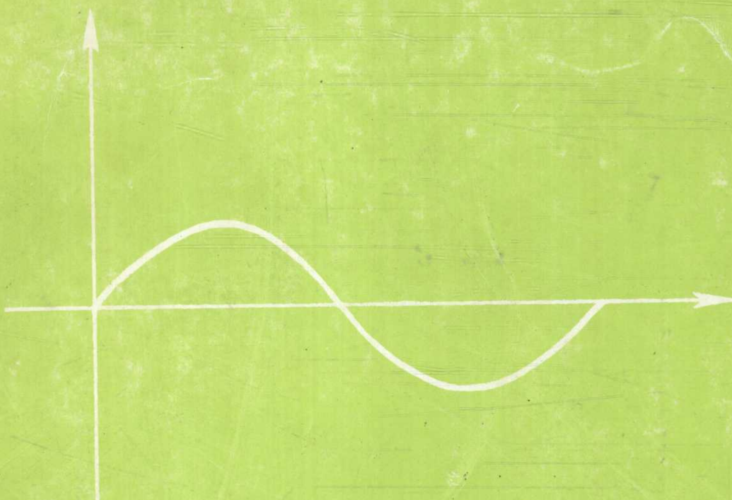
中等专业学校试用教材

数 学

张永鑫 蒋元加
金长发 任树联 主 编



武汉工业大学出版社

中等专业学校试用教材

数　　学

张永鑫　蒋元加
金长发　任树联　主编

武汉工业大学出版社
·武汉·

图书在版编目(CIP)数据

数学/张永鑫等主编. —武汉:武汉工业大学出版社,1997.7
中等专业学校试用教材
ISBN 7-5629-1269-6
Ⅰ.数…
Ⅱ.①张… ②蒋… ③金… ④任…
Ⅲ.数学-中等专业学校-教材
Ⅳ.O1

武汉工业大学出版社出版发行
湖北省枝城新华印刷厂印刷
开本:787×1092 1/32 印张:13.875 字数:300千字
1997年7月第1版 1997年7月第1次印刷
印数:1～6000册 定价:14.50元

中等专业学校试用教材

数　学

编委名单

主　编　张永鑫　蒋元加　金长发　任树联

主　审　张安瑜　杨绍璋

副主编　刘　勇　黄树正　吴　谦　宋晓俏

编　委　李友柱　李圣年　常　勇　周　天

郑爱武　颜大宜　张萍萍　李丽萍

余　青　苟幼松　蔡孝平　邓　伟

谭旭林　左治杰

编者的话

本教材是根据1991年国家教委审定的《中等专业学校数学教学大纲》，结合当前中等职业教育发展的实际编写的。

本教材包括代数、三角、立体几何、平面解析几何和微积分初步。在编写过程中注意了与初中数学教材的衔接，并注意了以下两个方面：(1)根据专业共性，保证必要基础，按需选学；(2)文字力求通俗易懂，适当减少定理、法则的论证推导，配备较多的例题和习题，便于学生掌握有关基础知识和基本技能，以保证"降低理论水平，加强应用"的修订教材原则的落实。

本教材可供招收初中毕业生的中等职业学校各专业使用。

由于编者水平有限，难免有错误和不当之处，敬请读者批评指正。

编　者

1996年12月

目　录

第一章　集合　不等式

§1-1　集合

一、集合的意义

在人们的日常生活里，常常把具有某种特定性质的对象作为一个整体加以研究. 例如：

(1) 某校一年级的全体学生；

(2) 所有不大于 5 的自然数；

(3) 某车间的所有机床；

(4) 某地区的所有的商店.

这里所用的“全体”、“所有”都是具有某种特定性质的对象的总体.

我们把具有某种特定性质的对象的总体叫做**集合**，简称**集**. 把组成集合的各个对象叫做这个集合的**元素**.

例如上面例子中的(1)是由这个学校一年级全体学生组成的集合；一年级的每一个学生都是这个集合的元素；(2)是由所有不大于 5 的自然数组成的集合；1、2、3、4、5 都是这个集合的元素.

又例如：

(5) 所有正偶数组成一个集合. 正偶数 2、4、6，…都是这个集合的元素；

(6) 方程 $x^2-1=0$ 的所有实数根组成一个集合. 因为这个方程只有两个实数根 1 和 -1，所以这个集合有两个元素

1 和 -1.

(7) 所有大小不同的等边三角形组成一个集合. 边长为任意正实数的每一个等边三角形都是这个集合的元素.

习惯上，我们用大写字母 $A,B,C,\cdots$ 表示集合，用小写字母 $a,b,c,\cdots$ 表示元素. 如果 a 是集合 A 的元素，就记作“$a\in A$”，读作“a 属于 A”；如果 a 不是集合 A 的元素，就记作“$a\notin A$”，读作“a 不属于 A”.

二、集合的表示法

1. 列举法 就是把属于某个集合的元素一一列举出来，写在花括号{ }内，每个元素只写一次，不考虑顺序.

例如，所有小于 5 的自然数组成的集合可以表示为$\{1,2,3,4\}$或$\{2,3,4,1\}$，但不能表示为$\{2,3,4,2,1\}$.

当元素很多，不需要或不可能一一列出时，也可只写出几个元素，其它用省略号表示，如小于 100 的自然数集可表示为$\{1,2,\cdots,99\}$. 正偶数集可表示为$\{2,4,\cdots,2n,\cdots\}$.

2. 描述法 把属于某个集合的元素所具有的特定性质描述出来，写在花括号{ }内，这种表示集合的方法叫做描述法. 例如：

(1) 某图书馆的藏书所组成的集合可表示为

{某图书馆的藏书}.

(2) 所有的自然数组成的集合可以表示为

$\{$自然数$\}$或$\{x\mid x\in \mathrm{N}\}$.

括号内“|”的左方表示集合所包含元素的一般形式，右方表示集合中元素所具有的特定性质.

在实际运用时，有些集合两种表示法都可选用，有些集合只能用一种方法表示. 例如，集合$\{x\mid -2<x<3,\ x\in \mathrm{Z}\}$又可表示为$\{-1,0,1,2\}$. 但集合$\{x\mid -2<x<3\}$由于无法将满足

条件$-2<x<3$的所有实数一一列举出来，所以这个集合不能用列举法表示.

例 1 写出下列方程和不等式的解集

(1) $4x^2-9=0$； (2) $3x+2<0$

解 (1)解方程 $4x^2-9=0$，得 $x_1=\frac{3}{2}$， $x_2=-\frac{3}{2}$.

所以此方程的解集为$\{-\frac{3}{2},\frac{3}{2}\}$.

(2) 解不等式 $3x+2<0$ 得 $x<-\frac{2}{3}$.

所以此不等式的解集为$\{x|x<-\frac{2}{3}\}$.

三、几种特殊的集合的记号或表示法

1. 数集

由数组成的集合叫做**数集**.常见的数集及其符号如表 1-1 所示。

表 1-1

数集	记号
自然数集	N
整数集	Z
有理数集	Q
实数集	R

2. 单元素集和空集

只有一个元素的集合叫做**单元素集**.例如，$\{a\}$，$\{5\}$和$\{0\}$，都是单元素集.

不含任何元素的集合叫做**空集**，记作$\{\ \}$或$\varnothing$.例如，方程$x^2+4=0$的所有实数根组成的集合就是空集，因为方程$x^2+4=0$在实数范围内没有解，说明方程的解集中没有任何元

素，是个空集.

3. 区间

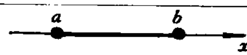
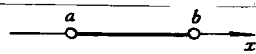
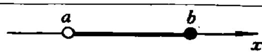
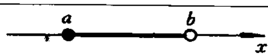
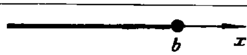
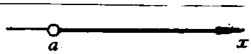
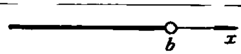
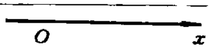
介于两个实数之间的所有实数的集合叫做**区间**，这两个实数叫做区间的**端点**.

包括端点的区间叫做**闭区间**，不包括端点的区间叫做**开区间**. 在数轴上，闭区间的端点用实心点表示，开区间的端点用空心点表示.

在数轴上，区间可以用一条以 a 和 b 为端点的线段来表示，端点间的距离叫做**区间的长**. 区间的长有限时，叫做**有限区间**. 区间的长无限时，叫做**无限区间**.

设 a,b 为任意两个实数，且 $a<b$，关于区间的规定见表 1-2.

表 1-2

名称		意义	数轴表示	记号
有限区间	闭区间	$\{x \mid a\leqslant x\leqslant b\}$		$[a,b]$
	开区间	$\{x \mid a<x<b\}$		(a,b)
	左开区间	$\{x \mid a<x\leqslant b\}$		$(a,b]$
	右开区间	$\{x \mid a\leqslant x<b\}$		$[a,b)$
无限区间		$\{x \mid x\geqslant a\}$		$[a,+\infty)$
		$\{x \mid x\leqslant b\}$		$(-\infty,b]$
		$\{x \mid x>a\}$		$(a,+\infty)$
		$\{x \mid x<b\}$		$(-\infty,b)$
		R		$(-\infty,+\infty)$

表中的记号“∞”读作“无穷大”，它不表示某个确定的实

数，只表明某个变量变化时，它的绝对值越变越大，永无止境，其中“$+\infty$”表示某个变量沿正方向变化，且无限增大；“$-\infty$”表示某个变量沿负方向变化，且绝对值无限增大.

四、集合与集合间的关系

1. 集合的包含关系

观察下面两个集合：

$$A:\{1,2,3\},$$
$$B:\{1,2,3,4\}.$$

可以发现，集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，对于集合之间的这种关系，给出以下定义：

定义 设有两个集合 A 和 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，则集合 A 叫做集合 B 的**子集**，记为

$$A\subseteq B \quad 或 \quad B\supseteq A$$

读作“A 包含于 B”或“B 包含 A”.

因此$\{1,2,3\}$是$\{1,2,3,4\}$的子集，可记为

$$\{1,2,3\}\subseteq\{1,2,3,4\}$$

或
$$\{1,2,3,4\}\supseteq\{1,2,3\}$$

为了直观地说明集合间的包含关系，通常用圆来表示一个集合，用圆中的点来表示集合中的元素. 图 1-1 直观地描述了集合 A 与集合 B 的关系：

$$A\subseteq B \text{ 或 } B\supseteq A$$

即 A 是 B 的子集.

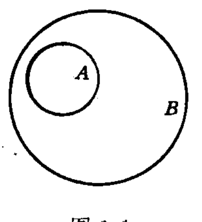


图 1-1

由子集的定义可知，任何集合 A 是它本身的子集，即 $A\subseteq A$.

我们还规定，空集是任何集合 A 的子集，即$\varnothing\subseteq A$

例 2 设集合 M:{0,1,2},试写出 M 的所有子集.

解 集合 M 有三个元素 0,1,2. 它的子集为:空集 $\varnothing$;任取一个元素组成的子集{0},{1},{2};任取两个元素组成的子集{0,1},{0,2},{1,2};三个元素组成的子集{0,1,2},共有八个子集.

2. 集合的相等关系

定义 对于两个集合 A 和 B,如果 $A\subseteq B$,同时 $B\subseteq A$,则称集合 A 和集合 B 相等,记作 $A=B$.

两个集合相等就表示这两个集合的元素完全相同. 例如

$$\{1,2,3,4\}=\{4,3,2,1\}.$$

例 3 设集合 $A=\{x\mid 16-x^2=0\}$,集合 $B=\{-4,4\}$,讨论 A 与 B 之间的关系.

解 解方程 $16-x^2=0$,得方程的解为 $x_1=-4,x_2=4$,因此 $A=\{-4,4\}$,而 $B=\{-4,4\}$,由于两个集合的元素完全相同,所以集合 $A=B$.

五、并集和交集

定义 设 A 和 B 是两个集合,把至少属于 A、B 之一的所有元素组成的集合叫做 A 与 B 的**并集**,记作 $A\cup B$,读作"A 并 B";把既属于 A 又属于 B 的所有元素组成的集合叫做 A 与 B 的**交集**,记作 $A\cap B$,读作"A 交 B". 即

$$A\cup B=\{x\mid x\in A \text{ 或 } x\in B\};$$

$$A\cap B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}.$$

例 4 求下列各题中两个集合的并集和交集:

(1) $A=\{1,2,3,5\}$,$B=\{0,1,3,4\}$;

(2) $M=(-2,2]$, $N=(0,4)$

解 (1) $A\cup B=\{0,1,2,3,4,5\}$, $A\cap B=\{1,3\}$.

(2) $M\cup N=(-2,4)$, $M\cap N=(0,2]$.

例 5 设 $A=\{x|(x-1)(x+2)=0\}$，$B=\{x|x^2-4=0\}$ 求 $A\cup B, A\cap B$.

解 $\because A=\{x|(x-1)(x+2)=0\}=\{1,-2\}$，

$B=\{x|x^2-4=0\}=\{-2,2\}$.

$\therefore \quad A\cup B=\{1,-2\}\cup\{-2,2\}=\{-2,1,2\}$，

$A\cap B=\{1,-2\}\cap\{-2,2\}=\{-2\}$.

六、全集和补集

我们在研究一些集合时常常是在某个给定的集合里进行讨论. 例如，研究某校各类学生的组成时，"各类学生"是"某校全体学生"的子集，方程 $x^2-2=0$ 的解集，在实数集 R 里是 $\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$，显然，$\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$是 R 的子集，对于这样的集合，给出下面的定义.

定义 在研究集合时，这些集合都是一个给定集合的子集，这个给定的集合叫做**全集**，记为 Ω.

定义 设 Ω 为全集，A 为 Ω 的子集，则 Ω 中所有不属于 A 的元素组成的集合叫做 A 的**补集**，记作 $\overline{A}$，读作"A 补". 即

$$\overline{A}=\{x|x\in\Omega \text{ 且 } x\notin A\}$$

补集是对全集而言的，因此，即使是同一个集合 A，由于所取的全集的不同，它的补集是不同的.

例如，如果 $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{1,3,5\}$，则 $\overline{A}=\{2,4,6\}$；如果 $\Omega=\{1,3,5,7,9\}$，$A=\{1,3,5\}$，则 $\overline{A}=\{7,9\}$.

例 6 设 $\Omega=\{$不大于 10 的自然数$\}$，$A=\{1,3,5,9\}$，求 $\overline{A}$，$A\cap\overline{A}$ 和 $A\cup\overline{A}$.

解 $\because \quad \Omega=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$，

$\therefore \quad \overline{A}=\{2,4,6,7,8,10\}$

$A\cap\overline{A}=\varnothing$， $\quad A\cup\overline{A}=\Omega$.

习　题　1-1

一、填空题：

1. 英文元音字母的集合的所有元素是______；

2. 大于 3 小于 21 的偶数的集合是______；

3. 方程$(x-1)(x^2-2)(x^2+4)=0$ 的实数根的集合是______；

4. 万里长城所经过的省、市、自治区的集合是______；

5. 设 $A=\{$正整数$\}$，$B=\{$正分数$\}$，则 $A\cup B=$______；

6. 设 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{4,5,6,7\}$，则 $A\cap B=$______.

二、用列举法或描述法表示下列集合：

1. 所有的正奇数；

2. 小于 10 的所有正整数的平方数；

3. 所有 5 的正整倍数.

三、判断下列各题中的两个集合是否相等：

1. $A=\{x|x=5n,n\in \mathrm{N},n<6\}$与 $B=\{5,10,15,20\}$；

2. $C=\{1,3,5,7,9\}$与 $D=\{$小于 10 的正奇数$\}$.

四、设 $A=\{x|x(x+1)(x-3)=0\}$，$B=\{x|x^2-3x+2=0\}$，求 $A\cup B$.

五、设 $\Omega=\{$不大于 10 的自然数$\}$，$A=\{1,2,4,5,9\}$，求 $\overline{A}$.

六、设 $A=\{12$ 的正约数$\}$，$B=\{18$ 的正约数$\}$，$C=\{$不大于 5 的自然数$\}$，求(1) $(A\cap B)\cap C$；(2) $A\cup(B\cap C)$.

§1-2　一元一次不等式(组)

一、不等式的性质、一元一次不等式的解法

1. 不等式具有以下性质：

(1) 如果 $a>b$，那么 $a\pm c>b\pm c$；

(2) 如果 $a>b$，即么当 $c>0$ 时，$ac>bc$，$\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$；当 $c<0$

时，$ac<bc$，$\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$；

(3) 如果 $a>b>0$，那么 $\frac{1}{b}>\frac{1}{a}>0$；

如果 $a<b<0$，那么 $\frac{1}{b}<\frac{1}{a}<0$.

2. 一元一次不等式的解法

解一元一次不等式的步骤与解一元一次方程类似. 但要注意，当不等式两边同时乘以或除以负数时，不等号的方向必须改变.

例 1 解不等式 $2(x+1)+\frac{x-2}{3}<\frac{7}{2}x-1$.

解 去分母，得

$$12(x+1)+2(x-2)<21x-6$$

去括号，得

$$12x+12+2x-4<21x-6$$

移项，得

$$12x+2x-21x<-6-12+4$$

合并同类项，得

$$-7x<-14$$

两边同除以 -7，得

$$x>2$$

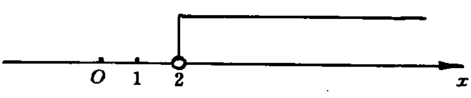


图 1-2