

职工高等工业专科学校

工程数学教学大纲

(草 案)

工科各专业试用

(96~108学时)

高等教育出版社

一九八三年十二月

本教学大纲系由教育部委托以下有关学校起草的：线性代数部分由广州业余大学、上海市业余工业大学和首都钢铁公司职工大学起草，由广州业余大学负责汇总；复变函数部分由哈尔滨市工人业余大学、上海交通运输公司职工大学和第二汽车制造厂职工大学起草，由哈尔滨市工人业余大学负责汇总；积分变换部分由上海市业余工业大学、哈尔滨市工人业余大学和天津市河北区职工大学起草，由上海市业余工业大学负责汇总；概率论部分由哈尔滨电机厂职工大学，第二汽车制造厂职工大学和上海电器公司职工大学起草，由哈尔滨电机厂职工大学负责汇总。在起草过程中，征求了有关学校和教师的意见，并经教育部在一九八三年十一月召开的职工高等工业专科学校教学大纲审订会议审订。

本大纲除积分变换部分只适用于电类专业外，其余各部分适用于三年制职工高等工业专科学校工科各专业，四年制业余职工高等工业专科学校也可根据有关教学计划所规定的学时数，安排本教学大纲的教学内容。

复数及其代数运算、复数在平面上的几何表示、复变函数。

“*”表示附录和附加内容，不作为教学计划的学时数。

(一) 线性代数 (22~28学时)

行列式

行列式的概念, 行列式的性质, 克莱姆 (Cramer) 法则。

矩阵

矩阵的概念, 矩阵的和与差, 数量和矩阵的积, 矩阵和矩阵的积, 矩阵的转置, 单位矩阵, 逆矩阵, 对称矩阵, 正交矩阵, *分块矩阵。(2学时)

线性方程组

用初等变换解线性方程组, 矩阵的初等变换, n 维向量空间, 向量组的线性相关与线性无关, 向量组的秩, 矩阵的秩, 用初等变换求矩阵的秩, 用初等变换求逆矩阵, 线性方程组相容的充要条件, 齐次线性方程组, 基础解系, 非齐次线性方程组。

矩阵的相似对角形 (多学时选用)

向量的内积, 向量的长度, 向量组的正交性, 线性无关向量组的正交规范化, 矩阵的特征值与特征向量, 相似矩阵, 矩阵的对角形, 实对称矩阵的对角形。

二次型

二次型的矩阵表示, 用配方法化二次型为标准形 (少学时选用), 用正交变换化实二次型为标准形 (多学时选用), 正定二次型的概念, 实二次型为正定的充要条件。

(二) 复变函数 (26~34学时)

复数

复数及其代数运算, 复数在平面上的几何表示, Δ 复球面。

“*”表示加深加宽的内容, 学时不在教学计划内。下同。

区域

区域的概念. 单连通域与多连通域. 平面曲线和平面区域的复变量表示.

复变函数

复变函数的定义. 映射的概念. 极限与连续 (简述).

复变函数的导数

导数的定义. 解析函数. 函数解析的充要条件. *解析函数与调和函数的关系.

初等函数

指数函数. 三角函数. 双曲函数 (简述). 对数函数. 幂函数.

复变函数的积分

积分的定义. 积分的计算方法及其性质 (简述). 柯西 (Cauchy) 定理及其推广. 柯西积分公式. 解析函数的高阶导数.

级数

复数项级数. 幂级数. 阿贝尔 (Abel) 定理. 收敛圆与收敛半径. 泰勒 (Taylor) 级数. 罗朗 (Laurent) 级数.

留数

孤立奇点. 留数定理. 极点上留数的算法. *留数在积分计算上的应用. Δ 辐角原理 (2 学时).

Δ 保角映射

导数的几何意义. 保角映射的概念. 分式线性映射. 幂函数 $w = z^n$ 及指数函数 $w = e^z$ 的映射 (简述).

*“ Δ ”表示根据不同专业需要的选讲内容. 下同.

(三) 积分变换 (14学时)

傅里叶 (Fourier) 变换

傅里叶积分公式. 傅里叶变换的定义. 单位脉冲函数及其傅氏变换. 周期函数及非周期函数的频谱.

拉普拉斯 (Laplace) 变换

拉氏变换的定义. 存在定理 (不证). 拉氏变换的性质 (线性、微分、积分、位移、延迟、初值定理与终值定理). 拉氏逆变换. 海维赛德 (Heaviside) 展开式. 卷积. 微分方程的拉氏变换解法.

(四) 概率论 (26~34学时)

事件与概率

随机事件. 频率与概率. 古典概型. 事件间的关系与运算. 概率加法公式. 条件概率与乘法定理. 全概率公式. * 贝叶斯 (Bayes) 公式 (1学时). 事件的独立性. 重复独立试验与二项概率公式.

一维随机变量及其分布

离散型随机变量及其分布. 两点分布. 二项分布. 泊松分布. 随机变量的分布函数. 连续随机变量及其分布密度. 均匀分布. 正态分布. * 随机变量函数的分布 (2学时).

二维随机变量及其分布

二维离散型随机变量的分布. 二维随机变量的分布函数. 二维连续型随机变量的分布密度. 边缘分布. 随机变量的独立性. * 二维正态分布. * 随机变量和的分布. * 瑞利 (Rayleigh) 分布 (“*” 的内容共 2 学时).

随机变量的数字特征

数学期望及其性质. 随机变量函数的数学期望. 方差及其性质. 几种常见的随机变量的数学期望与方差. * 相关系数 (2学时).

大数定律与中心极限定理

切比雪夫 (Чебышев) 不等式. 切比雪夫大数定律. 贝努利 (Bernoulli) 大数定律. * 同分布的中心极限定理的叙述 (1学时).

附：工程数学教学大纲说明

(一) 线性代数

一、课程的基本要求

1. 正确理解：向量组的线性相关与线性无关，线性方程组解的结构，矩阵的特征值与特征向量，正定二次型的概念。
2. 掌握并能运用：行列式的计算方法，矩阵的运算，逆矩阵的求法，线性方程组的解法，矩阵的特征值与特征向量的求法，用正交变换化实二次型为标准形。

二、课程各章的教学要求和教学建议

行列式

1. 教学要求

- (1) 理解行列式的定义。
- (2) 会用行列式的性质计算行列式。
- (3) 会用克莱姆法则解线性方程组。

2. 教学建议

- (1) 通过分析二、三阶行列式的定义，引出 n 阶行列式的定义。
- (2) 行列式的性质只叙述，不证明。
- (3) 用克莱姆法则得出的解，只说明它确是方程组的解，不要求代回检验。
- (4) 关于范得蒙 (Vandermonde) 行列式只举三、

四阶的例子，但要介绍 n 阶范得蒙行列式的计算公式。

矩阵

1. 教学要求

(1) 掌握矩阵的运算，尤其要掌握矩阵的乘法和求逆矩阵的方法。

2. 教学建议

(1) 要强调矩阵可乘的条件和乘积的不可交换性。

(2) 举例说明矩阵乘积 AB 的每一列等于 A 乘以 B 的相应列。

(3) 举例说明矩阵右乘以一个对角矩阵，相当于矩阵的各列乘以相应的对角元素。

(4) 举例说明 $(AB)' = B' A' \textcircled{1}$ ，不必加以证明。

线性方程组

1. 教学要求

(1) 理解向量组的线性相关与线性无关。

(2) 熟悉齐次线性方程组有非零解的充要条件。

(3) 理解线性方程组解的结构。

(4) 掌握线性方程组的解法。

2. 教学建议

(1) 先讲授用初等变换解线性方程组，然后引出矩阵的初等变换。

(2) 用2维和3维向量引出 n 维向量和向量组的线性相关性。在此安排一节习题课。

(3) 从直线上的两个向量线性相关、平面上的三个向量线性相关，得出 $n+1$ 个 n 维向量线性相关的结论，但不必加以证明。

$\textcircled{1}$ A' 表示 A 的转置矩阵。

(4) 建议把求逆矩阵归纳为解一组具有相同系数矩阵的线性方程组, 然后利用线性方程组的初等变换解法, 得出用初等变换求逆矩阵的方法.

矩阵的相似对角形

1. 教学要求

- (1) 理解向量组的正交性.
- (2) 会将线性无关的向量组正交规范化.
- (3) 熟悉矩阵为正交矩阵的充要条件.
- (4) 理解特征值与特征向量的概念, 掌握它们的求法.

- (5) 理解相似矩阵的概念.

(6) 掌握用正交矩阵把实对称矩阵化为对角矩阵的方法.

2. 教学建议

(1) 通过三个线性无关向量的正交规范化, 说明正交规范化的方法.

二次型

1. 教学要求

- (1) 理解二次型的概念.
- (2) 掌握用正交变换化实二次型为标准形的方法.

三、学 时 分 配

内 容	讲 课	习题课	小 计
行列式	5		5
矩 阵	4		4
线性方程组	9	1	10
矩阵的相似对角形	0 ~ 5	0 ~ 1	0 ~ 6
二次型	3		3
小 计	21~26	1 ~ 2	22~28

(二) 复 变 函 数

一、课程的基本要求和重点

基本要求

1. 正确理解下列基本概念

复数, 复变函数, 复变函数的导数, 解析函数, 复变函数的积分, 泰勒级数, 罗朗级数, 留数, Δ 保角映射.

2. 掌握下列基本理论并会应用

柯西-黎曼 (Cauchy-Riemann) 条件, 柯西定理, 柯西积分公式, 解析函数的高阶导数公式, 留数定理, Δ 分式线性映射.

3. 会进行下列运算

能熟练地进行复数运算, 会求复变函数的积分, 能将某些简单函数展成泰勒级数或罗朗级数, 能熟练地计算极点上的

留数。 Δ 会求直线、圆以及由它们围成的区域经分式线性映射的象。

重点

1. 复数及其运算。
2. 解析函数及其性质。
3. 柯西定理与柯西积分公式。
4. 留数。
- Δ 5. 分式线性映射。

二、课程各章的教学要求和教学建议

1. 复数与复变函数

(1) 加强复数运算及复数几种表示法的教学，但不求理论的完整。不讲保角映射的专业可不讲复球面。

(2) 对单连域及多连域的概念，只要求学生从几何直观上加以理解。熟悉有关 $|z - z_0|$ 的几何意义。

(3) 讲解复变函数概念时，要求学生理解它能分成实部和虚部，理解对一个复变函数的研究，相当于对两个二元实变函数研究的关系。

(4) 映射概念的建立是个难点，通过实例使学生初步了解复变函数把点映射为点、曲线映射为曲线、区域映射为区域。

(5) 极限与连续只要求简述。

2. 解析函数

(1) 要求学生搞懂函数可导和解析之间的关系。解析函数的充要条件只证必要性，但要求学生必须熟练掌握并会运用。

* (2) 搞清解析函数与调和函数之间的关系。

(3) 指数函数可由 $e^z = e^x (\cos y + i \sin y)$ 直接定义, 由此简单证明或给出其性质, 分析它与实指数函数的异同, 并讨论它的解析性. $\sin z$ 、 $\cos z$ 可用 e^z 定义.

(4) 由辐角的多值性而引起对数函数的多值性是个难点, 这里要求学生掌握主值的意义, 而对其多值性只要一般了解即可. 幂函数只介绍 z^n 和 $\sqrt[n]{z}$ (n 是正整数), 而一般的幂函数以及反三角函数可以不讲. 双曲函数只作介绍.

3. 复变函数的积分

(1) 要明确复变函数的积分概念, 了解它与曲线积分的关系, 从而掌握积分的基本计算方法. 要求学生计算积分曲线 C 为圆周 $z = z_0 + re^{i\theta}$ 时的积分

$$\oint_C \frac{dz}{(z - z_0)^{n+1}}$$

并记住其结论.

(2) 要求学生正确理解柯西定理及复合闭路定理的条件和结论. 牛顿-莱布尼兹 (Newton-Leibniz) 公式只简单介绍, 不证.

(3) 柯西积分公式是个重点, 教师要比较自然地引导出该公式, 不证. 要求学生掌握柯西积分公式的本质, 并能熟练地应用.

(4) 要求学生掌握解析函数的高阶导数公式的意义, 并会用它计算某些积分, 不证.

4. 级数

(1) 通过阿贝尔定理使学生了解幂级数的收敛范围, 从而掌握收敛圆、收敛半径的概念. 要求学生了解幂级数在其收敛圆内的性质并会运算. * 收敛半径的求法不讲.

(2) 要求学生掌握函数能展成泰勒级数的条件, 并能

确定收敛圆。

(3)着重指出罗朗级数的收敛域是一个边界上有奇点的圆环,函数在一个圆环内的罗朗展开式是唯一的,而对于不同的圆环,同一个函数的罗朗展开式可以不同.要求学生能运用下列展开式。

$$\frac{1}{1-z} = \sum_{n=0}^{\infty} z^n \quad (|z| < 1)$$

及

$$\frac{1}{1-z} = -\frac{\frac{1}{z}}{1-\frac{1}{z}} = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{z^{n+1}} \quad (|z| > 1)$$

将某些简单函数展成罗朗级数。

5. 留数

(1) 要求学生掌握孤立奇点、可去奇点、极点、本性奇点的概念.掌握极点与零点间的关系,熟练地判别极点的级.对本性奇点只须一般了解即可。

(2) 要求学生能熟练地计算一级极点和 m 级极点的留数.掌握留数定理并能运用。

* 无穷远点的留数不讲。

* (3) 留数在定积分计算上的应用不讲。

△ (4) 辐角原理根据专业课的需要选讲。

△6. 保角映射

(1) 第一类保角映射是个重点,学生必须搞懂,要特别注意 $f'(z_0) \neq 0$ 的条件.解析函数的保角性是个难点。

(2) 讲清一般分式线性映射是 $w = z + b$; $w = rz$ ($r > 0$); $w = e^{i\alpha}z$ 及 $w = \frac{1}{z}$ 四种映射的复合,从而得到分式

线性映射的保圆性和保对称性的结论。要求学生不仅掌握分式线性映射的概念和性质，而且要求熟练地求出直线、圆及由它们围成的区域经分式线性映射下的象。

(3) 要求学生了解决定分式线性映射唯一性的条件，了解把上半平面映射为单位圆、把单位圆映射为单位圆的分式线性映射。

(4) 映射 $w = z^n$ 及 $w = e^z$ 只作一般介绍。

三、学时分配

内 容	讲 课	习题课	小 计
复数与复变函数	5	2	7
解析函数	4	1	5
复变函数的积分	4	1	5
级 数	4	1	5
留 数	3 ~ 5	1	4 ~ 6
Δ 保角映射	0 ~ 5	0 ~ 1	0 ~ 6
合 计	20 ~ 27	6 ~ 7	26 ~ 34

(三) 积分变换

一、课程的基本要求

1. 正确理解：傅氏变换、周期函数与非周期函数的频谱、拉氏变换及拉氏逆变换的概念。

2. 理解并能运用：拉氏变换的线性性质、微分性质、积分性质、位移性质、延迟性质、初值定理和终值定理. 拉氏逆变换定理（海维赛德展开式）. 拉氏变换的卷积定理.

3. 掌握某些常见函数（如 e^{kt} , $\sin kt$, $\cos kt$, $t^k (k > -1)$, $\delta(t)$ 等）的变换公式及周期函数的变换公式. 会查表求象函数和象原函数. 会用拉氏变换解常系数线性常微分方程和常微分方程组.

二、学时分配

内 容	讲 课	习题课	小 计
傅里叶变换	4		4
拉普拉斯变换	9	1	10
合 计	13	1	14

（四）概 率 论

一、课程的基本要求

1. 正确理解下列基本概念：

随机事件，随机事件的概率，随机变量，条件概率，独立性（事件的独立性、随机变量的独立性），分布函数，分布密度。

2. 掌握并能正确应用下列基本内容：

概率的运算法则，全概率公式，二项分布，泊松分布，均匀分布，正态分布，数学期望与方差。

二、课程各章的教学要求和教学建议

事件与概率

1. 教学要求

- (1) 正确理解随机事件及其概率的概念。
- (2) 掌握概率的加法定理、乘法定理、全概率公式、二项概率公式，并会运用它们计算一些简单问题的概率。

2. 教学建议

(1) 如果学生已具备集合的初步知识，在讲授事件及其运算时，可采用集合的一些术语和记号进行讲授。

(2) 对于概率的概念，要讲清它的现实背景，结合直观来讲述。对于概率的定义，不追求严格，讲清统计概型与古典概型的概率定义就可以了。

(3) 对古典概型问题，着重讲清概率的概念，对习题不做过高的要求。

一维随机变量及其分布

1. 教学要求

(1) 正确理解随机变量、分布函数、离散随机变量的分布列和连续随机变量的分布密度等基本概念。

(2) 掌握并能应用二项分布、泊松分布、均匀分布和正态分布等常用的分布。

2. 教学建议

(1) 在讲泊松分布时，应讲明其广泛的客观背景，同时应指出它还是二项分布的极限。为此，建议讲下面形式的定理。

设 λ 是一正常数， $p_n = \frac{\lambda}{n}$ ，则有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{k} p_n^k (1-p_n)^{n-k} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda},$$

$$k=0,1,2,3,\dots$$

(2) 在讲正态分布时, 最好验证一下分布密度在 $(-\infty, +\infty)$ 上的积分为 1.

(3) 对“连续型随机变量取任一指定值的概率为零”这个结论, 初学者往往不相信, 因此最好证明一下.

二维随机变量及其分布

1. 教学要求

(1) 正确理解二维随机变量的联合分布、边缘分布以及两个随机变量互相独立的概念.

(2) 会运用随机变量互相独立的充要条件, 来判断两个随机变量是否独立, 以及根据两个独立随机变量的分布会求它们的联合分布.

2. 教学建议

本章重点放在二维连续型随机变量上, 对随机变量互相独立的充要条件, 可仅就连续情况给予证明.

随机变量的数字特征

1. 教学要求

(1) 正确理解数学期望与方差的概念, 熟悉它们的主要性质, 掌握它们的计算方法. 对二项分布、泊松分布和正态分布的期望与方差, 必须记住.

(2) 已知 ξ 的分布密度, 会求 $\eta = f(\xi)$ 的数学期望和方差.

2. 教学建议

(1) 对于数学期望的性质, 可仅就连续情况予以证明.