普通高等教育“十一五”电子电气基础课程规划教材

信号与系统简明教程

程正务　主编

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育"十一五"电子电气基础课程规划教材

信号与系统简明教程

程正务　主编
程大蓓　雍　志　参编

机械工业出版社

本书是为通信、电子、电气信息类专业本科生编写的教材，内容符合教育部高等学校电子电气基础课程教学指导分委员会制定的信号与系统课程教学基本要求。全书共7章：信号与系统概述，信号的时域分析，线性时不变系统的时域分析，连续信号与系统的频域分析，连续信号与系统的S域分析，离散信号与系统的Z域分析，系统的状态变量分析。全书思路清晰，数学表达严谨，深入浅出，简明易懂，长于运用，适宜教学。

本书配有免费电子课件，欢迎选用本书作教材的老师登录www. cmpedu. com注册下载或发邮件到wbj@ cmpbook. com索取。

本书也可用作自动化、信息安全、测控技术与仪器等专业的信号与系统课程教材。

图书在版编目（CIP）数据

信号与系统简明教程/程正务主编. —北京：机械工业出版社，2009. 8
普通高等教育“十一五”电子电气基础课程规划教材
ISBN 978-7-111-27806-1

Ⅰ. 信… Ⅱ. 程… Ⅲ. 信号系统-高等学校-教材
Ⅳ. TN911. 6

中国版本图书馆CIP数据核字（2009）第124372号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号 邮政编码100037）
责任编辑：王保家 版式设计：霍永明 责任校对：程俊巧
责任印制：乔 宇
北京京丰印刷厂印刷
2009年10月第1版 · 第1次印刷
184mm×260mm · 12. 5印张 · 307千字
标准书号：ISBN 978-7-111-27806-1
定价：22. 00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
电话服务
社服务中心：（010）88361066
销 售 一 部：（010）68326294
销 售 二 部：（010）88379649
读者服务部：（010）68993821

网络服务
门户网：http：//www. cmpbook. com
教材网：http：//www. cmpedu. com
封面无防伪标均为盗版

前　言

这是一本颇具特色的教材，它浸透着作者多年倾注教学的心血。

本书是为高等学校通信、电子、电气信息类专业规划的专业基础课教材。它同现今已有的教材相比，作了大量的改进。在未加深课程内容的基础上，做到了理论更严谨，叙述更明了，概念更突出，数学表达更准确，求解更简捷。因此，本书也可以作为专科、高职类相关专业的教材或本科自动化专业的参考教材，相关专业工程技术人员也可以参考。

本书对信号与系统传统内容有几十处改进，均未见诸出版物，实用而严谨，曾在江南大学教学研讨会上宣讲，反映甚佳。为方便广大读者学习使用或查阅参考，将它们归纳列出如下：

1）连续信号和离散信号卷积运算的延时性。

2）连续系统和离散系统的零输入响应与零状态响应。

3）连续系统和离散系统的经典解法。

4）三角形式的傅里叶级数与单边频谱。

5）指数形式的傅里叶级数与双边频谱。

6）傅里叶变换的时域微分性与积分性。

7）傅里叶变换的频域微分性与积分性。

8）系统的无失真传输与理想滤波器。

9）双边与单边拉普拉斯变换的收敛域。

10）单边拉普拉斯变换的时域微分性与积分性。

11）单边拉普拉斯变换的频域微分性与积分性。

12）初值定理与终值定理。

13）具有高阶复极点时的傅里叶反变换与拉普拉斯反变换。

14）连续系统和离散系统的系统函数。

15）双边与单边Z变换的收敛域。

16）连续系统函数 $H(s)$ 的零极点与频域特性。

17）离散系统函数 $H(z)$ 的零极点与时域特性。

18）离散信号的傅里叶变换与反变换公式。

19）状态变量的选取。

20）连续系统与离散系统状态方程解的形式。

21）连续系统与离散系统状态方程的时域解。

22）连续系统与离散系统状态方程的变换域解。

实际上，全书贯穿着求真务实、精益求精的理念，因此很难把哪些是原本有的、哪些是改进了的完全区分开来。如果您是从事过信号与系统课程教学的老师或专家，阅书无数，相信无论您从哪部分切入本书，都会有耳目一新的感觉。

本教材内含大量的例题来帮助读者领会各知识点，并有许多的解题技巧来引导读者综合

理解和消化课程的内容，善于用最简捷的方法求解。许多章节后的思考与练习用以拓展读者的思维，进一步深化对课程内容的理解。每章最后都配备了适量的精选习题，并附有参考答案。

本教材的建议授课时间为56~60学时。书中的大量数学推导和证明宜少讲，多讲结论，偏重于善运用、会解题，遇到问题时再从书中查阅出处，发现症结之所在。

本书由程正务主编，程大蓓、雍志参编，安徽大学张良震教授审阅。本书的出版得助于机械工业出版社高效的工作，在此表示衷心的感谢。

本书配有免费电子课件，欢迎选用本书作教材的老师登录 www. cmpedu. com 注册下载或发邮件到 wbj@ cmpbook. com 索取。

由于作者水平所限，加之时间仓促，书中肯定存在不少欠妥之处甚至错误，敬请读者批评指正。意见请发至邮箱：dgy0366@ sohu. com。

作者

目　　录

第1章 信号与系统概述

1.1 引言

用辩证唯物论的观点看待世界，人们认为世界是由物质组成的，物质是在不断地运动、发展、变化着的，物质运动需要有能量，物质的运动会表现出各种不同的形态，信息是物质运动的新旧形态变化以及相关的知识。因此，材料科学、能源科学与信息科学构成了世界的三大支柱。

随着人类社会的发展，信息科学的地位越来越重要。近10年来，信息科学获得了长足的发展。信息化程度已成为衡量当今社会是否发达的最重要标志。

1.2 信号的概念

信息的交换是人类社会生活中最基本的活动。信息是抽象的，它隐含在消息之中，通过消息传递出来。人们从所接收到的消息，掌握了新的情况和新的知识，也就获得了信息。消息的表现形式常常是语言、图像与文字等，非常不便于远距离传送。为了能远距离传送消息，需要按某种约定、用适当的设备把消息转化为信号。在各种各样的信号中，电信号是最容易产生、控制和远距离传输的，也最容易实现与其他物理量的互相转换，因而应用最为广泛。本书所研究的信号皆指电信号，它的基本数学描述式（函数式）是随时间变化的电压$u(t)$或电流$i(t)$。在无需明确是电压还是电流的场合，也可用$f(t)$、$x(t)$、$y(t)$等来表示。

对信号的分类有多种方法，比较常见的如下。

1）按信号是否能够有确定的函数表达式分为两类：

$$\begin{cases}\text{确定性信号}\\ \text{随机信号}\end{cases}$$

确定性信号可以复制（或重现）出来，随机信号则不可复制，但具有某种统计确定性。噪声是典型的随机信号。本书只研究确定性信号。

2）按信号函数式自变量的数目不同分为两类：

$$\begin{cases}\text{一维信号 } f(t)\\ \text{多维信号 } f(x,\ y,\ z,\ t)\end{cases}$$

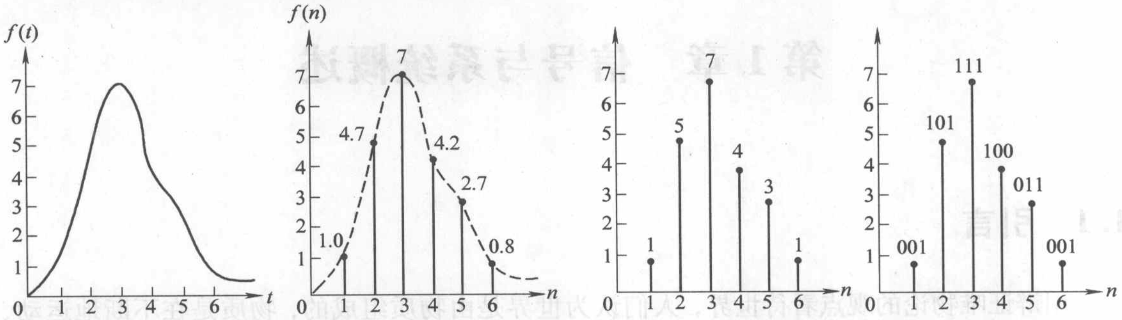
本书只研究一维信号。

3）按信号函数式自变量t的取值是否连续分为两类：

$$\begin{cases}\text{连续（时间）信号}\\ \text{离散（时间）信号}\end{cases}$$

如某电路有4个节点，则节点电压信号可用$f(n)=\{f(1)\quad f(2)\quad f(3)\quad f(4)\}$来表示，自变量$n$只能取1、2、3、4。一般离散信号$f(n)$的自变量$n$为整数，由模拟信号抽样得来。

模拟信号的数字化过程如图 1-1 所示。



a) 模拟信号　b) 抽样信号（离散信号）　c) 量化信号　d) 编码（数字）信号

图 1-1　模拟信号的数字化过程

由于离散信号可用一串（有限长或无限长）有序的数来表示，借用数学上的术语也常被称为序列。

4）按信号函数值随自变量的变化有无周期性分为两类：

$$\begin{cases}\text{周期信号}\\\text{非周期信号}\end{cases}$$

对周期信号 $f(t)$，满足 $f(t)=f(t\pm nT)$，$-\infty<n<\infty$，式中，n 为整数，T 为周期。

5）按信号有无起始时间分为两类：

$$\begin{cases}\text{有始信号（因果信号）}\\\text{无始信号}\end{cases}$$

若 $t<t_0$ 时 $f(t)\equiv0$[⊖]，而 $t>t_0$ 时 $f(t)\equiv0$ 不成立，则可称信号 $f(t)$ 为有始信号，起始于 $t=t_0$。通常称起始于 $t=0$ 的信号为因果信号。

6）按信号有无终止时间分为两类：

$$\begin{cases}\text{有终信号}\\\text{无终信号}\end{cases}$$

若 $t>t_0$ 时 $f(t)\equiv0$，而 $t<t_0$ 时 $f(t)\equiv0$ 不成立，则可称信号 $f(t)$ 为有终信号，终止于 $t=t_0$，周期信号一定是无始无终的。有始有终信号也叫做时限信号。

7）按信号的能量是否有限分为两类：

$$\begin{cases}\text{能量信号}\\\text{非能量信号}\end{cases}$$

对能量信号 $f(t)$，满足：能量 $E=\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|^2\mathrm{d}t<\infty$ 且非零。

8）按信号的功率是否有限分为两类：

$$\begin{cases}\text{功率信号}\\\text{非功率信号}\end{cases}$$

⊖ “≡”表示恒等于。

对周期性功率信号 $f(t)$，满足：功率 $p=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|f(t)|^2\mathrm{d}t<\infty$ 且非零，式中，T 为周期；对非周期性功率信号 $f(t)$，满足：功率 $p=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|f(t)|^2\mathrm{d}t<\infty$ 且非零。

一个信号可以既不是能量信号也不是功率信号，但不可能既是能量信号又是功率信号。幅度有限的周期信号必定是功率信号。时限信号必定是能量信号。

1.3　系统的概念

人们在进行各种信息交换的过程中，信号与系统是密不可分的。信号是信息的载体，是系统传输和处理的客观对象。信号的产生、传输、加工处理和存储等都离不开系统，离开了信号，系统也将失去意义，两者相辅相成，作为一个整体存在。广而言之，系统是一个由若干相互关联的一类事物组成的具有某种信号处理功能的有机整体。

电系统是指对电信号进行产生、传输、加工处理和存储的电路（网络）或设备（包括软硬件设备），简称系统。例如，由 R、C 组成的积分器、微分器；由 R、L、C 组成的振荡器、滤波器；由晶体管等组成的放大器、检波器、混频器、分频器、直流稳压电源；以及交流发电供电设备、雷达等。系统通常表示为框图形式，如图 1-2 所示。

图 1-2 中，$x(t)$ 表示系统的输入信号（激励），$y(t)$ 表示系统的输出信号（响应）。响应与激励的关系方程称为系统方程。系统方程是系统的数学模型，表征了系统的主要特性。

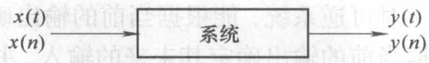


图 1-2　信号与系统关系

对系统的分类有多种方法，比较常见的如下。

1）按系统的激励与响应是连续（时间）信号还是离散（时间）信号分为两类：

$$\begin{cases}\text{连续（时间）系统}\\\text{离散（时间）系统}\end{cases}$$

若系统的激励与响应都是连续（时间）信号则称系统为连续（时间）系统，简称连续系统；若系统的激励与响应都是离散（时间）信号则称系统为离散（时间）系统，简称离散系统。

2）按系统的响应是否与以前的激励有关分为两类：

$$\begin{cases}\text{瞬时系统（无记忆）}\\\text{动态系统（有记忆）}\end{cases}$$

对瞬时系统，它在某一时刻的响应仅取决于该时刻的激励；对动态系统，它在某一时刻的响应不仅取决于该时刻的激励，还与该时刻以前的激励有关。如 $y(t)=10x(t)$ 表示瞬时系统，$y(t)=x(t-1)+x(t)$ 表示动态系统。顺便指出，纯电阻电路是瞬时系统，而含有电容或电感的电路是动态系统。

3）按系统的响应是否与将来的激励有关分为两类：

$$\begin{cases}\text{因果系统}\\\text{非因果系统}\end{cases}$$

对因果系统，它在任一时刻的响应都与该时刻以后的激励无关，否则即为非因果系统。

例如，$y(t)=x(t)$，$y(t)=x(t-1)$，$y(n)=x(n)$，$y(n)=x(n-1)$均表示因果系统；$y(t)=x(t+1)$，$y(n)=x(n+1)$表示非因果系统。顺便指出，瞬时系统必定为因果系统，而动态系统有些是因果的，有些是非因果的。物理可实现的实时系统都是因果系统。

如果把 $t=0$ 看做现在时刻，则 $t<0$ 就是以前时刻，$t>0$ 就是将来时刻。系统的因果性如图 1-3 所示。

4）按系统的响应与激励是否有一一对应关系分为两类：

$$\begin{cases}\text{可逆系统}\\ \text{非可逆系统}\end{cases}$$

对可逆系统，不同的激励产生不同的响应，否则为非可逆系统。例如，$y(t)=2x(t)$表示可逆系统；$y(t)=x^2(t)$，$y(t)=0$ 均表示非可逆系统。可逆的意思是指可以找到相应的逆系统，原系统与逆系统级联后构成一个恒等系统，如图 1-4 所示。

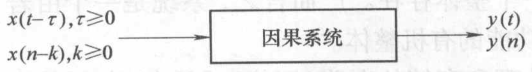


图 1-3　系统的因果性

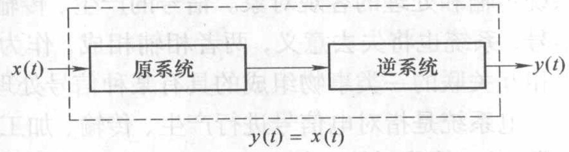


图 1-4　原系统与逆系统构成恒等系统

对可逆系统，能根据当前的输出确定其输入，因此如果一个非因果系统是可逆的，则能根据当前的输出确定其未来的输入，并称之为可预测系统。

5）按系统是否同时满足齐次性和可加性分为两类：

$$\begin{cases}\text{线性系统}\\ \text{非线性系统}\end{cases}$$

齐次性是指激励扩大或缩小若干倍，则响应也扩大或缩小同样的倍数；可加性是指当几个激励同时作用于系统时，总的响应等于每个激励单独作用于系统所产生的响应之和。

若一系统具有线性特性(同时满足齐次性和可加性)则称其为线性系统，否则为非线性系统。系统的齐次性和可加性如图 1-5、图 1-6 所示。

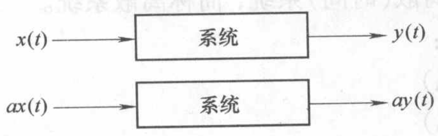


图 1-5　系统的齐次性

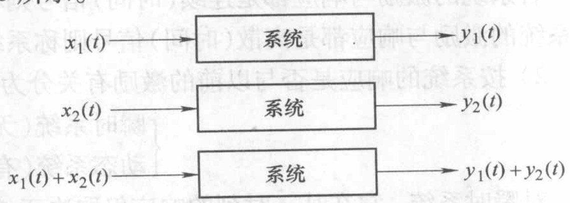


图 1-6　系统的可加性

6）按系统的特性行为是否随时间变化分为两类：

$$\begin{cases}\text{时不变系统}\\ \text{时变系统}\end{cases}$$

若激励 $x(t)$产生的响应为 $y(t)$，则激励 $x(t-t_0)$产生的响应必为 $y(t-t_0)$，这种特性称为时不变性，如图 1-7a 所示。它表明当激励延迟一段时间 t_0 时，系统的响应也延迟同样的时

间 t_0 且波形不变，如图 1-7b 所示。

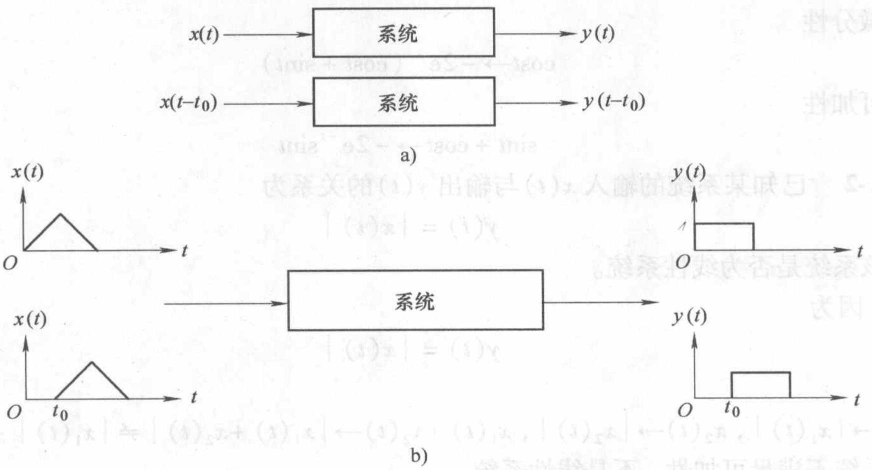


图 1-7 系统的时不变性

若一系统具有时不变特性则称为时不变系统，否则为时变系统。

本书主要研究线性时不变(Linear Time Invariant，LTI)系统，包括连续系统和离散系统。常见的线性时不变系统的系统方程是常系数线性微分方程(连续系统)和常系数线性差分方程(离散系统)。线性时不变系统除了具有线性和时不变性外，还具有微分特性、积分特性和频率保持特性。

微分特性与积分特性

它是指若激励 $x(t)$ 产生的响应为 $y(t)$，则激励 $\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$ 产生的响应为 $\dfrac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}$，激励 $\int_{-\infty}^{t} x(\tau)\mathrm{d}\tau$ 产生的响应为 $\int_{-\infty}^{t} y(\tau)\mathrm{d}\tau$。线性时不变系统的微分特性与积分特性如图 1-8 所示。

频率保持特性

它是指若分别对系统的输入信号 $x(t)$ 和系统的输出信号 $y(t)$ 作频谱分析，则输出信号的频谱中不会含有输入信号频谱中所没有的频率成分。换言之，信号通过线性时不变系统不会产生新的频率。

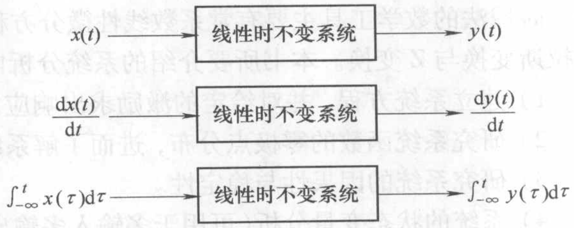


图 1-8 线性时不变系统的微分特性与积分特性

例 1-1 某线性时不变系统，当输入 $x(t)=\sin t$ 时，输出 $y(t)=2\mathrm{e}^{-t}\cos t$。求当输入 $x(t)=\sin t+\cos t$ 时的输出 $y(t)$。

解： 为表示简单起见，输入和输出的关系简记为 $x(t)\rightarrow y(t)$(后文亦同)。

根据线性时不变系统的性质推导如下：

已知

$$\sin t \to 2e^{-t}\cos t$$

由微分性

$$\cos t \to -2e^{-t}(\cos t + \sin t)$$

由可加性

$$\sin t + \cos t \to -2e^{-t}\sin t$$

例 1-2 已知某系统的输入 $x(t)$ 与输出 $y(t)$ 的关系为

$$y(t) = |x(t)|$$

试判断该系统是否为线性系统。

解: 因为

$$y(t) = |x(t)|$$

故有

$$x_1(t) \to |x_1(t)|,\ x_2(t) \to |x_2(t)|,\ x_1(t) + x_2(t) \to |x_1(t) + x_2(t)| \neq |x_1(t)| + |x_2(t)|$$

可见该系统不满足可加性，不是线性系统。

1.4 信号与系统的分析方法

信号分析的方法有多种，其中最基本、最常用的方法是时域法和频域法。时域法是研究信号的时域特性，如波形的变化、幅度的大小、上升时间、下降时间、持续时间、有无周期性以及波形的分解等。频域法是研究信号的频域特性，如含有哪些频率成分、各频率成分的相对大小、信号所占的频率范围以及频带宽度等，数学工具主要是傅里叶变换。本书所要介绍的信号分析内容主要有:

1）常用信号的波形与数学表达式。

2）单个信号的波形变换。

3）多个信号的运算。

4）信号的频谱分析。

系统分析是研究系统的性质以及其对信号进行传输和处理的能力，也分时域法和频域法。时域法的数学工具主要有常系数线性微分方程和卷积运算。频域法的数学工具主要是拉普拉斯变换与 Z 变换。本书所要介绍的系统分析内容主要有:

1）建立系统方程，并对给定的激励求出响应。

2）研究系统函数的零极点分布，进而了解系统的时域特性与频域特性。

3）研究系统的因果性与稳定性。

4）系统的状态变量分析(可用于多输入多输出系统)。

1.5 本章小结

1. 信息是抽象的，它隐含在消息之中。人们通过消息的传递来接收信息。
2. 消息的表现形式常常是语言、图像与文字等。
3. 把消息转化为电信号才便于远距离传输与信息处理。

4. 常见的信号类型有：确定性信号、随机信号、连续(时间)信号、离散(时间)信号、周期信号、非周期信号、时限信号、非时限信号、能量信号与功率信号等。

5. 常见的系统类型有：瞬态系统、动态系统、因果系统、非因果系统、连续(时间)系统、离散(时间)系统、线性系统、非线性系统、时变系统和时不变系统等。

6. 线性时不变系统具有微分特性、积分特性与频率保持特性。

习　　题

1-1　分析图1-9中各信号的连续性、周期性和有始性。

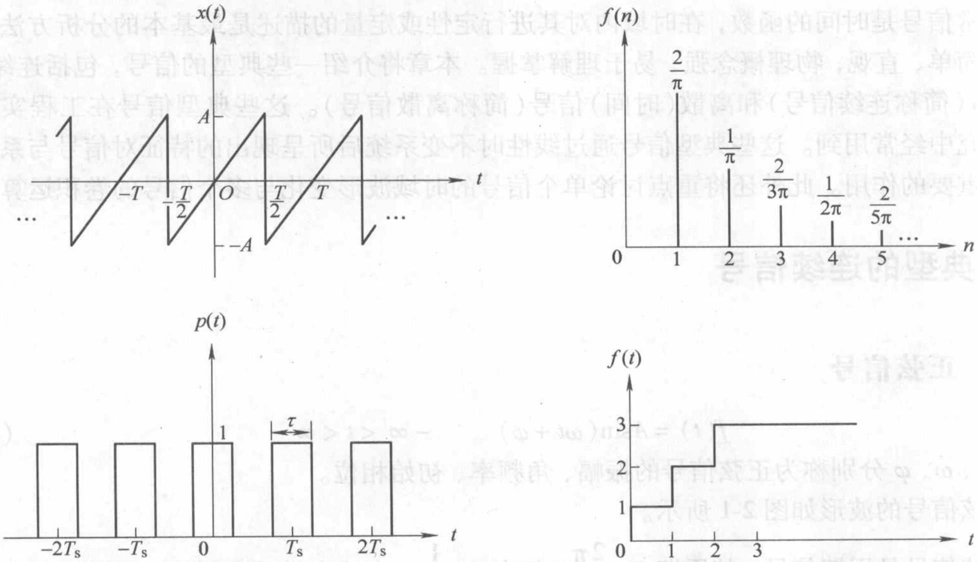


图1-9　题1-1图

1-2　判断下面各信号是不是周期信号，如果是周期信号，求出其周期。

(1) $f_1(t)=2\cos\left(4t+\dfrac{\pi}{3}\right)$　　(2) $f_2(n)=\sin\left(\dfrac{8\pi n}{7}+2\right)$

(3) $f_3(t)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\pi t-1)}$　　(4) $f_4(t)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\frac{n}{8}-\pi\right)}$

1-3　判断下面各信号是不是能量信号，是不是功率信号。

(1) $x_1(t)=2\mathrm{e}^{-t}\quad t\geqslant 0$　　(2) $x_2(t)=2\cos\left(4t+\dfrac{\pi}{3}\right)$

(3) $x_3(t)=\sin 2t+\sin 2\pi t$　　(4) $x_4(t)=\mathrm{e}^{-2t}\cos 3t$

1-4　判断下面各方程所表示的系统是不是线性时不变系统。

(1) $y(t)=\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$　　(2) $y(t)=\int_0^t x(\tau)\mathrm{d}\tau$

(3) $y''(t)+2y'(t)+3y(t)=x'(t)+x(t)$　　(4) $y''(t)+2ty'(t)+y(t)=x(t)$

1-5　试证明方程 $y'(t)+ay(t)=bx(t)$ 所描述的系统为线性系统，式中，a、b 为常数。

第 2 章　信号的时域分析

2.1　引言

通常信号是时间的函数，在时域内对其进行定性或定量的描述是最基本的分析方法。这种方法简单、直观，物理概念强，易于理解掌握。本章将介绍一些典型的信号，包括连续(时间)信号(简称连续信号)和离散(时间)信号(简称离散信号)。这些典型信号在工程实际与理论研究中经常用到。这些典型信号通过线性时不变系统后所呈现出的特征对信号与系统分析起着重要的作用。此外还将重点讨论单个信号的时域波形变化与多个信号的卷积运算。

2.2　典型的连续信号

2.2.1　正弦信号

$$f(t) = A\sin(\omega t + \varphi) \qquad -\infty < t < \infty \tag{2-1}$$

式中，A、ω、φ 分别称为正弦信号的振幅、角频率、初始相位。

正弦信号的波形如图 2-1 所示。

正弦信号是周期信号，其周期 $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$，频率 $f = \dfrac{1}{T}$。音乐中的单音信号、机械系统中的简谐振动、无损耗的 LC 电路的响应都可以用正弦信号来描述。

2.2.2　实指数信号

$$f(t) = Ae^{at} \qquad -\infty < t < \infty \tag{2-2}$$

不妨设 $A>0$，则当 $a>0$ 时随 t 的增加，信号按指数规律增长，当 $a<0$ 时随 t 的增加，信号按指数规律衰减，a 的绝对值越大，增长或衰减的速率越快，当 $a=0$ 时 $x(t)=A$，转化为直流信号。波形如图 2-2 所示。实指数信号的微分和积分仍然是实指数信号。

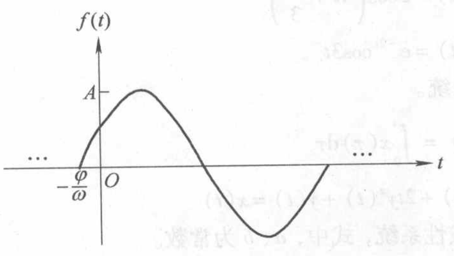


图 2-1　正弦信号波形

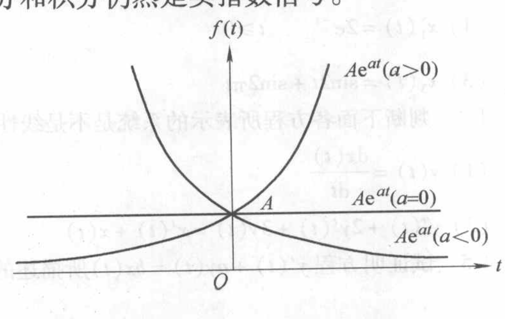


图 2-2　实指数信号波形

2.2.3 复指数信号

$$f(t)=Ae^{st}=Ae^{(\sigma+j\omega)t}=Ae^{\sigma t}\cos\omega t+jAe^{\sigma t}\sin\omega t=\mathrm{Re}[f(t)]+j\mathrm{Im}[f(t)] \quad (2\text{-}3)$$

$s=\sigma+j\omega$ 是复变量。由于在二维平面无法直接画出复指数信号的波形，可分别画出其实部和虚部的波形。根据 σ 和 ω 取值的不同，复指数信号转化为不同的形式。

1）当 $\sigma=\omega=0$ 时，$f(t)=A$，复指数信号转化为直流信号。

2）当 $\omega=0$，$\sigma\neq0$ 时，$f(t)=Ae^{\sigma t}$，复指数信号转化为实指数信号。

3）当 $\sigma=0$，$\omega\neq0$ 时，$f(t)=Ae^{j\omega t}=A\cos\omega t+jA\sin\omega t$，复指数信号转化为虚指数信号，其实部和虚部均呈等幅振荡。

4）当 $\sigma\neq0$，$\omega\neq0$ 时，$f(t)$ 为一般的复指数信号。若 $\sigma>0$，其实部和虚部均呈增幅振荡；若 $\sigma<0$，其虚部和实部均呈减幅振荡（见图 2-3）。但更经常把它化为模与辐角的形式

$$f(t)=\begin{cases}Ae^{\sigma t}e^{j\omega t} & A>0\\ -Ae^{\sigma t}e^{j(\pm\pi+\omega t)} & A<0\end{cases}$$

复指数信号在拉普拉斯变换中起着重要的作用。

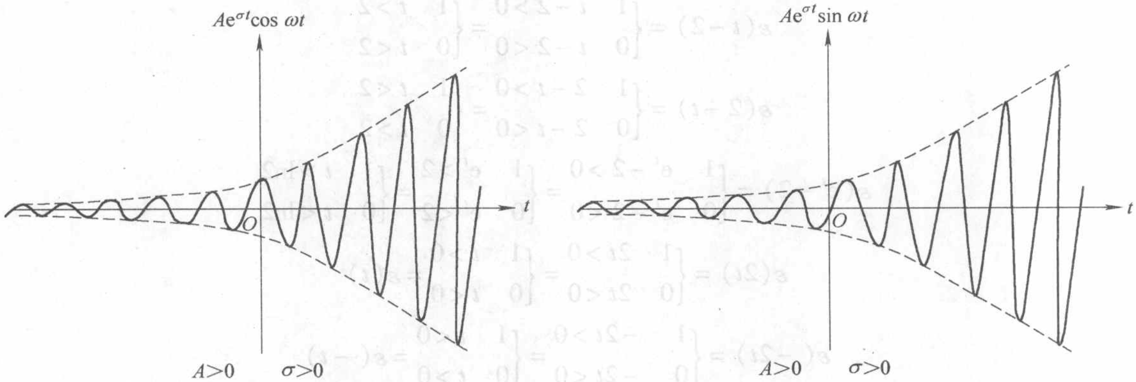


图 2-3 复指数信号的实部与虚部

2.2.4 单位阶跃信号

在 $t=0$ 时刻电路接入单位电源（1V 直流电压源或 1A 直流电流源），并且一直持续下去，描述这种现象可直接用单位阶跃信号 $\varepsilon(t)$，其函数表达式为

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}1 & t>0\\ 0 & t<0\end{cases} \quad (2\text{-}4)$$

波形如图 2-4 所示。它的取值起始是 0，在 $t=0$ 的时刻阶跃到 1。

单位阶跃信号与任意信号相乘后，能使任意非因果信号变为因果信号，如图 2-4 所示。

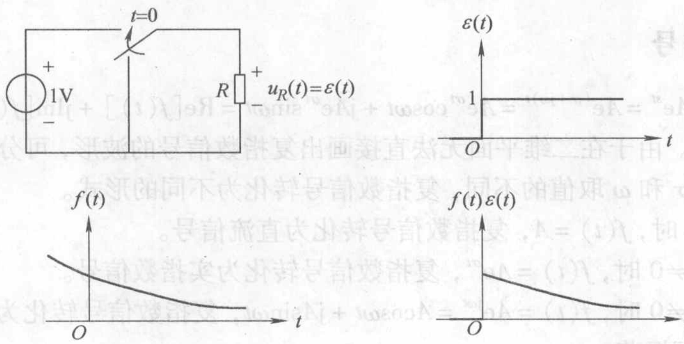


图 2-4 单位阶跃信号及其因果特性

阶跃信号的一些简单变形如下：

$$2\varepsilon(t)=\begin{cases}2 & t>0\\0 & t<0\end{cases}$$

$$\varepsilon(-t)=\begin{cases}1 & -t>0\\0 & -t<0\end{cases}=\begin{cases}1 & t<0\\0 & t>0\end{cases}$$

$$\varepsilon(t-2)=\begin{cases}1 & t-2>0\\0 & t-2<0\end{cases}=\begin{cases}1 & t>2\\0 & t<2\end{cases}$$

$$\varepsilon(2-t)=\begin{cases}1 & 2-t>0\\0 & 2-t<0\end{cases}=\begin{cases}1 & t<2\\0 & t>2\end{cases}$$

$$\varepsilon(\mathrm{e}^t-2)=\begin{cases}1 & \mathrm{e}^t-2>0\\0 & \mathrm{e}^t-2<0\end{cases}=\begin{cases}1 & \mathrm{e}^t>2\\0 & \mathrm{e}^t<2\end{cases}=\begin{cases}1 & t>\ln 2\\0 & t<\ln 2\end{cases}$$

$$\varepsilon(2t)=\begin{cases}1 & 2t>0\\0 & 2t<0\end{cases}=\begin{cases}1 & t>0\\0 & t<0\end{cases}=\varepsilon(t)$$

$$\varepsilon(-2t)=\begin{cases}1 & -2t>0\\0 & -2t<0\end{cases}=\begin{cases}1 & t<0\\0 & t>0\end{cases}=\varepsilon(-t)$$

$$\varepsilon(2t-1)=\begin{cases}1 & 2t-1>0\\0 & 2t-1<0\end{cases}=\begin{cases}1 & t>0.5\\0 & t<0.5\end{cases}$$

$$\varepsilon(t-t_0)=[\varepsilon(t-t_0)]^n \quad n\text{ 为正整数}$$

不难画出相应的波形，如图 2-5 所示。

阶跃函数 $\varepsilon(t-t_0)$ 可理解为起始为零，在 $t=t_0$ 时上跳一个单位。

例 2-1 写出图 2-6 所示信号的表达式。

解：由图 2-6 可得

$$f(t)=\varepsilon(t)+\varepsilon(t-1)+\varepsilon(t-2)$$

例 2-2 试画出函数 $f(t)=\varepsilon(\sin\pi t)$ 的波形。

解：$f(t)=\varepsilon(\sin\pi t)=\begin{cases}1 & \sin\pi t>0\\0 & \sin\pi t<0\end{cases}$

故得 $\sin\pi t$ 和 $f(t)$ 的波形如图 2-7 所示。

可见，$\varepsilon(\sin\pi t)$ 是与 $\sin\pi t$ 同周期的方波信号。