及滑輪之摩擦可略而不計。

答：不論角 φ 為何， $T = 80000 \sin \frac{\varphi}{2}$ 公斤； $P = 80000$ 公斤。

32. 滑輪 C ，連一重量 $P = 18$ 公斤，沿一 5 米長之可繞纜繩 ABC 而滑動，如圖 25 所示，纜繩之兩端扣接於牆上，牆之間距離為 4 米，試求當滑

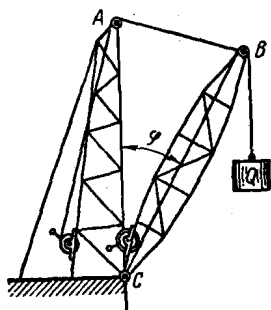


圖 24

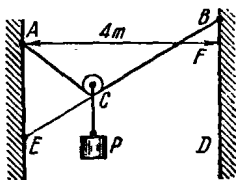


圖 25

輪與重量平衡時纜繩上之張力，但纜繩之重量及滑輪之摩擦可略而不計。

〔提示： AC 和 BC 部分的張力相等，其大小可由力三角形與等腰三角形之相似而求得，且其一邊為直線 BCE ，底邊為垂直 BD ，〕

答：15 公斤，而不論 BF 之高度。

33. 兩小球 A 和 B ，其重量各為 0.1 公斤和 0.2 公斤，置於一半徑 $OA = 0.1$ 米，軸為水平之光滑圓筒上，聯接二小球之線 $AB = 0.2$ 米長，如圖 26 所示，當此系完全平衡時，求半徑 OA 與垂直直線 OC 間所成之角

度 φ_1 和 φ_2 ，又求兩小球施於圓筒上 A, B 兩點之壓力 N_1, N_2 ，但小球大小可略而不計。

答： $\varphi_1 = 2 - \varphi_2$; $\tan \varphi_2 = \frac{\sin 2}{2 + \cos 2}$;

$$\varphi_1 = 84^\circ 45'; \varphi_2 = 29^\circ 50';$$

$$N_1 = 0.1 \cos \varphi_1 \text{ 公斤} = 0.0092$$

公斤；

$$N_2 = 0.2 \cos \varphi_2 \text{ 公斤} = 0.173$$

公斤。

34. 一光滑環 A ，可無摩擦地在一固定而彎曲成圓弧狀之纜線上滑動，但此纜線在一垂直平面內，如圖27所示，一重量 P 懸於此環上，另一

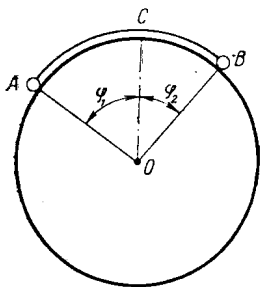


圖 26

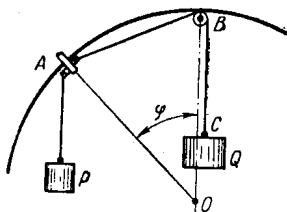


圖 27

繩 ABC 亦接於環 A 後經過固定滑車 B ，後者懸於弧狀纜線之最高點，但滑車大小可略，一重量 Q ，接於繩上 C 點，試求當平衡時弧 AB 所對之中心角 φ ，及當平衡為可能時之位置，但環之重量及摩擦可略而不計。

答： $\sin \frac{\varphi_1}{2} = \frac{Q}{2P}$ ；當 $Q < 2P$ ，平衡為可能。

$\varphi_2 = \pi$ 在任何 Q 和 P 時平衡為可能。

35. 一質點 M 被三固定質點 $M_1(x_1, y_1)$ ， $M_2(x_2, y_2)$ 及 $M_3(x_3, y_3)$ 所吸引，其吸引力之大小與距離成比例， $F_1 = k_1 r_1$ ， $F_2 = k_2 r_2$ ， $F_3 = k_3 r_3$ 而 $r_1 = MM_1$ ， $r_2 = MM_2$ ， $r_3 = MM_3$ 且 k_1, k_2, k_3 等均為比例係數，試求 M 點在平衡位置時的座標 x, y 。

答： $x = \frac{k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3}{k_1 + k_2 + k_3}$ ； $y = \frac{k_1 y_1 + k_2 y_2 + k_3 y_3}{k_1 + k_2 + k_3}$ 。

36. 一 5 公斤矩形板被懸掛著，可以很容易的以矩形板的一邊為水平軸旋轉，風以一定速度吹著，使板保持和垂直方向成 18° 的傾斜度。試求在平板面垂直方向的風壓力。

答： $5 \sin 18^\circ = 1.55$ 公斤。

37. 一水塔有一圓形水櫃 6 米高，直徑 4 米，如圖 28 所示。裝置在 4 個和水平傾斜的對稱腳架上。水櫃底部離腳架底部 17 米高。水塔重量為 8000 公斤，風壓力計算是基於水櫃在風向垂直面的投影面積。假設風壓力為 125 公斤/米²，試求腳架間的距離 AB ，使水塔不致傾倒。

答： $AB \geq 15$ 米。

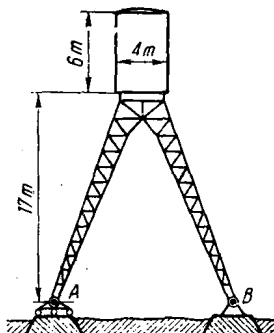


圖 28

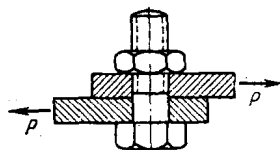


圖 29

38. 需要多少力方可沿著車床水平面推動一 50 公斤重的機器台架？因潤滑很差，故其靜摩擦係數僅有 0.15。

答： 7.5 公斤。

39. 一螺栓夾緊兩鋼片，當一分裂力 $P = 2000$ 公斤作用在鋼片上時，試求鎖緊螺栓所需之力。螺栓有間隙且不低於其剪應力。其鋼片間的靜摩擦係數為 0.2。如圖 29 所示。

〔提示：螺栓不可低於剪應力，所以必需以一摩擦所生避免使兩鋼片滑動之力鎖緊。即沿著螺栓軸向作用之力。〕

答： 10,000 公斤。

40. 一粗糙表面放置與水平成一傾斜角度，一重物放於其上，以其初速下降，速度保持一定，試求摩擦係數 f 為若干？

答： $f = \tan \alpha$ 。

41. 一尖劈 A 傾斜度為 $\tan \alpha = 0.05$ 。以一力 $Q = 6000$ 公斤壓置於 BB_1 中，如圖 30 所示。假如摩擦係數為 0.1，試求尖劈面垂直方向之力 N ，及拉出尖劈所需之力 P 。