

力学学报

ACTA MECHANICA SINICA
SUPPLEMENTARY ISSUE

增 刊
1989

中国力学学会主办

中国铁道出版社出版

037
8720-26-
3
7

力学报 (增刊)

力学学报编辑委员会 编

北京中关村中国科学院

力学研究所

中国铁道出版社出版、发行

各地新华书店经售

中国铁道出版社印刷厂印

开本: 787×1092毫米 印张: 16.75 字数: 375千

1990年2月 第1版 第1次印刷

印数: 1—1000册 定价: 7.00元

ISBN7-113-653-1/O·26

前 言

由中国力学学会固体力学专业委员会塑性力学专业组主办的第二届塑性力学学术交流会于1988年5月5日至8日在合肥工业大学召开。来自全国26个省市59个单位的97名代表出席了会议。

会议就当前塑性力学发展中的主要问题作了大会报告，系统地介绍了塑性本构理论，微观和细观塑性理论、金属塑性成形，塑性动力学等领域国内、外发展的现状，展望了进一步发展的方向。会议分小组进行了论文报告，这些论文基本上反映了自上届会议以来国内有关塑性力学在理论上和实际应用方面的最新研究成果。这些论文在数量上，在广度和深度上都比1986年在杭州召开的全国第一届塑性力学学术交流会上论文有明显的提高。论文约有一半以上是直接解决工程实际中所提出的问题的或具有明显的工程背景。这反映了塑性力学在工程应用方面又向前迈进了一步。可以期望，塑性力学将成为今后力学发展最积极的分支之一。

为了反映这次会议交流的成果，通过专业组成员和会议主持人的推荐，并通过认真审查我们选择了部分有代表性的学术论文编辑出版了这本《力学学报》增刊。在出版的过程中，得到了中国力学学会固体力学专业委员会塑性力学专业组铁道出版社的多方协助与合作，在此谨向他们表示诚挚的谢意。

我们衷心期望，本增刊在交流我国塑性力学研究成果以及促进塑性力学在国民经济建设中发挥作用等方面作出应有的贡献。

《力学学报》编委会

1988.11.

目 录

本 构 关 系

17届ICTAM大会有关塑性力学内容	王 仁 (1)
大变形弹塑性本构理论的几个基本问题	黄克智 程 莉 (7)
宏观塑性本构理论的近代发展	匡震邦 (18)
有限变形塑性本构理论的框架	黄筑平 (31)
复杂应力状态下材料屈服和破坏的一个新模型及其系列理论	俞茂鋈 (42)
考虑相变影响的热弹塑性本构关系及淬火过程的应力解析	王志刚 (50)
土的内时本构模型及其与经典塑性模型的关系	范镜泓 王建国 (56)
包含相变的非等温内时本构方程及其在2Cr13钢淬火应力分析中的应用	刘林娜 范镜泓 (62)

基本原理及塑性力学试验

拉压性能不同金属材料的非经典塑性本构理论及实验研究	吕桂英 张泽华 (70)
固体力学的一个广义变分原理	林钟祥 (78)
超塑变形屈服准则的拉扭复合实验研究	王仲仁 许言午 郭殿俭 (87)
屈服应力定义对纯铝L2屈服规律的影响	张泽华 鹿宝君 (92)
多面壳体液压胀球过程的实验研究	康达昌 汪 涛 张士宏 董建令 王仲仁 (99)
大变形塑性极限分析的界限定理	高 扬 (105)
软钢在平面应变条件下强化特性的新模型	姚希梦 曾 平 胡少勇 (111)

极限分析和安定分析

板、壳极限分析和安定分析—温度参数法	钱令希 王志必 (118)
用加权残数法求环板在Mises屈服条件下的极限载荷	吴 向 徐秉业 (125)
各向同性强化条件下的安定定理	刘 越 刘信声 (131)
C形波纹管的极限分析	孙镇华 刘信声 徐秉业 (136)

塑性动力学

冲击载荷下的材料动态失稳和动态屈服	王礼立 (142)
支承在劈尖上的圆环在撞击下的刚塑性动力响应	张铁光 余同希 (148)
撞击引起的弹塑性激波衰减规律的拟级数解法	李永池 周光泉 黄 峰 (156)

具有大挠度的四边固定矩形板的弹塑性动力响应	洪善桃 杨建中 (166)
圆管受冲击扭矩作用的粘塑性分析	宋 军 徐秉业 (173)
应变率敏感材料的弹粘塑性硬化模型及其应用	潘立功 徐秉业 (179)

塑性力学的某些专门问题

混凝土非均匀强化塑性理论的改进	金永杰 朱昌铭 (185)
线性软化脆塑性厚壁筒的极限载荷	刘文政 徐秉业 (192)
Hutchinson模型的后屈曲和缺陷敏感分析	苏旭明 卢文达 (198)
蠕变恢复试验和计及恢复时的蠕变分析	穆霞英 (206)

金属塑性成形

广义屈服准则	王仲仁 胡卫龙 (213)
规范上限模式与滑移线场的合理性	李双义 (220)
滑移线场应力的映射分析及其应用	彭炎荣 (227)
正交异性材料平面应力问题的特征场	袁祖培 范季夏 (234)

塑性力学的数值方法

带有知识和数据库的混凝土本构模型	刘西拉 许锦峰 (239)
板壳弹塑性问题的样条有限点法	秦 荣 (243)
超静定结构的安定分析	陈少忠 陆明万 (249)

ACTA MECHANICA SINICA

The Chinese Society of Theoretical and Applied Mechanics

Vol.21 SUPPLEMENTARY ISSUE 1989

CONTENTS

Constitutive Relations

- Subjects related to plasticity in XVII ICTAM AUG.1988....Wang Ren
- Some fundamental problems in elastic-plastic constitutive theory of
finite deformation.....Huang Kezhi, Cheng Li
- Recent development in the macroscopic constitutive theory of plas-
ticity.....Kuang Zhen-bang
- On the constitutive framework in finite deformation
plasticity.....Huang Zhuping
- A new model and new theoretical system of yield and failure of ma-
terials under the complex stress state.....Yu Maohong
- A thermoelastoplastic constitutive relation considering phase tran-
sformations and stress analysis of quenching
process.....Wang Zhigang
- An endochronic constitutive model for soils and its relationship
with classical plasticity models.....Fan Jinghong, Wang Jianguo
- Non-isothermal endochronic constitutive equation incorporating
phase transformation with application to the stress analysis
for quenching process of 2Cr13steel.....Liu Linna, Fan Jinghong

General Principles and Experiments in Plasticity

- Non-classical plastic constitutive theory and experimental inve-
stigation for metals with different behaviors in tension and
compression Lu Gui-ying and Zhang Ze-hua
- A general variational principle in solid
mechanics.....Lin Zhongxiang
- An experimental study of superplastic yield criteria under tension-
torsional combined loading.....Wang Z.R, Xu Yanwu, Guo Dianjian
- Effect of definition of the yield stress on yield rule of pure

- aluminium L2.....Zhang Zehua and Pang Baojun
 Experimental study of a polyhydron shell being expanded into a
 spherical shellKang D.C, Wang T, Zhang S.H,
 Dong Jianling, Wang Z.R.
 Dual bounding theorems for nonlinear limit analysis Gao Yang
 A new model of hardening behaviour under conditions of plane strain
 for mild steel.....Yao Ximeng, Zeng Ping, Hu shaoyong

Limit Analysis and Stability Analysis

- Limit analysis and shakedown analysis of bending plates and
 rotational shell--method of temperature
 parameters.....Qian Lingxi, Wang Zhibi
 On load carrying capacities of ring plates under mises yield
 condition by using the method of weighted
 residuals.....Wu Xiang, Xu Bingye
 Shakedown theorem of isotropic hardening.....Liu Yue, Liu Xinsheng
 Limit analysis of bellows.....Sun Zhen-hua, Liu Xinsheng, Xu Bing-ye

Dynamics of Plastic Media

- The dynamic instability and dynamic yield of materials under
 impact loading.....Wang Lili
 Dynamic plastic response of a ring supported by a wedge to an
 impact on its top.....Zhang Tieguang, Yu Tongxi
 A quasi-series solution for the attenuation of plastic-elastic
 shock wave generated by
 impact.....Li Yongchi, Zhou Guangquan, Huang Feng
 Dinamic response for an elastic-plastic rectangular plate of
 large deflection with all edges built
 in.....Hong Shantao, Yang Jianzhong
 Viscoplastic analysis of cylindrical tube subjected to impulsive
 torsion.....Song Jun, Xu Bing-ye
 Elasticvisco-plastic hardening model for strain rate sensitive
 materials and its APPLICATIONPan Ligong, Xu Bingye

Some Special Topics in Plasticity

- The improvement of nonuniform hardening plastic theory of
 concrete.....Jin Yong-jie, Zhu Chang-Ming
 Limit loads for thick-walled cylinders of linear softening brittle

- materialsLiu wnzheng, Xu binye
- A Postbuckling and imperfection-sensitivity analysis of Hutchinson's model.....Su Xuming, Lu Wenda
- The experiments of creep-recovery and the stress analysis for creep considering the recovery.....Mu Xiaying

Plastic Forming of Metals

- General yield criterion.....Wang Zhongren, Hu Weilong
- Study on the standardized upper bound modes and the rationality of slip line field in plane strain problems.....Li Shuangyi
- The theory and its application of the geometrical mapping for stress in slip line field.....Peng yanrong
- The characteristic field of plastic plane stress problem for the orthotropic materials.....Yuan Zupei, Fan Jixia

Numerical Methods in Plasticity

- Knowledge and data based concrete constitutive modelX. L. Liu, J. F. Xu
- Spline finite point method for elasto-plastic analysis of thin plates and shallow shells.....Qin Rong
- Shakedown analysis of statically indeterminate structure.....Chen Shao-zhong, Lu Mingwan

17届ICTAM大会有关塑性力学内容

王 仁*

北 京 大 学

提 要 通过1988年在法国Grenoble召开的第十七届国际理论与应用力学大会,介绍了当前有关塑性力学的前沿课题。

关键词 本构关系, 压力加工, 塑性力学, 结构稳定性。

1988年8月21—27日在法国格勒诺贝尔召开的17届国际理论和应用力学大会(ICTAM)选取了三个主题,它们是“大变形和损伤的力学”“二相流体力学”“地壳的力学”。其中以第一个主题的讨论会最为热烈。它包括了损伤的十个小组,断裂和微观力学等七个小组和塑性力学的十个小组,还有两个大的邀请报告也属于这个范围。

在以塑性力学为题的十个小组讨论会中有九个是口头报告会共26篇论文,一个是张贴展示的讨论会有12篇论文。另外在标题中带有塑性或非弹性的论文在损伤力学的小组中有16篇,断裂力学小组中有3篇,复合材料小组中有3篇,地质技术小组中有3篇,板与壳小组中有4篇,在波、结构稳定性,非均匀材料等小组中还各有一篇。总共至少70篇,事实上在损伤和断裂的工作中大多数都考虑塑性变形。

在这些论文中约有三分之一是关于微观宏观相结合和专门讨论本构模型的。另外还有不少是大变形问题,动力塑性力学,压力加工分析,板壳结构分析方面的,以及混凝土,松散介质和复合材料的塑性力学问题。由于只见到摘要,以下只能对这些论文做简单介绍。

一、微宏观相结合的方面

采用 Kroner(1961)及后人提出的自洽模型来推导多晶金属塑性行为的工作有好几篇。黄子春等用此方法精确地估计多晶铝合金在复杂加载条件下的塑性响应, Zaoui探讨二相材料相空间分布对整体塑性行为影响的模拟,取得相当大的强化或软化效应。Krier等用同一方法来建立适于任意载荷变化的金属内变量演化律,从各向同性多晶体开始计算屈服面在任意双向加载下的演化,能表现等向强化、随动强化,出现尖角等等特征。Cailletaud引进具有物理意义(如金属中的颗粒和滑移系统)的微观力学变量,可使材料系数的数目大大减少。采用一个在宏观与颗粒水平之间的自洽型模式给出能在宏观、细观及微观尺度上描述强化的内变量。

C.R. Chiang用一个多晶模型推导FCC多晶体在复杂加载下的屈服准则,设单晶为无强化的,用临界分剪应力乘上一个取向因子 M 来推算多晶体的宏观屈服应力分量、 M 则用蒙脱卡罗步骤做估计,取得良好的结果。

*国家自然科学基金资助。

本文于1988年6月5日收到,1988年10月23日收到修改稿。

Dubois等直接在显微镜下对纯铜单晶与多晶进行加载,研究剪切带形成和传播的条件,提出对从Schmid律导出的分叉准则进行修正,还考虑到原始结构的软化.

Bammann采用一个简单的晶胞结构,在其内部有一组位错,在边界上有另一组位错,设塑性流动为两组位错运动的结果.引进了张量变量代表各组位错的平均内应力场,导致塑性旋率和与各滑移系统相连的内变量之间的耦合,并确定了演化方程.

Chrysochoos用微热流计和红外技术等测量几种金属材料的储存能量,求取它与强化状态变量之间的关系.应用能量上的考虑定义了新的热力学的力和状态变量.

Sidoroff等讨论多晶材料在大变形时的塑性旋率和组构演化.他们根据Mandel以运动学方式定义了描述中间构形方位的取向格架.旋率取为微晶的平均转速.结合正交异性材料讨论所得的塑性旋率方程,及用宏观实验来验证这个模型的可能和数值计算中的问题.

另外有关相变引起塑性变形的论文也有好几篇. Fisher等考虑在母体中发展具有体积或兼有形状改变的新相,从而引起在母体中的内应力状态的塑性变形. Oddy等用相变塑性讨论焊接问题的三维有限变形分析. Karsson等用中子衍射方法测量焊接件中的残余应力. Patoor等和Fremond等讨论马氏体相变引起的形状记忆合金的变形行为.

二、大变形下本构关系的讨论

从热力学过程讨论的有Lehmann,他提出由于非弹性变形总是耗散能量的,应该区分四种热力学过程.除了经典的可逆(平衡)过程和经典的不可逆(无平衡)过程外,还需考虑表面上看来是一串约束平衡态的耗散过程和不受状态函数支配的非耗散(平衡)过程.因而能量和熵的平衡方程需加以分解,他认为这将对本构律的框架施加很大的限制.

Lubarda讨论了Lee (1969)的分解,认为在建立本构关系时以卸载取得无转动的中间构形这一假设是不必要的.证明在塑性应变率的本构表示式以外,还需要一个独立的塑性旋率的本构表达式. Haupt等则根据一族基于多个中间构形的变换,定义了双变量,每个变换定义一对应力和应变张量和它们的双变率.这些定义隐含了应力与应变的内积、应力功率、增量应力功率的不变性.从虚功原理的增量形式可推出一类增量本构关系,在简单剪切情形下得到严格是单调的应力-应变曲线.

Benallal等基于热力学讨论了金属结构中强化、损伤和老化间的耦合,引进两个位势和与每个机制相连的内变量.在“状态耦合”时可用热力学位势把机制耦联起来,在“演化耦合”时可用耗散位势.这些耦联可通过近代实验方法看到,由此得出的本构方程用于有限元方法来分析结构,导出了空间损伤或老化场的结果.

Aazizou等在讨论高温循环加载的结构分析时提出两个基于内变量的本构模式并用有限元具体进行了计算. Cescotto等在分析拔丝工艺中由于大弹塑性变形引起的损伤时,发展了一个与损伤理论耦合的弹塑性本构关系.损伤被设为各向同性的可用两个标量状态变量刻画.

Mroz在讨论描述损伤发展的本构关系时,提出有时引入一个损伤界面会是有益的,它区分破裂区与无损区.为此,需两类本构关系,一些与塑性及均布损伤有关,一些描述损伤界面的传播,给出了增量提法并考虑到损伤与塑性间的耦合. Saanouni用宏观损伤力学提出一类考虑各向同性损伤效应的弹-粘塑性本构方程来预测蠕变的成核和生长,还提出一个

简单的非局部损伤理论, 用于高应力梯度问题很有效。

三、大变形解题方面

Weichert讨论了几何非线性弹-理想塑性及弹-线性强化模型的安定定理。他设塑性行为服从正交法则, 格林应变张量可用加法分解为弹性与塑性部分, 若遇到热和力的联合加载, 则不考虑热与力的耦合。举了板和壳的例子。Havner等从宏微观结合角度讨论FCC晶体在槽型压模下的大变形分析, 在确定晶格旋转时采用最小塑性旋率的假设。Neale讨论实心圆杆的塑性大应变扭转, 取得解析闭合解的条件。他说明现行大部分宏观本构律均能导出闭合解, 例如等向强化和随动强化的 J_2 流动理论, 低弹性和超弹性形式的 J_2 形变理论等。Durban具体用有限应变 J_2 形变理论对充压圆管进行了标准的弹塑性分析, 他将场方程简化为二个耦合的非线性常微分方程系, 然后做数值积分。施春风等对两个不同弹塑性的板条在交界面粘接处的奇异性进行分析, 表明裂纹并不在界面处发生而是离开界面在刚性较大的材料一侧发生。

四、塑性流动不稳定性

以下几节大多数仍是讨论大变形情况, 只是略作分类。Tvergaard在“有限变形下的塑性力学与蠕变”的分组报告中花了较多时间讲分叉及后分叉、讨论拉伸不稳定性的分析, 特别是塑性流动局部化的开始, 从空穴生长率(扩散机制和位错蠕变)的考虑提出了蠕变破坏的材料模型。Petryk则从能量途径处理塑性变形的不稳定性, 导出一个塑性局部化的新能量准则, 由它得出大变形剪切带可能在各向异性材料中产生, 并估测剪切带的取向和开始局部化的点。Batra等在讨论高速塑性变形当因热软化的因素大于应变强化而导致了绝热剪切带时, 考虑了弹性变形部分, 提出随剪切带的形成, 有弹性卸载波从局部化地区向外传播。Perzyna讨论诱导各向异性对剪切带局部化破坏的影响。从非弹性变形过程和微观损伤现象两者都将在剪切带内诱导各向异性, 提出需要引进新的内变量来描述这种由微观损伤过程诱导的各向异性。

五、动力塑性问题

Symonds等评述了脉冲加载下动力塑性稳定性的近代进展, 讨论边界固定的梁和板在初次弯曲后形成浅拱(壳), 随后就有跃迁的不稳定性, 以致在短脉冲载荷下的最终位置有不确定性, 意味着混沌现象。Maier讨论动力安定性和上下限问题, 从线性强化推广到非线性强化, 提出了用有限空间中约束优化的非线性规划方法来进行计算。Bodner用他的弹-粘塑性本构方程讨论粘塑性行为对壳体屈曲的各种效应, 如: 流动应力对应变率的依赖性, 屈曲前的蠕变变形及卸载时出现非弹性应变等; 所用本构方程考虑蠕变与塑性在本质上是耦合的而不需一个屈服条件和加卸载准则。Ziegler等将总应变率分解为一个线性部分和塑性部分, 使得在代入非线性本构方程后得到一个准虎克材料定律。这个线弹性固体除了承受所给外载, 还有可看成是自应力(eigen stress)源的非线性应变部分, 它类似于H. Reissner以前提的非协调应变场。作者由此提出塑性动力学的塑性源方法。所得的运动方程是不随时间变的线性微分方程, 受的力是给定载荷和来自塑性源的自应力载荷。对线性算子利用迭加

原理可将解分为有外载的准静态部分和动力学部分,后者因齐次动力边界条件而得简化,可用模态分解法求解.这里实际考虑了动力学中的损伤模型,Youngdahl考虑在动力塑性响应中脉冲形状与应变强化的相互作用,用一个单自由度系统进行的分析说明响应时间和最终位移需依赖于三个参数,即在以前用的等价矩形脉冲幅度和时间以外要增加表示应变强化律的量.Klepaczko等提出基于材料结构演化的异性强化和率敏感的有限变形模型,考虑到两种率敏感:瞬态的和应变强化的率敏感,后者占重要位置,应用Mandel关于指向矢量和塑性旋率的概念推导有限变形塑性力学的运动学和定义一个张量内变量的客观率.

Singh等系统地发展了适用于探讨热-力学扰动在非弹性介质中传播的动力本构关系,它基于内变量的理性热力学理论,连同平衡定律得出一个非弹性波动的非线性耦合系统的偏微分方程,可求得非线性热-力学耦合波的速度场分布,用特征线方法可求数值解.

六、板、壳、结构弹塑性屈曲

Cimetiere在板的情形下证明Hill稳定性准则不但是不分叉的充分条件,也是必要条件.他在事先假设位移和应力的基础上从三维弹塑性力学导出一个板的屈曲模式,用一个本征值变分不等式描述临界屈曲,证明了从Hill的屈曲载荷开始在一个区段内的每一载荷均将分叉,Camotin等讨论结构有残余应力时的塑性屈曲和后分叉行为,采用Hutchinson的后分叉的渐近展开法,讨论两项的影响,具体对轴压圆柱的最大载荷做了估计.Krupka讨论一个马鞍形压板对薄壁圆柱壳的接触加载所引起的屈曲分叉问题,证明壳体在发生总体破坏之前会数次改变它的变形形态,从而说明在接触加载条件下的壳体即使在一个局部屈曲后还有一定承载能力.Klever讨论轴向(拉、压)和压力(内、外)载荷联合作用下弹塑性圆管的分叉.在轴向/环向应力成固定比例的情况下,从非线性壳体方程导出临界(均匀)应力状态的特征超越方程,在分叉点得到通常的分散型模态和管壁的局部颈缩模态,所得的联合载荷分叉包络线能和发表的有限元结果有良好的符合.Gawecki给出在结构内部各连接点处有空隙时的弹塑性分析,他的讨论限于几何上线性的准静态问题,忽视连接处的摩擦力,讨论了空隙的优化分布.Labbe等讨论内压管由地震引起的棘轮运动,他们用承压直管在一端加上扭转载,另一端自由来模拟强地震运动,考虑进入塑性阶段,棘轮运动使管径增大.数值计算证实这一模拟是合理的.Todorovska等用大变形有限元方法计算了由于矩形截面管形成塑性铰而导致整个构架的破坏,得出弯矩与转角之间呈指数衰减关系.

七、金属加工方面

Chandra用边界元方法计算轴对称金属成形问题的应力和变形,表明这方法的有效性和准确性,举了圆环压缩和轴对称挤压的例.Germain等用有限元方法分析板金成形的摩擦接触问题,处理三维板金的拉张工序,在有限元程序中考虑了各向异性、刚-粘塑性材料模型、及库伦摩擦,区分了接触区内的粘着部分和滑动部分Teodosiu等讨论深拉伸工序,考虑了各向异性和大的弹塑性应变和转动,转动由变形梯度极分解定义.模型中考虑了由总旋率引起的各向异性主轴的演化.数值计算给出了深拉伸过程冲头压力和冲头进程的变化并和实验进行了比较.Cescotto等关于拔丝的分析前面已提到,他们用有限元方法模拟了大应变和单向接触的工序,给出累积塑性应变和损伤的图象.

八、复合材料方面

Dvorak总结复合材料塑性力学的理论和实验研究, 报告了用高剪切模量纤维加固的铝基复合材料的强度实验, 及用最小原理估计瞬态刚度与柔度的上下限等工作. Guz讨论以单向纤维加固的金属基材料单向压缩破坏的理论, 将复合材料结构内部失稳作为其破坏机制. Herrmann等考虑弱韧性母体被单向强弹性纤维加固的材料, 研究其热-力学响应, 用近似解析解研究了两个轴对称问题: 母体冷却和纵向拉长. Weng等讨论颗粒加强金属的高温变形, 认为它的蠕变阻抗主要来自位错运动的金相效应和应力从母体转移给颗粒的重分布效应, 并提出必须同时考虑这两个因素否则就将阻抗低估了.

九、混凝土塑性力学

这是放在损伤小组中的一组论文. Hashin讨论弹性固体由于内部裂隙分布而减小刚度的问题. 借原用于复合材料的方法, 给出一个决定裂隙材料的有效弹模的积分步骤, 对随机取向的椭圆形、钱币形裂隙和排列的线状裂隙以及平面裂隙进行的计算比自治型近似更近实际. Yazdani等用一个联合损伤和塑性的理论描述混凝土的变形特征, 它在低平均压力时以裂隙损伤为主, 在高平均压力时则以塑性流动为主. 论文用米塞斯塑性与一个三维各向异性损伤模型联合, 按照内变量框架建立, 损伤通过一个四阶张量来反映, 结果是一个一般性三维各向异性理论. Karihaloo则发展一个二维损伤本构模型用于单轴和双轴拉伸直至破坏. 它基于各向异性损伤力学, 设受损材料的余能等于一个等价的无损材料, 损伤参数由拉伸实验决定. Duszek提出一个对颗粒材料(也对孔隙金属)的有限塑性流动理论, 因考虑了塑性体积变化和压力效应, 故为非关连流动法则; 推导了异性强化的状态张量变量的演化方程, 它可解释为残余应力张量. 他还探讨了局部化剪切带的大塑性变形所导致的各向异性会产生的影响.

十、地质技术方面

Cambou提出一个无粘着力土壤的弹塑性模型, 考虑到主轴旋转, 应力反向等复杂加载路径. 他将应变分解为一个弹性部分和平均应力和偏应力的两个塑性部分, 后者包括等向强化和非线性随动强化, 进行了实验. Como讨论砖砌固体的极限分析, 提出由于这时存在中性机构(外载不做功的机构), 机构条件和丧失平衡状态并不一致, 极限载荷和经典的定义不同, 认为对砖砌结构的极限分析要基于是否存在内部平衡的条件. 对刚-不抗拉材料证明了存在内部平衡的载荷的充要条件. Kararay考虑一个由软钢杆件(可弯曲进入塑性范围)和橡皮-钢接头组成的地震隔离系统, 研究它的功效. Ehlers讨论了充满液体的弹塑性孔隙介质的本构模型, 采用变形梯度的乘法分解, 考虑孔隙固体骨架和粘性液体混合的双相材料在热力学框架下提出了几个本构方程.

SUBJECTS RELATED TO PLASTICITY IN XVII ICTAM**AUG.1988**

Wang Ren

(Department of Mechanics, Peking University)

Abstract Subjects related to plasticity presented at the XVII ICTAM in Grenoble are introduced. There are ten sessions under plasticity presenting 38 papers. In sessions under damage, fracture mechanics micromechanics, composites, plates and shells etc. there are another 32 papers dealing with plastic behaviors. They cover topics on relating micromechanics to macromechanical behavior; constitutive relations under finite deformation; solutions for finite deformation problems; instability of plastic flow; dynamic plasticity; elastic plastic buckling of structures; metal forming analysis; composites; concrete and soil plasticity; and subjects in geotechnics.

Key words Constitutive relations, metal forming, plasticity, structural stability.

大变形弹塑性本构理论的几个基本问题¹⁾

黄克智 程 莉²⁾

(清华大学) (北京理工大学)

提 要 本文对大变形弹塑性本构理论的变形、变形率的分解以及旋率等基本问题进行了评述, 提出了变形率分解为弹性与塑性变形率所应满足的两个条件. 提出采用变形率标架旋率来构造应力客观率, 在单剪问题中可得到无剪应力振荡现象的结果.

关键词 变形率, 旋率, 弹塑性本构关系

随着工程技术和力学学科的发展, 大变形弹塑性本构理论的研究近年来在国际力学界日益受到重视. 如Carroll^[1]所指出: “也许在现代固体力学中最活跃也最有争议的领域就是有限塑性与粘塑性行为的研究. 目前有一系列竞争的理论, 对一系列重要的问题正在进行辩论. ……这些问题的解决曾经并将继续决定固体力学的基础性研究.” 本文对于其中的几个基本问题进行了探讨: 变形与变形率如何分解为弹性与塑性部分的问题; 用什么旋率来构造应力客观率的问题. 本文总结了变形率分解时应遵循的两个条件, 提出采用变形率标架旋率来构造应力客观率, 在单剪问题中可得到无剪应力振荡现象的结果.

一、变形的分解

在大变形情况下, Lee^[2,3]提出把从初始构形 $\mathcal{R}$ 到即时构形 r 的变形梯度 F 按乘法分解为弹性变形梯度 F^e 与塑性变形梯度 F^p 的乘积,

$$F = F^e \cdot F^p \quad (1.1)$$

从初始构形 $\mathcal{R}$ 经过变换 F^p 所达到的构形称为无应力中间构形 κ_0 . (有时简称中间构形). 构形 κ_0 不是唯一的, 可以相差一转动 $\bar{Q}(t)$. 尽管Nemat-Nasser^[4,5]曾提出异议, 但(1.1)目前已被普遍接受, 作为弹塑性大变形分析的出发点. Lee定义弹性与塑性应变张量为

$$\bar{E}_L^e = \frac{1}{2} (F^{eT} \cdot F^e - \bar{G}) \quad E_L^p = \frac{1}{2} (F^{pT} \cdot F^p - G) \quad (1.2)$$

式中上标“ T ”表示转置, 下标“ L ”为Lee的缩写, 上面一横“ $-$ ”表示 κ_0 中的张量, G 、 $\bar{G}$ 各表示构形 $\mathcal{R}$ 、 κ_0 中的度量张量. 由(1.1)可得

$$E = \frac{1}{2} (F^T \cdot F - G) = F^{pT} \cdot \bar{E}_L^e \cdot F^p + E_L^p \quad (1.3)$$

$$\neq \bar{E}_L^e + E_L^p$$

1) 获国家自然科学基金资助. 2) 获国家教委优秀青年教师基金资助.
本文于1988年5月5日收到, 1988年10月收到修改稿.

由此Lee认为应变张量 $\mathbf{E}$ 不能按加法分解.实际上, $\mathbf{E}$ 与 $\mathbf{E}_L^P$ 是 $\mathcal{R}$ 中的张量, 而 $\bar{\mathbf{E}}_L^P$ 则为 κ_0 中的张量, 把 $\bar{\mathbf{E}}_L^P$ 与 $\mathbf{E}_L^P$ 简单地相加是不合理的. 近期Lee^[6]认识到这一结论是“引入歧途的”.

被多数学者接受的是Green与Naghdi^[7,8]的定义, 即定义(1.3)中的两项为 $\mathbf{E}^*$ 与 $\mathbf{E}^P$, 即

$$\mathbf{E}^* = \mathbf{F}^{P^T} \cdot \bar{\mathbf{E}}_L^P \cdot \mathbf{F}^P \quad \mathbf{E}^P = \mathbf{E}_L^P \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}^* + \mathbf{E}^P \quad (1.4)$$

Simo与Ortiz^[6]把(1.4)前推到构形 κ_0 与 r 中, 得到

$$\bar{\mathbf{E}} = \bar{\mathbf{E}}^* + \bar{\mathbf{E}}^P \quad \mathbf{e} = \mathbf{e}^* + \mathbf{e}^P \quad (1.5)$$

(1.4)与(1.5)中各应变张量的几何意义如下:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(ds^2 - dS^2) &= d\mathbf{P} \cdot \mathbf{E} \cdot d\mathbf{P} = d\bar{\mathbf{P}} \cdot \bar{\mathbf{E}} \cdot d\bar{\mathbf{P}} = d\mathbf{p} \cdot \mathbf{e} \cdot d\mathbf{p} \\ \frac{1}{2}(d\bar{S}^2 - dS^2) &= d\mathbf{P} \cdot \mathbf{E}^P \cdot d\mathbf{P} = d\bar{\mathbf{P}} \cdot \bar{\mathbf{E}}^P \cdot d\bar{\mathbf{P}} = d\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}^P \cdot d\mathbf{p} \\ \frac{1}{2}(ds^2 - d\bar{S}^2) &= d\mathbf{P} \cdot \mathbf{E}^* \cdot d\mathbf{P} = d\bar{\mathbf{P}} \cdot \bar{\mathbf{E}}^* \cdot d\bar{\mathbf{P}} = d\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}^* \cdot d\mathbf{p} \end{aligned} \quad (1.6)$$

式中 $d\mathbf{P}$, $d\bar{\mathbf{P}}$, $d\mathbf{p}$ 各为构形 $\mathcal{R}$, κ_0 , r 中对应的线元, 其长度各为 dS , $d\bar{S}$, ds .

二、变形率的分解

关于弹性变形率与塑性变形率的定义, 目前意见则更为分歧, 尚未取得一致的看法.

1. Lee的定义^[2,3]

Lee定义弹性与塑性速度梯度为

$$\mathbf{L}_L^* = \dot{\mathbf{F}}^* \cdot \mathbf{F}^{*-1} \quad \bar{\mathbf{L}}_L^P = \dot{\mathbf{F}}^P \cdot \mathbf{F}^{P-1} \quad (2.1)$$

其对称部分(以 $\{\}_s$ 表示)及反对称部分(以 $\{\}_A$ 表示)各为相应的变形率与旋率:

$$\begin{aligned} d_L^* &= \{\mathbf{L}_L^*\}_s & \bar{d}_L^P &= \{\bar{\mathbf{L}}_L^P\}_s \\ \mathbf{W}_L^* &= \{\mathbf{L}_L^*\}_A & \bar{\mathbf{W}}_L^P &= \{\bar{\mathbf{L}}_L^P\}_A \end{aligned} \quad (2.2)$$

由(1.1)可得速度梯度

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &= \mathbf{v}V = \dot{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{F}^{-1} = \mathbf{L}_L^* + \mathbf{F}^* \cdot \bar{\mathbf{L}}_L^P \cdot \mathbf{F}^{P-1} \\ &\quad + \mathbf{L}_L^P + \bar{\mathbf{L}}_L^P \end{aligned} \quad (2.3)$$

其对称部分为变形率

$$\begin{aligned} d &= d_L^* + \{\mathbf{F}^* \cdot \bar{\mathbf{L}}_L^P \cdot \mathbf{F}^{P-1}\}_s \\ &\quad + d_L^P + \bar{d}_L^P \end{aligned} \quad (2.4)$$

Lee^[2,3]根据(2.4)曾得出结论认为变形率 d 不能按加法分解, 或者至多在小弹性变形($\mathbf{F}^* = 1$)情况下可以近似地按加法分解. 实际上, 和(1.3)中一样, 把 r 中的张量 $\mathbf{L}_L^*$ 与 κ_0 中的张量 $\bar{\mathbf{L}}_L^P$ 简单地相加是不合理的.

我们来分析一下变形率随构形 r 的转动 $\mathbf{Q}(t)$ 及无应力中间构形 κ_0 的转动 $\bar{\mathbf{Q}}(t)$ 的变化. 由 $\mathbf{F}$ 的标架转换关系, $\tilde{\mathbf{F}} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{F}$, 并利用(1.1), 可得

$$\tilde{\mathbf{F}} = \tilde{\mathbf{F}}^* \cdot \tilde{\mathbf{F}}^P \quad (2.5)$$

式中

$$\tilde{\mathbf{F}}^* = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{F}^* \cdot \overline{\mathbf{Q}}^T \quad \tilde{\mathbf{F}}^P = \overline{\mathbf{Q}} \cdot \mathbf{F}^P \quad (2.6)$$

将 (2.6) 代入 (2.1), 得

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{L}}}_L^* &= \dot{\tilde{\mathbf{F}}}^* \cdot \tilde{\mathbf{F}}^{*-1} = \mathbf{Q} \cdot \dot{\mathbf{L}}_L^* \cdot \mathbf{Q}^T + \Omega_{(Q)} - \mathbf{Q} \cdot \mathbf{F}^* \cdot \overline{\mathbf{Q}}^T \cdot \Omega_{(\overline{Q})} \cdot \overline{\mathbf{Q}} \cdot \mathbf{F}^{*-1} \cdot \mathbf{Q}^T \\ \dot{\tilde{\mathbf{L}}}_L^P &= \dot{\tilde{\mathbf{F}}}^P \cdot \tilde{\mathbf{F}}^{P-1} = \overline{\mathbf{Q}} \cdot \dot{\mathbf{L}}_L^P \cdot \overline{\mathbf{Q}}^T + \Omega_{(\overline{Q})} \end{aligned} \quad (2.7)$$

式中

$$\Omega_{(Q)} = \dot{\mathbf{Q}} \cdot \mathbf{Q}^T \quad \Omega_{(\overline{Q})} = \dot{\overline{\mathbf{Q}}} \cdot \overline{\mathbf{Q}}^T \quad (2.8)$$

取 (2.7) 的对称部分:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{d}}_L^* &= \mathbf{Q} \cdot \mathbf{d}_L^* \cdot \mathbf{Q}^T - \{ \mathbf{Q} \cdot \mathbf{F}^* \cdot \overline{\mathbf{Q}}^T \cdot \Omega_{(\overline{Q})} \cdot \overline{\mathbf{Q}} \cdot \mathbf{F}^{*-1} \cdot \mathbf{Q}^T \}_s \\ \tilde{\mathbf{d}}_L^P &= \overline{\mathbf{Q}} \cdot \mathbf{d}_L^P \cdot \overline{\mathbf{Q}}^T \end{aligned} \quad (2.9)$$

如果我们只研究由于标架转换即 $\mathbf{Q}(t)$ 带来的影响, 令 $\overline{\mathbf{Q}} = 1$, 则 (2.9) 成为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{d}}_L^* &= \mathbf{Q} \cdot \mathbf{d}_L^* \cdot \mathbf{Q}^T \\ \tilde{\mathbf{d}}_L^P &= \mathbf{d}_L^P \end{aligned} \quad (2.10)$$

如果我们只研究由于中间构形 κ_0 转动 $\overline{\mathbf{Q}}(t)$ 带来的影响, 令 $\mathbf{Q} = 1$, 则 (2.9) 成为

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_L^*(\overline{\mathbf{Q}}) &= \mathbf{d}_L^* - \{ \mathbf{F}^* \cdot \overline{\mathbf{Q}}^T \cdot \Omega_{(\overline{Q})} \cdot \overline{\mathbf{Q}} \cdot \mathbf{F}^{*-1} \}_s \\ \overline{\mathbf{d}}_L^P(\overline{\mathbf{Q}}) &= \overline{\mathbf{Q}} \cdot \mathbf{d}_L^P \cdot \overline{\mathbf{Q}}^T \end{aligned} \quad (2.11)$$

由 (2.10) 可知, $\mathbf{d}_L^*$ 是客观张量, 但 $\overline{\mathbf{d}}_L^P$ 不是。由 (2.11) 可见, $\mathbf{d}_L^*(\overline{\mathbf{Q}})$ 与 $\overline{\mathbf{d}}_L^P(\overline{\mathbf{Q}})$ 都随 $\overline{\mathbf{Q}}$ 而变化。我们认为, 一个正确的弹性与塑性变形率的定义 $\mathbf{d}^*$, $\mathbf{d}^P$ 应该满足两个条件:

1) $\mathbf{d}^*$ 与 $\mathbf{d}^P$ 应该分别是客观张量 (称为 $\mathbf{Q}$ -客观), 即应满足标架转换关系:

$$\tilde{\mathbf{d}}^* = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{d}^* \cdot \mathbf{Q}^T \quad \tilde{\mathbf{d}}^P = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{d}^P \cdot \mathbf{Q}^T \quad (2.12)$$

因为 $\mathbf{d}$ 的两部分 $\mathbf{d}^*$ 与 $\mathbf{d}^P$ 应该同 $\mathbf{d}$ 一样, 是客观张量。

2) $\mathbf{d}^*$ 与 $\mathbf{d}^P$ 应该不随中间构形 κ_0 转动而变化 (称为 $\overline{\mathbf{Q}}$ -不变), 即不依赖于 $\overline{\mathbf{Q}}$:

$$\mathbf{d}^*(\overline{\mathbf{Q}}) = \mathbf{d}^* \quad \mathbf{d}^P(\overline{\mathbf{Q}}) = \mathbf{d}^P \quad (2.13)$$

2. Mandel 的定义

Mandel^[10]与 Asaro^[11]把 (2.3) 中的两项定义为弹性与塑性速度梯度, 把 (2.4) 中的两项定义为弹性与塑性变形率, 即

$$\mathbf{L}_M^* = \mathbf{L}_L^* \quad \mathbf{L}_M^P = \mathbf{F}^* \cdot \overline{\mathbf{L}}_L^P \cdot \mathbf{F}^{*-1} \quad \mathbf{L} = \mathbf{L}_M^* + \mathbf{L}_M^P \quad (2.14)$$

$$\mathbf{d}_M^* = \mathbf{d}_L^* \quad \mathbf{d}_M^P = \{ \mathbf{F}^* \cdot \overline{\mathbf{L}}_L^P \cdot \mathbf{F}^{*-1} \}_s \quad \mathbf{d} = \mathbf{d}_M^* + \mathbf{d}_M^P \quad (2.15)$$

(2.14)₂ 的几何意义可用单滑移系造成的塑性变形来解释 (详见 [11])。

显然, (2.15) 的 $\mathbf{d}_M^*$ 与 $\mathbf{d}_M^P$ 满足条件 1)。Mandel^[10]规定无应力中间构形 κ_0 有一定的取向而使 κ_0 为唯一, 即规定 κ_0 中方位矢量与 $\mathcal{R}$ 中方位矢量保持平行, 这时称 κ_0 为与 $\mathcal{R}$ 等向的