荣德基
高中系列

新课标

荣德基 总主编

满径花香
学法为媒
采撷知识清露
绽放青春蓓蕾

典中点®

综合应用创新题

含教材习题答案
含专项训练
单元卷单独成册

高中数学 必修1 配人教A版

学生用书

黑龙江少年儿童出版社

责任编辑：张立新

封面设计：典点瑞泰

ISBN 978-7-5319-2605-4

定价：66.80元（全4册）

荣德基 高中系列

典中点®

综合应用创新题

高中数学 必修1

（配人教A版）

总 主 编：荣德基
本册主编：陈　建

我的青春宣言

本学期要考的名次：______________

我要考上的大学是：______________

我们是充满青春活力的年轻一代，青春赋予我们美好的理想，坚定的信念，永不言弃的精神。今天，我面对老师、父母和祖国做出庄严的青春宣誓：我一定付出百倍的努力，为我心中的理想而奋斗，为我心中的美好大学而奋斗，让我无悔于灿烂的青春，无悔于坚强的生命。

宣誓人：________

黑龙江少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

综合应用创新题典中点：人教 A 版. 高中数学. 1：必修/荣德基主编. 一哈尔滨：黑龙江少年儿童出版社，2008. 6

ISBN 978-7-5319-2605-4

Ⅰ. 综… Ⅱ. 荣… Ⅲ. 数学课-高中-习题 Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 042313 号

律师声明

据读者投诉并经调查，发现某些出版社在出版书籍时假冒、盗用注册商标“”（典中点）三字，或者使用与“”读音、外形相近、相似的其他文字。这种行为不仅严重违反了《中华人民共和国商标法》等一系列法律法规、侵害了北京典点瑞泰图文设计有限责任公司及读者的合法权益，而且违背了市场经济社会公平竞争的准则，严重扰乱了市场秩序。为此，本律师受北京典点瑞泰图文设计有限责任公司的委托，发表如下声明：

1. “”三字为专用权属于北京典点瑞泰图文设计有限责任公司的注册商标，核定的商标类别为第16类印刷出版物和第41类书籍出版，商标注册证书号分别为：3734776和3734777。

2. 任何单位或者个人，未经北京典点瑞泰图文设计有限责任公司的书面许可使用，在书籍印制、出版时使用“”或者与此三字字形、字音相近、相似的其他文字为商标的，均属非法，北京典点瑞泰图文设计有限责任公司保留向任何一个印刷、出版、销售上述书籍的侵权人追究法律责任的权利。

3. 本律师同时提醒广大读者，购买时请认准注册商标“”。

北京中济律师事务所

律师：段 彦

侵权举报电话：（010）67220969

2009年1月1日

责任编辑/张立新
装帧设计/典点瑞泰
出版发行/黑龙江少年儿童出版社
地址邮编/哈尔滨市南岗区宣庆小区 8 号楼(150090)
经　　销/新华书店
印　　刷/天津嘉杰印务有限公司
总 字 数/1072 千字
规　　格/880×1240　1/16
总 印 张/36.5
版　　次/2008 年 5 月第 1 版
印　　次/2009 年 5 月第 2 次印刷
总 定 价/66.80 元(全 4 册)

声明：在图书编写过程中，我们参考并引用了部分资料。有部分文字及图片的作者还没联系上，特表谢忱。敬请这些作者及时与我们联系，以便我们支付稿酬。

用黄金学习方案
做超级九段学生

专家指导　科学设置　打造你自己的学习方案

你了解你自己的学习水平吗？你有没有自己的学习方案？请认真完成下面的测试，开始你的九段学生成长之旅。

注意：如果你认为有自己不能回答的问题，请向你的老师、父母或同学征求意见。

自我评价：

一、请结合你平时的学习情况，思考下面的问题。	[1分]	[2分]	[3分]	[4分]	[5分]
1.你认为你的自学能力怎样？	[很差]	[不好]	[一般]	[较好]	[很好]
2.你在课堂上是否经常回答问题或提出质疑？	[从不]	[很少]	[偶尔]	[经常]	[总是]
3.你上课时能否一直专心听老师讲课？	[不能]	[偶尔]	[一般]	[经常]	[总是]
4.是不是感觉考试的成绩跟自己实际水平有差距？	[总是]	[经常]	[一般]	[偶尔]	[从没]
5.你上课经常参与交流和讨论吗？	[从没]	[偶尔]	[一般]	[经常]	[总是]
6.你是否会经常独立解决遇到的难题？	[从没]	[偶尔]	[一般]	[经常]	[总是]
7.你对老师的讲课方式是否有抵触情绪？	[总是]	[经常]	[一般]	[偶尔]	[从没]
8.你是否在课前预习将要进行的课程？	[从没]	[偶尔]	[一般]	[经常]	[总是]
9.你考试前一天会熬夜学习吗？	[总是]	[经常]	[一般]	[偶尔]	[从没]
10.你是否经常复习学过的知识与课程？	[从没]	[偶尔]	[一般]	[经常]	[总是]
11.你是否经常做学习计划？	[从没]	[偶尔]	[一般]	[经常]	[总是]
12.你是否有一套适合自己的学习方法？	[从没]	[偶尔]	[一般]	[经常]	[总是]
13.你是否会经常做课堂笔记或读书笔记？	[从没]	[偶尔]	[一般]	[经常]	[总是]
14.你是否出现过厌学情绪？	[总是]	[经常]	[一般]	[偶尔]	[从没]
15.你是否经常总结自己的学习心得？	[从没]	[偶尔]	[一般]	[经常]	[总是]
16.你在练习和测试中出现的错题会记录下来吗？	[从没]	[偶尔]	[一般]	[经常]	[总是]
17.考试成绩不好时你会不会沮丧甚而失去信心？	[总是]	[经常]	[一般]	[偶尔]	[从没]
18.你是否经常总结学习方法和整理错题？	[从没]	[偶尔]	[一般]	[经常]	[总是]
19.考试中是否会出现因马虎而做错题的情况？	[总是]	[经常]	[一般]	[偶尔]	[从没]
20.你会不会对某学科产生厌烦？	[总是]	[经常]	[一般]	[偶尔]	[从没]

二、将以上20道题的得分相加，看看你是不是一个合格的学生？（满分100分）

三、按照下面括号中的题号将以上各题得分相加，将得分写在后面的横线上。

A.自我学习能力（1、6、8、10）　分数：__________

B.课堂学习能力（2、3、5、13）　分数：__________

C.测试考试能力（4、9、16、19）　分数：__________

D.总结计划能力（11、12、15、18）　分数：__________

E.保持心态能力（7、14、17、20）　分数：__________

如果你的总分低于60分，或者某项的得分低于12分，那么说明你需要改变你的学习方式或学习态度，下面根据各种情况，分别提供五种学习方案，请根据你的情况进行选择。

A. 自我学习能力增强型（A项得分低于12分）

你应该增强对自学能力的训练，这将包括你的**课前预习能力、课后复习能力、独立思考能力、合作学习能力。**

建议你首先加强自主学习意识，然后逐步提高自学能力。在预习阶段你应该十分关注本书讲解板块的内容，在复习阶段你应该着重注意本书的“三度闯关题”，通过对错题的逐步攻克，达到复习的目的。请你自信地去面对学习中的一切困难，拥有自信是提高自学能力的关键。

B. 课堂学习能力增强型（B项得分低于12分）

你应该增强对课堂学习能力的训练，这将包括你**专心听课的能力、回答问题的能力、记笔记的能力。**

专注听课不只是听老师讲话，甚至你要专注于老师的一个手势，一个眼神，专注于老师语调的抑扬顿挫，思想跟着老师走，你会很快提高听课的效率。

记笔记也是课堂上很重要的一环，记笔记也需要跟随老师的讲课进度，让自己的大脑始终处于积极的思维状态，老师着重讲的要记下来，你认为重要或者听不懂的内容也要记下来。这样的笔记不但会成为你课后复习的好材料，也会是你查漏补缺进行反思的材料。

C. 测试考试能力增强型（C项得分低于12分）

你必须增强对测试考试能力的训练，这将包括提高你的**应试能力、考场应对能力、考试心理调节能力。**

对于学生而言，考试是对我们日常学习和知识积累的检测，如果你能以正确的方法面对考试，那么你的成绩就能如实地反映你的付出。这些能力主要体现在考前的复习和心态调整，考试中的试卷分析和时间安排，考试后的试卷分析和心理调整。

D. 总结计划能力增强型（D项得分低于12分）

你应该增强总结计划能力的训练，这将包括提高**知识的总结能力、学习计划的制定能力、错题及试卷分析能力。**

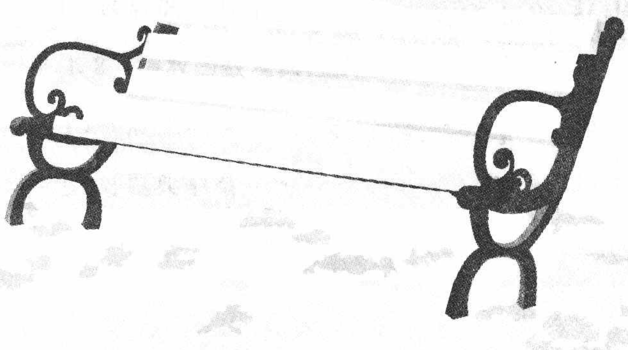
不管你的学习水平怎样，学习能力怎样，你都应该有自己的学习计划。你的学习计划必须根据你自己的情况量身制定，将学期计划与月计划、周计划结合起来，把你的学习目标送上学习“高速公路”，努力前行。

总结和计划一样必不可少，主要体现在两个方面：一是学习方法和技巧方面，不仅要总结经验，还要总结过去的教训。另一方面是对知识的总结，尤其是对错题的总结。建议你使用荣德基“三度闯关题”和“错题连坐表”。最好是准备一个错题本，把自己的错题都抄在上面，平时经常翻看，会有很好的学习效果。（推荐使用“荣德基CETC错题本”，你也可参照“三度闯关题示例页”自制错题本）

E. 保持心态能力增强型（E项得分低于12分）

你应该学会保持良好的心态，这将包括**正确面对学习的心态、正确面对老师的心态、正确面对各学科的心态、正确面对考试的心态。**

消极的学习心理会严重影响到学习效率，不良的学习心态也会让你对学习产生抵触情绪。这就需要你时刻保持积极自信的心态，努力克服学习中各种影响学习情绪的因素，做一个快乐学习的好学生。



荣德基CETC差距学习法“三度闯关题”

——一个让你迅速提高成绩的学习工具

为贯彻“荣德基CETC差距学习法”，奉献给读者朋友切实可行的操作工具，本书在策划时将“差距学习法”科学地融入到编写过程中，为广大学子提供了高效学习工具“三度闯关题”。请同学们准备好自己的“三度闯关错题本”，将错题本分为“一度闯关题”“二度闯关题”“三度闯关题”三部分，依照本书最后的两页模板进行操作。

1. 将你在各单元（或章、Module）内各节（或课）所做习题中做错的题抄录到设置的“一度闯关题”中，分析出现错误的原因，在本单元（或章、Module）考试前将“一度闯关题”再做一 遍，重点练习！并将再次做错的题目抄在“二度闯关题”中。

2. 将你在各单元（或章、Module）检测卷中做错的题抄录到“二度闯关题”中，分析出现错误的原因，在模块考试前将所有“二度闯关题”再做一遍，逐题攻关！如有做错的题，则将再次做错的题目抄在“三度闯关题”中，并分析错误原因。

3. 将你在模块检测卷中做错的题抄录到“三度闯关题”中，分析出现错误的原因，并将所有“三度闯关题”认真再做一遍。如果仍有做错的地方，请记录下来，或与同学沟通，或请教老师，彻底把这只“拦路虎”解决掉，不要让它成为你学习道路上的“绊脚石”，真正消除差距！

4. 经过三度闯关，相信你对本书的知识已经基本了解，但是这仍然不够，你还应每隔一段时间将“三度闯关题”拿出来温习重做，因为“三度闯关题”涉及的是你最薄弱的地方，你必须反复巩固！

5. 如果这些你都顺利完成，那么恭喜你，你在该科的成绩必将迈上一个新台阶，后面的学习之路将魔幻般地变得顺畅！并且特别要祝贺你，一个科学、实用、有效的学习方法已经被你掌握，这将让你终身受益！

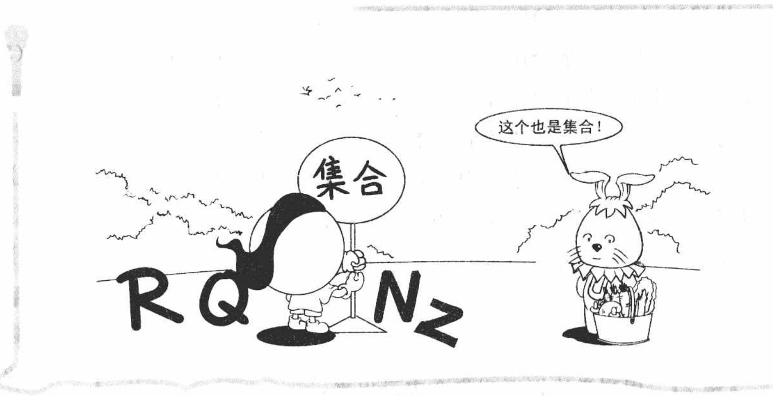
欢迎你来信畅谈使用荣德基“CETC差距学习法”的心得与体会，让大家分享你的成功和喜悦！信封上请注明“小方法，大道理”。

来信请寄：北京100077-29信箱 荣德基读者服务部收（邮编：100077）

目录

第1章　集合与函数概念

第1节　集合



1.1.1　集合的含义与表示

I 要点梳理

1. 元素、集合的概念及其字母表示法

2. 集合中元素的三个特性：

(1)确定性

设 A 是一个给定的集合，x 是某一个具体的对象，则 x 或者是 A 中的元素，或者不是 A 中的元素，两种情况必有一种且只有一种成立. 例如，"体重较重的人"，由于"重"这个标准不确定，所以不能构成集合.

(2)互异性

"集合中没有两个元素是重复的". 这就是说，一个给定集合中的元素是互不相同的. 例如，方程 $x^2-2x+1=0$ 的根构成的集合表示为 $\{1\}$，而不能表示为 $\{1,1\}$.

(3)无序性

集合中元素的列举与元素的顺序无关. 例如，$\{a,b,c\}$ 与 $\{c,a,b\}$ 是同一集合.

3. 元素与集合的关系：

元素与集合有属于($\in$)和不属于($\notin$)两种关系. 如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于集合 A，记作 $a\in A$，读作"a 属于集合 A"；如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于集合 A，记作 $a\notin A$，读作"a 不属于集合 A".

符号"$\in$"和"$\notin$"是用来表示元素与集合之间的关系的，不能用来表示集合与集合之间的关系，这一点要牢记.

4. 集合的表示方法：

(1)列举法

把集合的元素一一列举出来，并用花括号"{}"括起来表示集合的方法叫做列举法.

一般情况下，对于有限集，在元素不太多的情况下，宜采用列举法，它的特点是直观、明了，用列举法表示集合时注意以下几点：①元素间用","分隔；②元素不能重复；③元素不考虑以怎样的顺序排列；④列举法可以表示有限集，也可以表示无限集. 若集合中的元素较多或无限，但表现出一定的规律性，在不发生误解的情况下，也可以用列举法. 例如，自然数集可表示为 $\{0,1,2,3,4,\cdots\}$，不超过 100 的正整数组成的集合可表示为 $\{1,2,3,\cdots,100\}$.

(2)描述法

用集合所含元素的共同特征表示集合的方法称为描述法. 它的一般形式是 $\{x\in I\mid P(x)\}$，其中"x"是集合中元素的一般符号，"I"是 x 的取值范围，"$P(x)$"是这个集合中元素所具有的共同特征，竖线不能省略.

5. 两个集合相等：

只要构成两个集合的元素是一样的，我们就称这两个集合是相等的.

6. 常见的数集及其表示

7. 集合的分类：

集合
- 按元素的属性分
  - 数集(元素是数)
  - 点集(元素是点)
  - ……
- 按元素的个数分
  - 有限集(元素个数有限)
  - 无限集(元素个数无限)
  - 空集(不含任何元素)

II 好题典中点

一、教材典题同步题

【例1】 用列举法或描述法表示下列集合：

(1)x^2-1 的因式组成的集合；

(2)所有正偶数组成的集合；

(3)所有被 3 除余 1 的正整数组成的集合；

(4)平面直角坐标系中第三象限的点组成的集合；

(5)方程 $(x-1)(x-2)(x^2-5)=0$ 的所有实数根组成的集合.

分析：把用自然语言描述的集合用列举法或描述法表示出来.

解：(1)由于 x^2-1 的因式为 $x-1$ 和 $x+1$，故可以用列举法表示为 $\{x-1,x+1\}$.

(2)列举法：$\{2,4,6,8,10,\cdots\}$，描述法：$\{x\mid x=2n,n\in\mathbf{N}^*\}$.

(3)列举法：$\{1,4,7,10,13,\cdots\}$，描述法：$\{x|x=3n+1,n\in\mathbf{N}\}$.

(4)描述法：$\{(x,y)|x<0$ 且 $y<0\}$.

(5)列举法：$\{1,2,-\sqrt{5},\sqrt{5}\}$，

描述法：$\{x|(x-1)(x-2)(x^2-5)=0\}$.

点拨：①列举法适合用来表示元素较少或元素虽然较多（包括无限集）但有一定的规律性的集合. ②用描述法表示集合，一般形式为$\{x\in I|P(x)\}$，其中"x"是集合元素的一般符号，"I"是 x 的取值范围，"$P(x)$"是这个集合中元素所具有的共同特征. 意义为"使$P(x)$正确的 I 中的各元素之集"，有时可记作$\{x|P(x)\}$，例如$\{x\in\mathbf{R}|x\leqslant5\}$可表示为$\{x|x\leqslant5\}$.

二、提炼规律方法题

1. 分析法求集合中的元素

【例 2】 用列举法把下列集合表示出来：

(1)$A=\left\{x\in\mathbf{N}\,\middle|\,\frac{16}{9-x}\in\mathbf{N}\right\}$；

(2)$B=\left\{\frac{16}{9-x}\in\mathbf{N}\,\middle|\,x\in\mathbf{N}\right\}$；

(3)$C=\{y|y=-x^2+6,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N}\}$；

(4)$D=\{(x,y)|y=-x^2+6,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N}\}$；

(5)$E=\{x|y=-x^2+6,x\in\mathbf{Z},y\in\mathbf{N}\}$.

题眼点拨：先看这五个集合各自的特点：

(1)集合 A 中的元素是自然数 x，它必须满足条件$\frac{16}{9-x}$也是自然数，即 $9-x$ 为 $1,2,4,8,16$，而 $9-x=16$ 时，$x=-7$，舍去；

(2)集合 B 中的元素是自然数$\frac{16}{9-x}$，它必须满足条件 x 也是自然数；

(3)集合 C 中的元素是自然数 y，它实际上是二次函数 $y=-x^2+6(x\in\mathbf{N})$的函数值；

(4)集合 D 中的元素是点，这些点必须在二次函数 $y=-x^2+6(x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N})$的图象上；

(5)集合 E 中的元素是整数 x，它必须满足的条件是 $y=-x^2+6$，且 $y\in\mathbf{N}$.

解：(1)只有当 $x=1,5,7,8$ 这四个自然数时，$\frac{16}{9-x}=2,4,8,16$ 也是自然数. $\therefore A=\{1,5,7,8\}$.

(2)由(1)知，$B=\{2,4,8,16\}$.

(3)由 $y=-x^2+6,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N}$ 知 $y\leqslant6$，

只有当 $x=0,1,2$ 时，$y=6,5,2$ 符合题意. $\therefore C=\{2,5,6\}$.

(4)由点(x,y)满足条件 $y=-x^2+6,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N}$，知只有 $\begin{cases}x=0,\\y=6,\end{cases}\begin{cases}x=1,\\y=5,\end{cases}\begin{cases}x=2,\\y=2\end{cases}$ 符合题意. $\therefore D=\{(0,6),(1,5),(2,2)\}$.

(5)$\because y=-x^2+6,x\in\mathbf{Z},y\in\mathbf{N}$，

只有当 $x=-2,-1,0,1,2$ 时，$y=2,5,6,5,2$ 符合题意.

$\therefore E=\{-2,-1,0,1,2\}$.

规律总结：用描述法给出的集合改用列举法表示时，先要弄清集合中的元素是什么，然后一一列出，再用集合的外围记号"{}"括起来.

2. 分类讨论思想

【例 3】 集合 M 的元素为正整数，且满足：如果 $x\in M$，则 $8-x\in M$. 试解答下列问题：

(1)写出只有一个元素的集合 M；

(2)写出只有两个元素的集合 M；

(3)满足题设条件的集合 M 共有多少个？

题眼点拨：(1)因为只有一个元素，所以 $x=8-x$，得 $x=4$；

(2)因为只有两个元素，所以 x 与 $8-x$ 不相等，得$\{1,7\}$，$\{2,6\}$，$\{3,5\}$；

(3)因为无元素个数限制，所以集合 M 可由$\{4\}$，$\{1,7\}$，$\{2,6\}$，$\{3,5\}$中的元素组成.

解：(1)集合 M 中只有一个元素，根据已知必须满足 $x=8-x$，所以 $x=4$. 故只有一个元素的集合 $M=\{4\}$.

(2)当集合 M 中只有两个元素时，其元素有且仅有 x 和 $8-x$，从而全部含有两个元素的集合 M 应为$\{1,7\}$，$\{2,6\}$，$\{3,5\}$.

(3)没有元素个数限制时，集合 M 可由$\{4\}$，$\{1,7\}$，$\{2,6\}$，$\{3,5\}$中的元素组成，它包括以下情况：①由 1 个集合中的元素组成的集合：$\{4\}$，$\{1,7\}$，$\{2,6\}$，$\{3,5\}$，共 4 个；②由 2 个集合中的元素组成的集合：$\{1,4,7\}$，$\{2,4,6\}$，$\{3,4,5\}$，$\{1,2,6,7\}$ $\{2,3,5,6\}$，$\{1,3,5,7\}$，共 6 个；③由 3 个集合中的元素组成的集合：$\{1,2,3,5,6,7\}$，$\{2,3,4,5,6\}$，$\{1,3,4,5,7\}$，$\{1,2,4,6,7\}$，共 4 个；④由 4 个集合中的元素组成的集合：$\{1,2,3,4,5,6,7\}$，共 1 个. $4+6+4+1=15$(个)，即满足题设条件的集合 M 共有 15 个.

规律总结：抓住 $x\in M$ 时，$8-x\in M$ 这一条件对元素进行逐一验证，然后找出满足题意的元素. (3)题注意分类讨论.

3. 一题多变

【例 4】 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|ax^2+2x+1=0\}$，其中 $a\in\mathbf{R}$. 若 1 是集合 A 中的一个元素，请用列举法表示集合 A.

题眼点拨：集合 A 中元素 x 有两个特征：$x\in\mathbf{R}$ 且 $ax^2+2x+1=0$，因为 $1\in A$，所以 1 是关于 x 的方程 $ax^2+2x+1=0$ 的实数根.

解：$\because$ 1 是集合 A 中的一个元素，$\therefore$ 1 是关于 x 的方程$ax^2+2x+1=0$ 的一个根，$\therefore a\cdot1^2+2\times1+1=0$，即 $a=-3$. 方程即为$-3x^2+2x+1=0$，解这个方程，得 $x_1=1,x_2=-\frac{1}{3}$，所以集合$A=\left\{-\frac{1}{3},1\right\}$.

一变：已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|ax^2+2x+1=0\}$，其中 $a\in\mathbf{R}$. 若集合 A 中有且仅有一个元素，求 a 的值组成的集合 B.

题眼点拨：因为关于 x 的方程 $ax^2+2x+1=0$ 不一定是二次方程，所以应对 x^2 的系数 a 分类讨论.

解：若 $a=0$，则方程可化为 $2x+1=0$，此时 $x=-\frac{1}{2}$，集合 A 中有且仅有一个元素；

若 $a\neq0$，$ax^2+2x+1=0$ 是关于 x 的一元二次方程，则当且仅当 $\Delta=4-4a=0$，即 $a=1$ 时，方程有两个相等的实根 $x_1=x_2=-1$，此时集合 A 中有且仅有一个元素.

综上，所求集合 $B=\{0,1\}$.

二变：已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|ax^2+2x+1=0\}$，其中 $a\in\mathbf{R}$.

若集合 A 中至多有一个元素，试求 a 的取值范围.

题眼点拨：当用集合给出一元二次方程的解时，若方程有两个相等的根，则其解集中的元素只能算一个.

解：集合 A 中至多有一个元素包含两种情况：

(1)集合 A 中有且只有一个元素，由(一变)中解可知 $a=0$ 或 $a=1$；

(2)集合 A 中一个元素也没有，此时关于 x 的一元二次方程 $ax^2+2x+1=0$ 无实根，即 $a\neq 0$ 且 $\Delta=4-4a<0$，解得 $a>1$.

综合(1)(2)知，所求 a 的取值范围是 $\{a|a\geqslant 1$ 或 $a=0\}$.

三变：已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|ax^2+2x+1=0\}$，其中 $a\in\mathbf{R}$. 若集合 A 中有两个元素，求 a 的取值范围.

题眼点拨：集合 A 中有两个元素时，关于 x 的方程 $ax^2+2x+1=0$ 有两个不相等的实根，必有 $a\neq 0$ 且 $\Delta>0$.

解：∵集合 A 中有两个元素，

∴关于 x 的方程 $ax^2+2x+1=0$ 有两个不相等的实数根，

∴ $\begin{cases}a\neq 0,\\ \Delta=4-4a>0,\end{cases}$ 解得 $a<1$ 且 $a\neq 0$.

∴a 的取值范围为 $\{a|a<1$，且 $a\neq 0\}$.

规律总结：在上述问题中，“$a=0$”这种情况最容易被忽略，只有在“$a\neq 0$”的条件下，关于 x 的方程 $ax^2+2x+1=0$ 才是一元二次方程，才能用“Δ”来判断根的个数. 另外，一元二次方程有两个相等的实根时，在其解集中只能算一个元素.

三、创新题

集合中的新定义问题

【例 5】　设 S 是至少含有两个元素的集合，在集合 S 上定义了一个二元运算“$*$”(即对任意的 $a,b\in S$，对于有序元素对 (a,b)，在 S 中有唯一确定的元素 $a*b$ 与之对应). 若对于任意的 $a,b\in S$，有 $a*(b*a)=b$，则对任意的 $a,b\in S$，下列等式中不恒成立的是(　　)

A. $a*(a*b)=b$　　B. $[a*(b*a)]*(a*b)=a$

C. $b*(b*b)=b$　　D. $(a*b)*[b*(a*b)]=b$

解：A　对 A，由“$*$”的定义知，$a*(a*b)=b$，只有当 $b=a$ 时才成立；对 B，$[a*(b*a)]*(a*b)=b*(a*b)=a$，故B正确；对 C，$b*(b*b)=b$ 显然恒成立，故 C 正确；对 D，令 $a*b=c$，则 $c*(b*c)=b$ 成立，故 D 正确. 只有 A 不能恒成立.

规律总结：集合命题中与运算法则相关的问题，已经成为新课标高考的热点，这类试题的特点是：通过给出新的数学概念或新的运算方法，让学生在新的情景下完成某种推理证明或指定要求，是集合命题的一个新方向. 本题解答中需对选项逐一分析、验证.

趁热打铁 (94)

1.(针对二-1)用列举法表示下列集合：

(1)$A=\{x||x|\leqslant 3,x\in\mathbf{Z}\}$；(2)$M=\{(x,y)|x+y=4,x\in\mathbf{N}^*,y\in\mathbf{N}^*\}$.

2.(针对二-1)若集合 $M=\{0,1,2\}$，$N=\{(x,y)|x-2y+1\geqslant 0$ 且 $x-2y-1\leqslant 0,x,y\in M\}$，则集合 N 中元素的个数为(　　)

A. 9　　B. 6　　C. 4　　D. 2

3.(针对二-2)已知集合 $A=\{a+2,(a+1)^2,a^2+3a+3\}$，若 $1\in A$，求实数 a 的值.

4.(针对二-3)已知集合 $A=\{x|ax^2-3x-4=0,x\in\mathbf{R}\}$. 若集合 A 中有两个元素，求实数 a 的取值范围.

变式：已知集合 $A=\{x|ax^2-3x-4=0,x\in\mathbf{R}\}$. 若集合$A$ 中至多有一个元素，求实数 a 的取值范围.

5.(针对三-1)定义集合运算 $A\odot B=\{z|z=xy(x+y),x\in A,y\in B\}$，设集合 $A=\{0,1\}$，$B=\{2,3\}$，则集合 $A\odot B$ 的所有元素之和为(　　)

A. 0　　B. 6　　C. 12　　D. 18

Ⅲ 易点点拨

易错点 1：由于对集合的有关概念理解不透彻导致错误(易误点)

【例 1】　给出下列说法：(1)任何一个集合的表示方法都是唯一的；(2)集合 $\{0,-1,2,-2\}$ 与集合 $\{-2,-1,0,2\}$ 相等；(3)若集合 A 是满足不等式 $0\leqslant 2x\leqslant 1$ 的 x 的所有值的集合，则这一个集合是一个无限集；(4)若 $a\in\mathbf{R}$，则 $a\notin\mathbf{Q}$；(5)集合 $\{x|x=2k-1,k\in\mathbf{Z}\}$ 与集合 $\{y|y=2s+1,s\in\mathbf{Z}\}$ 表示的是同一集合.

其中正确的是________.(填上所有正确说法的序号)

错解：(1)(4)

错解分析：由于集合 $\{1\}$ 还可以表示为 $\{x|x-1=0\}$，故(1)是错误的；由集合中元素的无序性可知(2)是正确的；由无限集的定义知(3)是正确的；由 a 是实数，同时 a 也有可能是有理数，可以断定(4)是错误的；(5)中的两个集合都是由全体奇数组成的集合，故(5)是正确的.

正确解法：(2)(3)(5)

易错点 2：不能正确使用列举法、描述法表示集合(易混点)

【例 2】　用列举法或描述法表示方程组 $\begin{cases}x+y=1,\\ x-y=-1\end{cases}$ 的解集.

错解一：$\{x=0,y=1\}$.

错解二：$\{0,1\}$.

错解三：$\{(x,y)\mid x=0$ 或 $y=1\}$.

错解分析：错解一中的集合有两个元素，它们分别是等式“$x=0$”和等式“$y=1$”；错解二中的集合有两个元素，它们分别是 0 和 1. 而方程组的解集中只有一个元素，是有序数对 $(0,1)$，所以正确的写法是 $\{(0,1)\}$；错解三中的集合用描述法表示，是一个无限集，故也是错误的.

正确解法：方程组的解集是

$$\left\{(x,y)\ \middle|\ \begin{cases}x+y=1,\\x-y=-1\end{cases}\right\}=\left\{(x,y)\ \middle|\ \begin{cases}x=0,\\y=1\end{cases}\right\}=\{(0,1)\}.$$

即 $\left\{(x,y)\ \middle|\ \begin{cases}x=0,\\y=1\end{cases}\right\}$ 或 $\{(0,1)\}$.

易错点 3：易忽略集合中元素的互异性导致错误（易漏点）

【例 3】 已知 $x^2\in\{1,0,x\}$，求实数 x 的值.

错解：由集合中元素的确定性，知 $x^2=1$ 或 $x^2=0$ 或 $x^2=x$.

若 $x^2=1$，则 $x=\pm1$；若 $x^2=0$，则 $x=0$；若 $x^2=x$，则 $x=1$ 或 $x=0$. 综上所述，$x=-1$ 或 $x=0$ 或 $x=1$.

错解分析：由集合元素的互异性，知 $x\neq1$ 且 $x\neq0$.

正确解法：若 $x^2=0$，则 $x=0$，此时集合为 $\{1,0,0\}$，不符合集合元素的互异性，舍去.

若 $x^2=x$，则 $x=0$（舍去）或 $x=1$，同理可知，$x=1$ 不符合题意，舍去. 若 $x^2=1$，则 $x=1$（舍去）或 $x=-1$.

当 $x=-1$ 时，集合为 $\{1,0,-1\}$，符合题意.

综上所述，$x=-1$.

Ⅳ 课后巩固训练 ☞(95)

A组 基础针对性训练

一、选择题

1. 已知集合 $S=\{a,b,c\}$ 中的三个元素是 $\triangle ABC$ 的三边长，那么 $\triangle ABC$ 一定不是（　　）

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　　D. 等腰三角形

2. 已知集合 M 具有性质：若 $a\in M$，则 $2a\in M$. 现已知 $-1\in M$，则下列元素一定是 M 中的元素的是（　　）

A. 1　　B. 0　　C. -2　　D. 2

3. 下列说法正确的是（　　）

A. 若 $-a\in\mathbf{N}$，则 $a\in\mathbf{N}$

B. 方程 $x^2-4x+4=0$ 的解集为 $\{2,2\}$

C. 高一年级最聪明的学生可组成一个集合

D. 在集合 $\mathbf{N}$ 中 1 不是最小的数

4. 下面关于集合的表示正确的有（　　）

①$\{2,3\}\neq\{3,2\}$；②$\{(x,y)\mid x+y=1\}=\{y\mid x+y=1\}$；③$\{x\mid x>1\}=\{y\mid y>1\}$；④$\{x\mid x+y=1\}=\{y\mid x+y=1\}$.

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

二、填空题

5. 已知集合 $M=\{m\in\mathbf{N}\mid 6-m\in\mathbf{N}\}$，则集合 M 中的元素有________个.

6. 含有三个实数的某一集合可表示为 $\left\{a,\dfrac{b}{a},1\right\}$，也可表示为 $\{a^2,a+b,0\}$，则 $a^{2005}+b^{2006}=$________.

三、解答题

7. 已知集合 $A=\{a-2,2a^2+5a,12\}$，$-3\in A$，求 a 的值.

8. 用描述法表示图 1-1-1 中阴影部分（含边界）的点的坐标的集合.

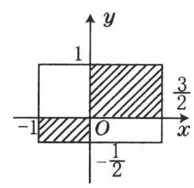


图 1-1-1

B组 综合运用提高训练

一、出题角度题

1.（出题角度：元素与集合的关系）设集合 $M=\{m\mid m=a+b\sqrt{3},\ a,b\in\mathbf{Q}\}$，已知 $x=\dfrac{1}{2}-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，$y=2+\sqrt{3}\pi$，$z=\dfrac{1}{3-2\sqrt{3}}$，则 x,y,z 与 M 的关系依次是 x______M，y______M，z______M.

2.（出题角度：集合的表示方法）选择适当的方法表示下列集合：

(1) welcome 中的所有字母组成的集合；

(2) 从 1，2，3 这三个数字中抽出一部分或全部数字（没有重复）组成的自然数的集合；

(3) 二元二次方程组 $\begin{cases}y=x,\\y=x^2\end{cases}$ 的解集；

(4) 所有正三角形组成的集合.

二、课标新型题

3.（探究题）非空集合 G 关于运算 $\oplus$ 满足：(1) 对任意 $a,b\in G$，都有 $a\oplus b\in G$；(2) 存在 $e\in G$，使得对一切 $a\in G$，都有 $a\oplus e=e\oplus a=a$，则称 G 关于运算 $\oplus$ 为“融洽集”.

现给出下列集合和运算：

①$G=\{$非负整数$\}$，$\oplus$为整数的加法；

②$G=\{$偶数$\}$，$\oplus$为整数的乘法；

③$G=\{$二次三项式$\}$，$\oplus$为多项式的加法.

其中G关于运算$\oplus$为“融洽集”的是________.（写出所有“融洽集”的序号）

4.（开放题）已知由实数构成的集合A满足条件：若$x\in A$，则必有$\frac{1}{1-x}\in A$.

(1)设A中恰有三个元素，且2是其中的一个，求这时的集合A；

(2)有人断定集合A中的元素可以有且只有一个，请你作出判断，看他的断言是否正确，并说明理由；

(3)若集合A中有元素存在，试证集合A中有且只有三个元素，并给出除(1)以外的一个集合来.

三、高考题

5.（2007，全国Ⅰ理，5分）设$a,b\in\mathbf{R}$，集合$\{1,a+b,a\}=\{0,\frac{b}{a},b\}$，则$b-a$等于（　　）

A. 1　　B. -1　　C. 2　　D. -2

1.1.2 集合间的基本关系

要点梳理

1. Venn图：用平面上封闭曲线的内部表示集合，这种图称为Venn图.

2. 子集：

(1)子集的概念；

(2)集合A是集合B的子集可用Venn图表示为图1-1-2.

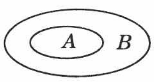


图1-1-2

3. 集合相等：如果集合A是集合B的子集（$A\subseteq B$），且集合B是集合A的子集（$B\subseteq A$），此时，集合A与集合B中的元素是一样的，因此，集合A与集合B相等，记作$A=B$.

说明：集合相等这一性质给出了证明两个集合相等的方法，即欲证$A=B$，只需证$A\subseteq B$与$B\subseteq A$都成立即可.

4. 真子集：

(1)真子集的概念；

(2)子集与真子集相关的结论：

①任何一个集合是它本身的子集（$A\subseteq A$），但不是它本身的真子集；②传递性：对于集合A,B,C，如果$A\subseteq B$，且$B\subseteq C$，那么$A\subseteq C$.

5. 空集的概念：我们把不含任何元素的集合叫做空集，记作$\varnothing$，并规定：空集是任何集合的子集. 由此，空集是任何非空集合的真子集.

6. 子集、真子集的个数：若集合A中有n个元素，则它有2^n个子集，有(2^n-1)个真子集，有(2^n-1)个非空子集，有(2^n-2)个非空真子集.

好题典中点

一、教材典题同步题

【例1】（P_7例3变式）写出满足$\{a,b\}\subseteq A\subsetneqq\{a,b,c,d\}$的所有集合$A$.

分析：由题设知，集合A包含集合$\{a,b\}$，且集合A是集合$\{a,b,c,d\}$的真子集. 集合A中一定含有元素a,b，并且除元素a,b外最多含有c,d中的一个.

解：(1)当集合A中有两个元素时，$A=\{a,b\}$；

(2)当集合A中有三个元素时，$A=\{a,b,c\}$或$A=\{a,b,d\}$.

所以满足已知条件的集合A有$\{a,b\},\{a,b,c\},\{a,b,d\}$.

点拨：按集合A的元素的个数进行分类讨论是写出所有集合的有效方法.

二、提炼规律方法题

1. 数形结合思想

【例2】 若$A=\{x\mid -3<x<6\}$，$B=\{x\mid x\leqslant a,a\in\mathbf{R}\}$，且$A\subseteq B$，求$a$的取值范围.

题眼点拨：本题涉及子集的概念，要使集合A是集合B的子集，当且仅当集合A中的元素都是集合B中的元素，借助数轴来分析，一目了然.

解：如图1-1-3，因为$A\subseteq B$，所以a在数轴上对应的点应位于6所对应的点的右侧或即为6所对应的点，即$a\geqslant 6$.

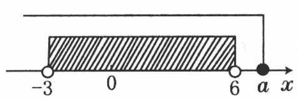


图1-1-3

规律总结：在运用集合间的关系处理与不等式有关的集合问题（如求参数取值范围等）时，常因为等号的取舍不当而出现错误，一定要慎重考虑.

2. 分类讨论思想

【例3】 设$A=\{x\mid x^2+4x=0\}$，$B=\{x\mid x^2+2(a+1)x+a^2-1=0,a\in\mathbf{R}\}$，若$B\subseteq A$，求实数$a$的取值范围.

题眼点拨：$A=\{-4,0\}$，由$B\subseteq A$知，$B=\varnothing$或$B=\{0\}$或$B=\{-4\}$或$B=\{-4,0\}$.

解：由题意知，$A=\{-4,0\}$，$\because B\subseteq A$，

$\therefore$集合B有四种可能，即$B=\varnothing$或$B=\{0\}$或$B=\{-4\}$或$B=\{-4,0\}$.

(1)当$B=\varnothing$时，关于x的方程$x^2+2(a+1)x+a^2-1=0$无实根，$\therefore\Delta=4(a+1)^2-4(a^2-1)<0$，解得$a<-1$；

(2)当$B=\{0\}$时，关于x的方程$x^2+2(a+1)x+a^2-1=0$有两个相等的实根0，$\therefore\begin{cases}\Delta=4(a+1)^2-4(a^2-1)=0,\\ a^2-1=0,\end{cases}$解得$a=-1$；

(3)当$B=\{-4\}$时，关于x的方程$x^2+2(a+1)x+a^2-1=0$有两个相等的实根-4，

$\therefore\begin{cases}\Delta=4(a+1)^2-4(a^2-1)=0,\\ (-4)^2+2(a+1)\cdot(-4)+a^2-1=0,\end{cases}$无解；

(4)当$B=\{-4,0\}$时，关于x的方程$x^2+2(a+1)x+a^2-1$

$=0$ 有两个不相等的实根 $0,-4$，

$\therefore\begin{cases}\Delta=4(a+1)^2-4(a^2-1)>0,\\(-4)^2+2(a+1)\cdot(-4)+a^2-1=0,\\a^2-1=0,\end{cases}$ 解得 $a=1$.

综上所述，实数 a 的取值范围为 $\{a|a\leqslant-1$，或 $a=1\}$.

规律总结：在解含参数的方程时，常要对解的情况进行讨论，分类时要遵循“不重不漏”的原则，然后对每一种情况给出解答.

3. 结论反思

【例4】 完成下列表格：

集合	集合中元素的个数	子集的个数
$\{a\}$	1	
$\{a,b\}$	2	
$\{a,b,c\}$	3	
$\{a,b,c,d\}$	4	
…	…	

试探究“集合中元素的个数”与“子集的个数”之间存在的关系，并归纳猜测出当集合中有 n 个元素时，它的子集个数的计算公式（用含 n 的式子表示）.

题眼点拨：若 $A\subseteq B$，则有以下三种情况：(1)$A=\varnothing$；(2)$A\subsetneqq B$；(3)$A=B$. 先用列举法求出表中各集合的子集个数，然后总结其中的规律，即可写出子集个数的计算公式.

解：集合 $\{a\}$ 的子集为 $\varnothing$，$\{a\}$，子集个数为 2；

集合 $\{a,b\}$ 的子集为 $\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{a,b\}$，子集个数为 4；

集合 $\{a,b,c\}$ 的子集为 $\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{a,b\}$，$\{a,c\}$，$\{b,c\}$，$\{a,b,c\}$，子集个数为 8；

集合 $\{a,b,c,d\}$ 的子集为 $\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{d\}$，$\{a,b\}$，$\{a,c\}$，$\{a,d\}$，$\{b,c\}$，$\{b,d\}\{c,d\}$，$\{a,b,c\}$，$\{a,b,d\}$，$\{a,c,d\}$，$\{b,c,d\}$，$\{a,b,c,d\}$，子集的个数为 16；

……

由此可知，“集合中元素的个数”与“子集的个数”有如下关系：

集合中元素的个数	子集的个数
1	$2=2^1$
2	$4=2^2$
3	$8=2^3$
4	$16=2^4$
…	…

所以猜测当集合中有 n 个元素时，它的子集的个数为 2^n.

规律总结：若集合 A 有 n 个元素，则它有 2^n 个子集，有 (2^n-1) 个真子集，有 (2^n-1) 个非空子集，有 (2^n-2) 个非空真子集. 上述结论，在我们学习后面的内容时，可以得到证明. 牢记上述结论，一方面可以直接计算子集的个数；另一方面可以利用结论检验写出的子集是否完整.

反思应用：(1)若集合 $M=\{-1,0,1\}$，则集合 M 的所有非空真子集的个数是（　　）

A. 7　　B. 6

C. 5　　D. 4

(2)满足条件 $\{2,3\}\subseteq M\subseteq\{1,2,3,4,5\}$ 的集合 M 的个数为（　　）

A. 8　　B. 7 C. 6 D. 5

解：(1)B　(2)A　(1)集合 M 有 3 个元素，共有 $2^3=8$(个)子集，其中包括空集和它本身. 故集合 M 的所有非空真子集的个数为 6.

(2)方法一：①当集合 M 中有 2 个元素时，M 为 $\{2,3\}$；

②当集合 M 中有 3 个元素时，M 为 $\{2,3,1\}$ 或 $\{2,3,4\}$ 或 $\{2,3,5\}$；

③当集合 M 中有 4 个元素时，M 为 $\{2,3,1,4\}$ 或 $\{2,3,1,5\}$ 或 $\{2,3,4,5\}$；

④当集合 M 中有 5 个元素时，M 为 $\{2,3,1,4,5\}$.

由①②③④知，满足条件的集合 M 的个数为 $1+3+3+1=8$.

方法二：集合 M 中至少有元素 2 和 3，所以集合 M 的个数为集合 $\{1,4,5\}$ 的子集的个数，即 $2^3=8$.

三、推理证明题

利用包含关系证明两个集合相等

【例5】 已知 $X=\{x|x=2n+1,n\in\mathbf{Z}\}$，$Y=\{y|y=4k\pm1,k\in\mathbf{Z}\}$，试证明：$X=Y$.

题眼点拨：要证明 $X=Y$，应证明 $X\subseteq Y$ 且 $Y\subseteq X$.

证明：(1)设 $x_0\in X$，则 $x_0=2n_0+1$，$n_0\in\mathbf{Z}$.

①若 n_0 是偶数，可设 $n_0=2m$，$m\in\mathbf{Z}$，则 $x_0=4m+1$，所以 $x_0\in Y$；

②若 n_0 是奇数，可设 $n_0=2m-1$，$m\in\mathbf{Z}$，则 $x_0=2(2m-1)+1=4m-1$，所以 $x_0\in Y$.

所以不论 n_0 是奇数还是偶数，都有 $x_0\in Y$，所以 $X\subseteq Y$.

(2)又设 $y_0\in Y$，则 $y_0=4k_0+1$ 或 $y_0=4k_0-1$，$k_0\in\mathbf{Z}$.

因为 $y_0=4k_0+1=2\cdot(2k_0)+1$，

$y_0=4k_0-1=2\cdot(2k_0-1)+1$，

又 $k_0\in\mathbf{Z}$，所以 $2k_0\in\mathbf{Z}$，$2k_0-1\in\mathbf{Z}$，所以 $y_0\in X$，所以 $Y\subseteq X$.

由(1)(2)得，$X=Y$.

规律总结：证明集合 $X=Y$ 的思路是证明 $X\subseteq Y$，$Y\subseteq X$，之所以不用“两集合所含的元素完全相同”来证明，是因为当集合为无限集时，很难判定两个集合中的元素一一相同，而利用子集来证明，显然比较科学，具有可操作性.

趁热打铁 ☞(95)

1.（针对二-1）设 $A=\{$正方形$\}$，$B=\{$平行四边形$\}$，$C=\{$矩形$\}$，$D=\{$菱形$\}$，$E=\{$四边形$\}$，给出下列关系：

(1)$E\supseteq B\supseteq C\supseteq A\supseteq D$；(2)$A\subsetneqq D\subsetneqq B\subsetneqq E$；

(3)$A\subsetneqq D\subseteq C\subseteq B\subsetneqq E$；(4)$A\subsetneqq C\subsetneqq B\subsetneqq E$；

(5)$D\subsetneqq A\subsetneqq B\subsetneqq E$.

其中正确的有________.（填所有正确答案的序号）

2.（针对二-3）已知 $\{-1,1\}\subsetneqq A\subseteq\{-1,0,1\}$，集合 A 的子集的个数是（　　）

A. 3　　B. 4 C. 6 D. 8

3.（针对三-1）下列各组的两个集合相等的是（　　）

A. $P=\{x\in\mathbf{R}|x^2+1=0\}$，$Q=\{x\in\mathbf{R}|x^2=0\}$

B. $P=\{y|y=t^2+1,t\in\mathbf{R}\}$，$Q=\{t|t=y^2-2y+2,y\in\mathbf{R}\}$

C. $P=\{x|x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$，$Q=\{x|x=4k+2,k\in\mathbf{Z}\}$

D. $P=\{y|y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$，$Q=\{(x,y)|y=x^2-1,x,y\in\mathbf{R}\}$

4.（针对二-2）若集合 $A=\{x|x^2+x-6=0\}$，$B=\{x|mx+1=0\}$，且 $B\subsetneqq A$，求实数 m 的值.

5.（针对二-2）已知集合 $A=\{x|1<ax<2\}$，$B=\{x|-1<x<1\}$，求满足 $A\subseteq B$ 的实数 a 的取值范围.

Ⅲ 三易点点拨

易错点 1：对于 $A\subseteq B$ 中的集合 A，常因忽略 $A=\varnothing$ 导致错误（易漏点）

【例 1】 已知 $M=\{x|x-a=0\}$，$N=\{x|ax-1=0\}$，若 $N\subseteq M$，则实数 a 的值为(　　)

A. 1　　B. -1

C. 1 或 -1　　D. 0 或 1 或 -1

错解：C

错解分析：未考虑到 $N=\varnothing$，即 $a=0$ 也符合题意. $M=\{a\}$，$N=\{x|ax-1=0\}$，当 $a=0$ 时，$ax-1=0$ 对任何实数都不成立，$N=\varnothing$，符合题意；当 $a\neq0$ 时，$N=\{\frac{1}{a}\}$，依题意有 $\frac{1}{a}=a$，所以 $a=\pm1$. 综上，实数 a 的值为 0 或 1 或 -1.

正确解法：D

易错点 2：“$\in$”与“$\subseteq$”应用混乱（易混点）

【例 2】 已知集合 $M=\{x|x\leqslant3\sqrt{2}\}$，集合 $P=\{x|x<2\sqrt{3}\}$，设 $a=\frac{3\pi}{2}$，则下列各式中正确的是(　　)

A. $P\in M$　B. $a\in M$　C. $P\subsetneqq M$　D. $a-3\notin P$

错解一：A

错解二：B

错解分析：集合 M，P 都是部分实数构成的集合，而 a 是一个具体的实数，对于集合 M，P 之间的关系应用“包含或真包含”与否来确定，而对于 a 与集合 M，P 之间的关系只能用“属于”与否来确定. 欲作正确选择，必须考虑实数 $3\sqrt{2}$，$2\sqrt{3}$，$\frac{3\pi}{2}$，$\frac{3\pi}{2}-3$ 的大小关系.

由以上分析知，A 是错误的，

又因为 $3\sqrt{2}=\sqrt{18}$，$2\sqrt{3}=\sqrt{12}$，$\frac{3\pi}{2}>\sqrt{18}>\sqrt{12}$，且 $\frac{3\pi}{2}-3<\sqrt{12}$，所以 a 既不是集合 M 中的元素，也不是集合 P 中的元素，而 $a-3$ 既是集合 M 中的元素也是集合 P 中的元素，所以 B，D 不正确.

正确解法：C

Ⅳ 课后巩固训练 ☞(96)

A组 基础针对性训练

一、选择题

1. 下列各式中正确的是(　　)

A. $\{0\}\in\mathbf{R}$　B. $\varnothing\in\{0\}$　C. $\varnothing=\{0\}$　D. $\varnothing\subsetneqq\{1\}$

2. 给出下列命题：(1)空集没有子集；(2)任何集合至少有两个子集；(3)空集是任何集合的真子集；(4)若 $\varnothing\subsetneqq A$，则 $A\neq\varnothing$. 其中正确的有(　　)

A. 0 个　B. 1 个　C. 2 个　D. 3 个

3. 定义集合 $A*B=\{x|x\in A$，且 $x\notin B\}$，若 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{2,4,5\}$，则集合 $A*B$ 的子集的个数为(　　)

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

4. 已知 $M=\{x|x=m+\frac{1}{6},m\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{x|x=\frac{n}{2}-\frac{1}{3},n\in\mathbf{Z}\}$，$P=\{x|x=\frac{p}{2}+\frac{1}{6},p\in\mathbf{Z}\}$，则集合 M，N，P 的关系是(　　)

A. $M=N\subsetneqq P$　B. $M\subsetneqq N=P$

C. $M\subsetneqq N\subsetneqq P$　D. $N\subsetneqq P\subsetneqq M$

二、填空题

5. 若非空集合 $A=\{x|2x-a=0,x\in\mathbf{Z}\}$，集合 $B=\{x|-1<x<3\}$，且 $A\subsetneqq B$，则实数 a 的值组成的集合为________.

6. 已知 $M=\{2,a,b\}$，$N=\{2a,2,b^2\}$，且 $M=N$，则 $a=$________，$b=$________，或 $a=$________，$b=$________.

三、解答题

7. 设集合 $A=\{1,3,a\}$，$B=\{1,a^2-a+1\}$，且 $A\supseteq B$，求 a 的值.

8. 已知集合 $A=\{x|x<-1$ 或 $x>5\}$，$B=\{x|a<x<a+4\}$，若 $A\supsetneqq B$，求实数 a 的值范围.

我先走.（打一数学名词）　　谜底：不等.

趣味谜语

9.设 $A=\{-1,1\}$，$B=\{x|x^2-2ax+b=0\}$，若 $B\neq\varnothing$，且 $B\subseteq A$，求实数 a，b 的值.

B组 综合运用提高训练

一、出题角度题

1.（出题角度：子集、真子集的概念）(1)集合 $A=\{x|0\leqslant x<3$，且 $x\in\mathbf{N}\}$ 的真子集的个数是（　　）

A. 16　　B. 8　　C. 7　　D. 4

(2)已知集合 $A\subseteq\{1,2,3,4\}$，且集合 A 中至少含有一个奇数，则这样的集合 A 有（　　）

A. 13 个　　B. 12 个　　C. 11 个　　D. 10 个

2.（出题角度：空集的概念）集合 $M=\{x|x^2+2x-a=0\}$，若 $\varnothing\subsetneqq M$，则实数 a 的取值范围为（　　）

A. $a\leqslant-1$　　B. $a\leqslant1$　　C. $a\geqslant-1$　　D. $a\geqslant1$

二、实际应用题

3.写出集合 $A=\{$农夫，狼，羊，菜$\}$ 的所有子集，由此设计一个方案：农夫把狼、羊、菜从河的一岸送到另一岸，农夫每次乘船只能运送一样东西，并且农夫不在场的情况下，狼和羊不能在一起，羊和菜不能在一起.

三、课标新型题

4.（新定义型题）设 A，B 为两个非空数集，定义：$A+B=\{a+b|a\in A,b\in B\}$，若 $A=\{0,2,5\}$，$B=\{1,2,6\}$，则集合 $A+B$ 的子集有________个.

5.（探究题）同时满足条件：(1) $M\subseteq\{1,2,3,4,5\}$；(2)若 $a\in M$，则 $6-a\in M$ 的非空集合 M 有（　　）

A. 32 个　　B. 15 个　　C. 7 个　　D. 6 个

四、高考题

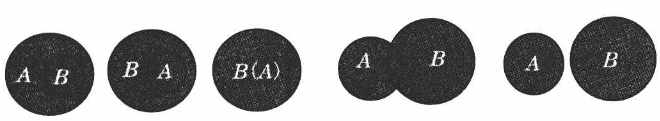
6.（2006，上海，5 分）已知集合 $A=\{-1,3,2m-1\}$，集合 $B=\{3,m^2\}$，若 $B\subseteq A$，则实数 $m=$________.

1.1.3　集合的基本运算

Ⅰ 要点梳理

1. 并集及其运算性质：

(1)并集的概念及用 Venn 图可表示为图 1-1-4.



$B\subsetneqq A$ 时，$A\cup B=A$；　$A\subsetneqq B$ 时，$A\cup B=B$；　$B=A$ 时，$A\cup B=A=B$；　集合 A 与集合 B 有公共元素时，$A\cup B$ 为图中阴影部分；　集合 A 与集合 B 没有公共元素时，$A\cup B$ 为图中阴影部分

图 1-1-4

(2)并集的运算性质：

①$A\cup A=A$，即任何集合同自身的并集，等于集合自身；

②$A\cup B=B\cup A$，即并集满足交换律；

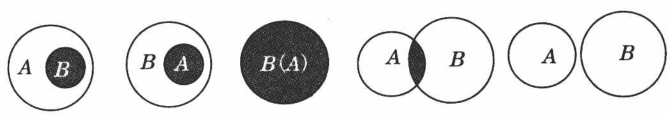
③$A\cup\varnothing=\varnothing\cup A=A$，即任何集合同空集的并集等于集合自身；

④若 $A\subseteq B$，则 $A\cup B=B$，即任何集合与其子集的并集等于集合自身. 反之，若 $A\cup B=B$，则 $A\subseteq B$；

⑤$A\subseteq(A\cup B)$，$B\subseteq(A\cup B)$，即任何集合都是该集合与另一集合并集的子集.

2. 交集及其运算性质：

(1)交集的概念及用 Venn 图可表示为图 1-1-5.



$B\subsetneqq A$ 时，$A\cap B=B$；　$A\subsetneqq B$ 时，$A\cap B=A$；　$A=B$ 时，$A\cap B=A=B$；　集合 A 与集合 B 有公共元素时，$A\cap B$ 为图中阴影部分；　集合 A 与集合 B 没有公共元素时，$A\cap B=\varnothing$

图 1-1-5

(2)交集的运算性质：

①$A\cap A=A$，即任何一个集合同自身的交集等于集合自身；

②$A\cap B=B\cap A$，即交集满足交换律；

③$A\cap\varnothing=\varnothing\cap A=\varnothing$，即任何集合同空集的交集都是空集；

④若 $A\subseteq B$，则 $A\cap B=A$，即集合同它的子集的交集等于它的子集. 反之，若 $A\cap B=A$，则 $A\subseteq B$；

⑤$A\cap B\subseteq A$，$A\cap B\subseteq B$，即两个集合的交集是其中任何一个集合的子集.

3. 补集及其运算性质：

(1)全集的概念.