

新题型 新思路

初中数学



李云等编著

海洋出版社

新题型 新思路

(初中数学)

李云 李丽 晓晶 编著
白娟 黎明 马童

海洋出版社

1993年·北京

(京)新登字087号

新题型 新思路

(初中数学)

李云 李丽 晓晶 白娟 黎明 马童 编著

*

海洋出版社出版 (北京市复兴门外大街1号)

新华书店北京发行所发行 北京科普印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 14.5 字数: 330 千字

1993年5月第一版 1993年5月第一次印刷

印数: 1—10000

*

ISBN 7-5027-2697-7/G·775 定价: 7.50元

目 录

一、客观性试题的解法	(1)
(一) 客观性试题	(1)
(二) 客观性试题的解法	(2)
(三) 练习一	(8)
二、实数与代数式	(12)
(一) 基础知识介绍	(12)
(二) 试题类型分析	(13)
(三) 练习二	(36)
三、方程与方程组	(43)
(一) 基础知识介绍	(43)
(二) 试题类型分析	(44)
(三) 练习三	(87)
四、不等式	(94)
(一) 基础知识介绍	(94)
(二) 试题类型分析	(94)
(三) 练习四	(113)
五、指数与对数	(117)
(一) 基础知识介绍	(117)
(二) 试题类型分析	(117)
(三) 练习五	(145)
六、函数	(150)

(一) 基础知识介绍	(150)
(二) 试题类型分析	(150)
(三) 练习六	(191)
七、解三角形	(199)
(一) 基础知识介绍	(199)
(二) 试题类型分析	(200)
(三) 练习七	(261)
八、相交线与平行线	(266)
(一) 基础知识介绍	(266)
(二) 试题类型分析	(266)
(三) 练习八	(274)
九、三角形	(278)
(一) 基础知识介绍	(278)
(二) 试题类型分析	(279)
(三) 练习九	(300)
十、四边形	(305)
(一) 基础知识介绍	(305)
(二) 试题类型分析	(306)
(三) 练习十	(329)
十一、相似形	(335)
(一) 基础知识介绍	(335)
(二) 试题类型分析	(336)
(三) 练习十一	(366)
十二、圆	(371)
(一) 基础知识介绍	(371)
(二) 试题类型分析	(372)

(三) 练习十二·····	(407)
十二、答案与提示 ·····	(419)
(一) 练习一答案与提示·····	(419)
(二) 练习二答案与提示·····	(419)
(三) 练习三答案与提示·····	(422)
(四) 练习四答案与提示·····	(426)
(五) 练习五答案与提示·····	(429)
(六) 练习六答案与提示·····	(431)
(七) 练习七答案与提示·····	(437)
(八) 练习八答案与提示·····	(442)
(九) 练习九答案与提示·····	(443)
(十) 练习十答案与提示·····	(447)
(十一) 练习十一答案与提示·····	(451)
(十二) 练习十二答案与提示·····	(454)

一、客观性试题的解法

(一) 客观性试题

客观性试题主要有填空题、判断题、选择题。客观性试题的题型小、题量大、思路活、答案唯一、不需写出运算和推理的过程；答卷快、阅卷方便、评分客观、检查的信度和效度都比较高。客观性试题覆盖的知识面广，着重考查基础知识和基本技能，能比较客观地、全面地检查学生掌握“双基”的情况，是近几年被各级各类考试广为采用的题型之一。

填空题的结构一般是给出一个不完整的陈述句，要求学生按照题目的条件将陈述句中缺少的字、词、数、符号等填在指定的位置上，有的只需填一处，有的需要填几处。

判断题又称是非题。这类题只要求学生按限定的条件，对需要判断对错的事项（或命题）作出肯定或否定的回答。若判断事项（或命题）是正确的，则要有定义、公理、定理做保证，或可以通过运算、证明其是成立的；若判断事项（或命题）是错误的，则只需举出一个反例（即否定事项成立的实例），或用定义、公理、定理直接否定

选择题的结构一般由指导性语言、题干、选择项三部分组成。指导性语言的作用是告诉学生如何答题；题干是命题的条件；选择项是题目中供选择的几个结论，每一个结论是

一个选择项。如，例3中“每小题给出四个答案，其中有一个且只有一个答案是正确的，请把正确答案的代号填在括号内”就是指导性语言；例3中第(1)小题的“若 x 、 y 是实数，且 $(|x|-1)^2 + (2y+1)^2 = 0$ ，则 $x+y$ 的值是”为题干；而题中(A)、(B)、(C)、(D)都属于选择项。按选择项中所含正确答案的个数，可将选择题分为单项选择题（又称一元选择题）和多重选择题（又称多元选择题）两种。选择项中只含有一个正确答案的，叫做单项选择题。选择项中含有多个正确答案的，叫做多重选择题。在数学试题中，常见的是单项选择题。

(二) 客观性试题的解法

客观性试题是数学题型的一种，解数学题的一般思路、方法和技巧对解答客观性试题也是适用的。由于客观性试题有其自身的特点，有时也可选用一些特殊的解法。解客观性试题的常用方法有定义法、直接法、特殊值法、图示法、分析法、验证法、淘汰法等。

定义法是利用数学的概念、定义直接解答客观性试题的方法。

直接法是直接从题设的条件出发，经过正确的运算或严密的推理论证，得出正确的结论，确定答案的方法。直接法又可分直接计算法和直接推理法。

特殊值法是将题目中的字母设定为符合题设条件的某些特殊的数值，经过验算再确定正确答案的方法。

图示法又称图象法，根据题设条件作出图象，再根据图象及其性质，确定正确答案的方法。

分析法是指通过对题目的分析来确定正确答案的方法。

验证法是指将选定的结论代入题设条件中去验证，以确定正确答案的方法。

淘汰法是利用客观性试题答案的唯一性，排除各种错误的结论，确定正确答案的方法。

每一个客观性试题不只有一种解法，在解答中要具体问题具体分析，选择最佳方法。

由于客观性试题覆盖的知识面广，思路活，在解题中就要善于正确地理解数学的各种概念，准确地运用数学的解题手段，灵活地选择恰当的解题方法。

例1 填空：

(1) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 3$ ， $BC = 5$ ，则 $\text{ctg} A =$ _____。

(2) 不等式 $3x + 5 \geq 4(x + 2)$ 的解为_____。

(3) 圆内接平行四边形是_____。

(4) 若 $\frac{x}{3} = 6y$ ，则 $y : x =$ _____。

(5) 一次函数 $y = 3x + 2$ 的图象经过_____象限。

(6) 一个等腰三角形的一边等于4，一边等于9，则这个三角形的周长为_____。

(7) 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\cos A \cdot \text{tg} B < 0$ ，则这个三角形是_____三角形。

(8) 若 $x^2 + 6x + m = (x + n)^2$ ，则 $m =$ _____。

分析：(1) 用定义法来解。利用锐角三角函数的定

义。在直角三角形中， $\angle A$ 的余切 = $\frac{\angle A \text{的邻边}}{\angle A \text{的对边}} = \frac{3}{5}$ 。

(2) 用直接法来解。应用解不等式的方法，直接解不等式 $3x+5 \geq 4(x+2)$ ，得 $x \leq -3$ 。

(3) 用直接法来解。利用平行四边形对角相等及圆内接四边形的对角互补，可推出圆内接平行四边形的对角等于 90° 。有一个角是直角的平行四边形是矩形。

(4) 用特殊值法来解。取 $y=1$ 代入 $\frac{x}{3}=6y$ ，可得 $x=18$ ，则 $y:x=1:18$ 。

(5) 用图象法来解。作出一次函数 $y=3x+2$ 的图象。观察所作出的图象，可得该图象经过一、二、三象限。

(6) 用分析法来解。一个等腰三角形有三条边，其中有两边是相等的，且这三条边应满足两边之和大于第三边。为此，相等的两边（腰）只能为9，另一边（底）为4。这样，这个等腰三角形的周长应为22。

(7) 三角形按角来分类，可分为锐角三角形，直角三角形和钝角三角形。可用淘汰法来解，锐角三角形的三个内角都是锐角，有 $\cos A \cdot \operatorname{tg} B > 0$ ，应排除锐角三角形；直角三角形有一个角为直角，另两个角是互余的锐角，有 $\cos A \cdot \operatorname{tg} B \geq 0$ ，应排除直角三角形。为此，只能是钝角三角形。

(8) 用直接法来解。把 x^2+6x+m 配方，得 $x^2+6x+m = (x^2+6x+9) - 9 + m = (x+3)^2 - 9 + m$ 。当 $m=9$ 时， $x^2+6x+9 = (x+3)^2$ 。

解：(1) $\frac{3}{5}$ ；(2) $x \leq -3$ ；(3) 矩形；(4) 1:18；

(5) 一、二、三；(6) 22；(7) 钝角三角形；(8) 9。

例2 判断题。判断下列各题是否正确，正确的在题后括号内画“√”，错误的画“×”：

(1) 三角形两边中点的连线是三角形的中线。()

(2) $\frac{2x+1}{3} - \frac{x}{2}$ 不大于1的正整数解是1、2、3、4。

()

(3) 若 $a < b$ ，则 $|a| < |b|$ 。()

(4) -2和 $\frac{3}{2}$ 是二次方程 $2x^2 + x - 6 = 0$ 的两个根。

()

(5) 反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象在二、四象限。()

(6) 任意三点都可以决定一个圆。()

分析：(1) 用定义法来解。根据定义“三角形两边中点的连线是三角形的中位线”，可判断原题是错误的。应画“×”

(2) 用直接法来解。由题意，得不等式 $\frac{2x+1}{3} - \frac{x}{2}$

≤ 1 。解这个不等式，得 $x \leq 4$ ，在这个范围的正整数有1、2、3、4。应画“√”。

(3) 用特殊值法解。取 $a = -3$ ， $b = -2$ ，符合条件

$a < b$, 因为 $|-3| = 3$, $|-2| = 2$, 有 $|-3| > |-2|$, 即 $|a| > |b|$. 应画“×”.

(4) 用验证法来解. 利用一元二次方程根与系数的关系来验证: 有 $-2 + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$, 符合 $x_1 + x_2 = -\frac{1}{2}$; 有 $(-2) \times \frac{3}{2} = -3$, 符合 $x_1 \cdot x_2 = -3$. 应画“√”.

(5) 用图象法来解. 作出 $y = \frac{3}{x}$ 的图象, 观察图象的位置. 图象在一、三象限. 应画“×”.

(6) 当这三个点在同一条直线上时, 这三个点不能决定一个圆. 应画“×”.

解: (1) ×; (2) √; (3) ×; (4) √; (5) ×;
(6) ×.

例3 选择题. 每小题给出四个答案, 其中有一个且只有一个答案是正确的, 请把正确答案的代号填在括号内:

(1) 若 x, y 是实数, 且 $(|x| - 1)^2 + (2y + 1)^2 = 0$, 则 $x + y$ 的值是 ().

(A) $\frac{1}{2}$, $-\frac{3}{2}$; (B) $\frac{1}{2}$; (C) $-\frac{3}{2}$; (D) -1 .

(2) 一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 中, 自变量 x 的取值范围是 $-2 \leq x \leq 3$, 则函数 y 的最大值和最小值是 ().

(A) 最大值是 3, 最小值是 -2 ;

(B) 因为一次函数的图象是直线，所以 y 没有最大值，也没有最小值；

(C) 最大值是 $-\frac{1}{2} \times 3 + 1$ ，最小值是 $-\frac{1}{2} \times (-2) + 1$ ；

(D) 最大值是2，最小值是 $-\frac{1}{2}$ 。

(3) 若 $|x| = -x$ ，则 x 的取值范围是()。

(A) 负数； (B) 非负数； (C) 正数和负数； (D) 不是正数。

(4) 当 $a < 0$ ， $b > 0$ 时， $\sqrt{-a^2b}$ 的值是()。

(A) $-a\sqrt{ab}$ ； (B) $a\sqrt{-ab}$ ； (C) $-a\sqrt{-ab}$ ；
(D) $a\sqrt{ab}$ 。

(5) 方程组 $\begin{cases} ax + y = 1 \\ x + ay = 1 \end{cases}$ 的解的情况是()。

(A) 有唯一解； (B) 无穷多解； (C) 无解； (D) 随 a 值变化而定。

(6) 三角形三边分别为3、3、5，则这个三角形是()。

(A) 锐角三角形； (B) 直角三角形； (C) 钝角三角形； (D) 等腰直角三角形。

分析：(1) 用直接法来解。由条件式可得， $|x| - 1 = 0$ ， $2y + 1 = 0$ ，解得 $x = \pm 1$ ， $y = -\frac{1}{2}$ 。所以 $x + y = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

或 $x + y = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$ 。应选择A。

(2) 用直接法来解。一次函数的图象是直线，当 $k =$

$-\frac{1}{2} < 0$ 时, 由自变量的取值范围 $-2 \leq x \leq 3$, 可得 $x = -2, y$

有最大值 $(-\frac{1}{2}) \cdot (-2) + 1 = 2$; $x = 3, y$ 有最小值 $(-\frac{1}{2})$

$\times 3 + 1 = -\frac{1}{2}$. 应选择D.

(3) 用分析法来解. 由绝对值的概念, 可得 $|x|$ 永远为非负数, 即 $|x| \geq 0$ (当 $x = 0$ 时, 等号成立). 由 $|x| = -x$, 可得 $-x \geq 0$, 即 $x \leq 0$. 为此, x 不是正数. 应选择D.

() 用淘汰法来解. 由 $a < 0, b > 0$, 得 $ab < 0$. 根据算术根的概念, \sqrt{ab} 在实数范围内没有意义, 所以可排除A、D. $a\sqrt{-ab}$ 在 $a < 0$ 时为负值, 这与原根式 $\sqrt{-a^2b} > 0$ 相矛盾, 排除B. 所以, 只能选择C.

(5) 用特殊值法来解. 取 $a = 1$, 则原方程组有无穷多解. 取 $a \neq 1$, 则原方程组可解出 $x = y$. 取 $a \neq -1$, 则原方程有 $x = \frac{1}{a+1}, y = \frac{1}{a+1}$. 取 $a = -1$, 则原方程组无解. 由此看出, 方程组的解是随 a 的变化而变化的. 应选择D.

(6) 用图象法来解. 用3、3、5同单位的三个线段为边作三角形, 观察这个三角形是一个钝角三角形. 应选择C.

解: (1) A; (2) D; (3) D; (4) C; (5) D;

(6) C.

(三) 练习一

1. 填空:

(1) 若 $\frac{3a-3b}{5} = \frac{3}{a}$, 则 $\frac{b}{a} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2)若 $a > b > 0$, 则 $\frac{a+b}{2}$, \sqrt{ab} , $\frac{2ab}{a+b}$, $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$
按从大到小排列的顺序是_____.

(3)若 $1 < a < 3$, 则 $\sqrt{a^2 - 6a + 9} + |1 - a| =$ _____.

(4)若 $(\frac{y-1}{2x+3})^0 = 1$, 则 x 的取值范围为_____,
 y 的取值范围为_____.

(5)函数 $y = \sqrt{\frac{5x+3}{\lg x}}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.

(6)在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\cos A = -\frac{1}{2}$, 则 $\operatorname{tg} A =$ _____.

(7)若三角形的一个角等于其他两个角的差, 则这个三角形是_____.

(8)若梯形的对角互补, 则这个梯形是_____.

(9)一个等边三角形与一个正六边形的周长相等, 则它们的面积比为_____.

(10)正多边形的一个外角小于 45° , 则这个正多边形的边数最少为_____.

2. 判断对错 (对的在括号内画“ \checkmark ”, 错误的画“ \times ”):

(1)若 $\frac{a}{b} < 1$, 则 $a > b$. ()

(2)若 $a < 5$, 则 $\sqrt{\frac{(a-5)^2}{a-5}} = -1$. ()

(3)若 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 则 $\frac{a}{b} = \frac{c+m}{d+m}$. ()

(4)若直线 $y = kx + b$ 过 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 两点,且 $k < 0$, $x_1 < x_2$, 则有 $y_1 < y_2$. ()

(5)若 α 、 β 是互补的两个角,则 $\cos \alpha = -\cos \beta$. ()

(6)在 $\triangle ABC$ 中,若 $\sin A = \frac{1}{2}$, 则角 A 为 30° . ()

(7)圆是轴对称图形,也是中心对称图形. ()

(8)已知三条线段的长分别为 a 、 b 、 c ,且 $a + b > c$, 则它们可以围成一个三角形. ()

(9)菱形的周长是它的高的8倍,则它的内角为 30° 或 150° . ()

(10)任意四边形都有一个外接圆. ()

3. 选择答案 (每小题给出四个答案,其中有一个且只有一个答案是正确的,请把正确答案的代号填在括号内):

(1)已知 $a < b < 0$, 下列等式成立的是 ()

(A) $a^2 < b^2$; (B) $\frac{a}{b} < 1$; (C) $a < a - b$; (D) $|a| < |b|$.

(2)若 $\log_2 x = 3$, 则 $x^{-\frac{1}{2}}$ 的值为 ()

(A) $\frac{1}{3}$; (B) $\frac{\sqrt{3}}{6}$; (C) $\frac{\sqrt{3}}{9}$; (D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

(3)一个三位数,百位数字是 a ,十位数字是 b ,个位数字是 c ,当 $a \neq 0$ 时,这个三位数可表示成 ()

(A) $\cdot abc$; (B) $a + b + c$; (C) $3a + 2b + c$;
(D) $100a + 10b + c$.

(4)不等式 $|x-1|<3$ 的解是 ()

(A) $x<4$; (B) $x>4$; (C) $-2>x, >4$; (D) $-2<x<4$.

(5)二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象与 x 轴有两个交点, 则 a 、 b 、 c 之间的关系式为 ()

(A) $b^2+4ac>0$; (B) $b^2-4ac=0$;
(C) $4ac-b^2<0$; (D) $4ac-b^2>0$.

(6)若抛物线 $y=x^2-8x+c$ 的顶点为 x 轴上一点, 则 C 值为 ()

(A) 16; (B) -4; (C) 4; (D) 8.

(7)三角形三边之比为3:5:7, 则这个三角形的最大角是 ()

(A) 60° ; (B) 90° ; (C) 120° ; (D) 150° .

(8)在平面直角坐标系内, 函数 $y=|x|$ 的图象的对称性是 ()

(A) 关于坐标轴、原点都不对称;
(B) 关于原点对称; (C) 关于 x 轴对称;
(D) 关于 y 轴对称.

(9)若 α 为钝角, 则 $\sin\alpha - \cos\alpha$ 的值为 ()

(A) 正值; (B) 负值; (C) 零; (D) 正值或负值.

(10)直角三角形两条直角边的长分别是8和15, 则它的内切圆半径是 ()

(A) 3; (B) 8.5; (C) .4; (D) 5.