

HUAZHONG UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

高等学校教材



工科用数学分析

GONGKE YONG SHUXUE FENXI

(上册)

朱自清 主编

华中理工大学出版社

要 录 容 内

工科用数学分析

(上册)

朱自清 高 主编

定价: 5.40 元

华中理工大学出版社 字第 10 号

工科用数学分析

(上册)

朱自清 主编

责任编辑 易秋明

*

华中理工大学出版社出版发行

(武昌喻家山)

新华书店湖北发行所经销

华中理工大学出版社印刷厂印刷

*

开本:850×1168 1/32 印张:14 字数:341 000

1994年2月第1版 1994年2月第1次印刷

印数:1-1 000

ISBN7-5609-0891-8/O·116

定价:8.40元

(鄂)新登字第10号

前 言

数学分析所包含的思想方法与技巧是丰富多彩的。掌握这些方法和技巧,不仅对数学工作者来说,将会受益终生,就是对众多的工程技术人员来说,也将在其研究工作中,起到如虎添翼的作用。正是由于这个原因,许多重点理工科大学在新生入学后,便在工科学生中遴选部分学生,单独编班教学,所教课程与普通班相比,在深度与广度方面均有所加强。实践证明,这种班由于强手集中,富于竞争,并采用因材施教的教学方法而收到较好的效果。

本教材是在对华中理工大学的上述工科学生与少年班学生连续使用四届《高等微积分讲义》的基础上,再经修改而成。内容除数学分析外,还包括工科高等数学中的矢量代数、空间解析几何及常微分方程,故易名为《工科用数学分析》,分上下两册出版。

作为一种尝试,在编写本教材过程中,力图反映以下几个特点:

1. 把微积分发展史有机地融化在教材中,这不仅是为了激发学生的学习研究兴趣,更重要的是让学生看到微积分是如何发现、发展和完善的,从而有助于培养他们的创造性思维能力。
2. 遵循“从具体到抽象、从直观到理性”的认识论原则,在论述重要概念和定理时,充分考虑了如何适应初学者的学习心理状态。
3. 在教材中体现出“数学模式论”的教育思想,以提高读者的抽象思维能力和运用模式解决问题的能力。

下面就如何在教材中体现这些特点及本教材的使用作一些说明。

1. 关于实数系与极限论 作者认为对这部分内容,重要的是要使读者从思想上认识到提出这些理论的必要性及理论的形成过程,从中体会到一个正确的数学理论往往要经历草率创建、直观描述、抽象表达等几个阶段才能实现由感性到理性的飞跃。把微积分发展史融化在教材中的动机就是要让学生看到理论形成的全过程,以改变强迫学生接受理论的被动局面为学生主动要求学习理论的主动局面。至于实数理论详尽的构造过程,作者认为是很次要的,对工科学生来说更是如此,故把它省略了,对此有兴趣的读者可参阅文献[1]。对于极限存在的六个判别准则,按照先直观后抽象的原则,分别编排在第二章及第三章中,其中有限覆盖定理可根据教学时数及教学班的具体情况灵活掌握,关于六个命题等价性的证明放在附录 I 中,供学有余力的学生学习。

2. 关于数学模式 所谓数学模式(Mathematical Pattern),指的是按照某种理想化的要求来反映或概括地表现一类或一种事物关系结构的数学形式^[2~4]。随着人类的进步和科学技术的发展,人们已经认识到数学的作用已不仅限于提供计算工具,更重要的是提供思维模式,这使数学具有培育文化素质和训练数学技术的双重功能。在教材中贯彻数学模式论的教育思想就是为了更好地体现这两方面的功能。本教材着重剖析了极限的“ $\epsilon-N$ ”及“ $\epsilon-\delta$ ”定义,导数 $\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ 的定义及牛顿-莱布尼兹公式: $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$ ($F'(x) = f(x)$) 等模式,并通过它们展现数学模式所具有的形式上的规范性、内容上的概括性、逻辑上的可演绎性以及应用上的普适性^[3]。从而训练和培养学生的抽象思维能力和运用模式解决问题的能力。

3. 关于数值计算 由于受到学时的限制,传统数学分析教材中所编的方程求根、定积分近似计算等内容在教学过程中并未完全实施。故在编写本教材时删去了这方面的内容,有关内容可查

阅《计算方法》。

4. 关于例题与习题 由于本教材主要是为工科学生而写的,因此与传统数学分析教材相比,加强了解计算题方法的训练,并增加了题型,使学生熟练地掌握微积分运算工具。所选习题以帮助读者巩固和理解书中的基本内容为主要目的,少有特别的难题。这是考虑到学生要在规定学时内学完本教材,学习负担已相当重,若再将习题难度加大,势必会影响到大部分学生对基本内容的掌握。对学有余力的学生可采用开设第二课堂及课外指导的措施满足他们的求知欲望。

5. 关于教材处理 由于学生初次接触抽象度较高的课程,难免会有一些困难。特别是第二、三两章的教学难度较大。根据编者的教学经验,在进行这两章教学时,宜把重点放在启迪学生的思维与激发学生学习的兴趣上。等学完第二篇后便体会到这两章的作用。第三篇与第四篇自成体系,便于教师灵活掌握。

本书由大连理工大学徐利治教授及华中理工大学胡适耕教授主审。作者在书写过程中,曾向徐利治教授请教多次,受益匪浅,谨此志谢。作者还得到了学校和数学系领导及同事们多方面的鼓励与帮助,在此表示感谢。作者衷心地感谢使用过本教材的前身,即《高等微积分讲义》的学生,他们高涨的学习热情与不懈的努力给编写此书以很大的鼓舞。

本书由朱自清主编,毕志伟参编。限于作者水平,谬误之处仍难避免,敬希同行与读者批评指正

朱自清

1993年5月

符号说明

$A \Rightarrow B$ 表示由命题(条件、定理或论断) A 可推出命题 B 。若反过来还能从 B 推出 A ,亦即 $A \Rightarrow B$ 且 $B \Rightarrow A$,则记作 $A \Leftrightarrow B$,并说 A 与 B 两命题等价。

\forall 表示任给。例如 $\forall x, f(x) > 0$ 表示对任何 x ,均有 $f(x) > 0$ 。

\exists 表示存在。例如 $\exists x$,使 $f(x) = 0$ 表示方程 $f(x) = 0$ 有根。

\square 表示证明完毕。

$\max\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 表示 n 个实数 a_1, a_2, \dots, a_n 中最大的一个。

同理, $\min\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 表示这些实数中最小的一个。

$E = \{x | x \text{ 所具有的性质}\}$ 表示具有某种性质的元素所组成的集合。例如 $E = \{x | x^2 = 1\}$ 表示 E 是满足方程 $x^2 = 1$ 的解所组成的集合,即 $E = \{1, -1\}$ 。

\mathcal{N} 表示全体自然数的集合。

\mathcal{Q} 表示全体有理数的集合。

\mathcal{R} 表示全体实数的集合。

其它符号将在书中第一次出现时予以说明。

目 录

前言	(1)
符号说明	(4)
第一篇 分析基础	
第一章 函数与映射	(1)
§ 1-1 函数与映射的概念	(1)
1-1-1 函数的概念	(1)
1-1-2 映射的概念	(4)
思考题	(6)
习题	(6)
§ 1-2 函数的几何特性	(7)
1-2-1 奇偶性	(7)
1-2-2 周期性	(8)
1-2-3 有界性	(8)
1-2-4 单调性	(9)
思考题	(9)
习题	(9)
§ 1-3 函数的运算	(10)
1-3-1 四则运算	(10)
1-3-2 复合运算	(11)
1-3-3 反函数	(12)
1-3-4 初等函数	(14)
思考题	(14)
习题	(14)

复习题	(15)
第二章 极限论	(17)
§ 2-1 数列极限概念	(17)
2-1-1 问题的提出	(17)
2-1-2 数列极限概念	(18)
(1) 思考题	(22)
(1) 习题	(23)
§ 2-2 收敛数列性质	(23)
(1) 思考题	(28)
(1) 习题	(28)
§ 2-3 极限存在准则	(29)
(1) 2-3-1 问题的提出	(29)
(1) 2-3-2 单调有界数列	(32)
(1) 2-3-3 区间套定理	(34)
(1) 2-3-4 外尔斯特拉斯定理	(36)
(1) 2-3-5 柯西收敛原理	(38)
(1) 思考题	(40)
(1) 习题	(41)
§ 2-4 函数极限概念	(42)
(1) 2-4-1 函数在无穷远处的极限	(42)
(1) 2-4-2 函数在一点的极限	(44)
(1) 2-4-3 函数在一点的单侧极限	(46)
(1) 思考题	(47)
(1) 习题	(48)
§ 2-5 函数极限性质	(48)
(1) 思考题	(51)
(1) 习题	(51)
§ 2-6 两个重要极限	(52)

(83)	2-6-1	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	(52)
(83)	2-6-2	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$	(54)
(84)	思考题		(55)
(88)	习题		(55)
(88)	§ 2-7	无穷小量与无穷大量	(56)
(83)	2-7-1	概述	(56)
(88)	2-7-2	无穷小量及其性质	(57)
(89)	2-7-3	无穷大量及其性质	(58)
(89)	2-7-4	无穷小量与无穷大量的阶	(60)
(89)	思考题		(63)
(89)	习题		(63)
(89)	§ 2-8	曲线的渐近线	(64)
(89)	思考题		(67)
	习题		(68)
(89)	§ 2-9	函数极限存在定理	(68)
(89)	思考题		(70)
(89)	习题		(71)
(89)	复习题		(71)
	第三章	函数的连续性	(74)
(89)	§ 3-1	连续与间断的概念	(74)
(89)	思考题		(77)
(89)	习题		(77)
(89)	§ 3-2	连续函数的运算	(78)
(89)	3-2-1	连续函数的四则运算	(78)
(89)	3-2-2	复合函数的连续性	(79)
(89)	3-2-3	初等函数的连续性	(79)
(89)	3-2-4	连续函数的极限运算	(80)

(82)	思考题	(82)
(83)	习题	(83)
(84)	§ 3-3 闭区间上连续函数的性质	(84)
(84)	3-3-1 确界存在定理	(84)
(85)	3-3-2 闭区间上连续函数的性质	(85)
(88)	思考题	(88)
(88)	习题	(88)
(89)	§ 3-4 函数的一致连续性	(89)
(92)	思考题	(92)
(92)	习题	(92)
(93)	*§ 3-5 有限覆盖定理及其应用	(93)
(95)	思考题	(95)
(95)	习题	(95)
(95)	复习题	(95)

第二篇 一元函数微积分学

(97)	第四章 导数与微分	(97)
(98)	§ 4-1 导数的概念	(98)
(98)	4-1-1 变化率问题举例	(98)
(99)	4-1-2 导数的定义	(99)
(101)	4-1-3 可导与连续的关系	(101)
(102)	4-1-4 导数的几何意义	(102)
(104)	4-1-5 导数概念的其它例子	(104)
(106)	思考题	(106)
(106)	习题	(106)
(107)	§ 4-2 导数公式及求导法则	(107)
(107)	4-2-1 三步法求导	(107)
(109)	4-2-2 四则运算法则	(109)
(111)	4-2-3 反函数求导法则	(111)

(181)	4-2-4 复合函数求导法则	(113)
(181)	思考题	(116)
(181)	习题	(116)
(181)	§ 4-3 隐函数及参变量函数的求导法则	(119)
(181)	4-3-1 隐函数求导法则	(119)
(181)	4-3-2 参变量函数求导法则	(120)
(181)	4-3-3 相关变化率	(122)
(181)	习题	(123)
(181)	§ 4-4 微分	(124)
(181)	4-4-1 微分的概念	(124)
(181)	4-4-2 微分的运算	(127)
(181)	4-4-3 微分形式的不变性	(127)
(181)	4-4-4 微分的几何意义	(129)
(181)	4-4-5 微分在近似计算上的应用	(129)
(181)	思考题	(130)
(181)	习题	(130)
(181)	§ 4-5 高阶导数与高阶微分	(131)
(181)	4-5-1 高阶导数的概念	(131)
(181)	4-5-2 高阶导数的计算	(132)
(181)	4-5-3 高阶微分	(138)
(181)	思考题	(139)
(181)	习题	(140)
(181)	复习题	(141)
	第五章 微分中值定理与导数的应用	(143)
(181)	§ 5-1 微分中值定理	(143)
(181)	5-1-1 微分中值定理的几何背景	(143)
(181)	5-1-2 微分中值定理的证明	(145)
(181)	5-1-3 应用举例	(147)

思考题	(149)
习题	(149)
§ 5-2 洛必塔(L'Hospital)法则	(151)
5-2-1 不定式的极限	(151)
5-2-2 $\frac{0}{0}$ 型不定式	(152)
5-2-3 $\frac{\infty}{\infty}$ 型不定式	(154)
5-2-4 其它类型不定式	(156)
5-2-5 不适宜用洛必塔法则计算的不定式	(157)
思考题	(158)
习题	(158)
§ 5-3 泰勒(Taylor)公式	(159)
5-3-1 基本问题	(159)
5-3-2 带皮亚诺余项的泰勒公式	(161)
5-3-3 带拉格朗日余项的泰勒公式	(162)
5-3-4 函数的泰勒展开式	(163)
5-3-5 泰勒公式的应用	(166)
思考题	(169)
习题	(169)
§ 5-4 函数的单调性及其判别法	(170)
5-4-1 一阶导数与函数的单调性	(170)
5-4-2 利用一阶导数符号证明不等式	(171)
思考题	(172)
习题	(172)
§ 5-5 函数的极值与最值	(173)
5-5-1 函数的极值	(173)
5-5-2 函数的最大值与最小值	(176)
5-5-3 最值与不等式	(177)

思考题	(178)
习题	(179)
§ 5-6 函数的凸性与拐点	(181)
5-6-1 凸函数的概念	(182)
5-6-2 拐点	(184)
5-6-3 凸性与不等式	(184)
思考题	(186)
习题	(186)
§ 5-7 函数作图	(187)
习题	(189)
§ 5-8 平面曲线的曲率	(190)
5-8-1 曲率的概念	(190)
5-8-2 曲线弧长的微分	(192)
5-8-3 曲率公式	(193)
5-8-4 曲率圆	(195)
5-8-5 曲率中心的计算公式 渐屈线与渐开线	(197)
思考题	(198)
习题	(199)
复习题	(199)
第六章 不定积分	(202)
§ 6-1 原函数与不定积分概念	(203)
6-1-1 原函数概念	(203)
6-1-2 不定积分概念	(204)
思考题	(205)
§ 6-2 基本积分表及不定积分的性质	(206)
6-2-1 基本积分表	(206)
6-2-2 不定积分的性质	(207)
思考题	(209)

(178)	习题	(209)
(179)	§ 6-3 换元积分法	(210)
(181)	6-3-1 第一换元法	(210)
(182)	6-3-2 第二换元法	(217)
(184)	思考题	(220)
(184)	习题	(220)
(188)	§ 6-4 分部积分法	(222)
(188)	思考题	(226)
(187)	习题	(226)
(188)	§ 6-5 有理函数的积分	(227)
(190)	6-5-1 有理函数的分解	(227)
(190)	6-5-2 有理函数的积分	(231)
(192)	6-5-3 有理函数的其它积分法	(233)
(193)	思考题	(234)
(192)	习题	(234)
(197)	§ 6-6 可转换成有理函数积分的几种类型	(235)
(198)	6-6-1 三角有理函数的积分	(235)
(199)	6-6-2 某些无理函数的积分	(238)
(199)	思考题	(240)
(202)	习题	(240)
(202)	复习题	(242)
	第七章 定积分及其应用	(244)
(204)	§ 7-1 定积分概念	(248)
(209)	7-1-1 定积分概念	(248)
(209)	7-1-2 黎曼积分概念	(250)
(209)	7-1-3 用定义计算定积分	(252)
(207)	思考题	(254)
(209)	习题	(254)

§ 7-2 可积函数类	(255)
7-2-1 可积函数的判别定理	(255)
7-2-2 可积函数类	(256)
思考题	(260)
习题	(260)
§ 7-3 定积分性质	(261)
7-3-1 运算性质	(261)
7-3-2 比较性质	(263)
7-3-3 积分第一中值定理	(265)
7-3-4 区间可分性质	(267)
思考题	(269)
习题	(269)
§ 7-4 变上限积分与牛顿-莱布尼兹公式	(270)
7-4-1 问题的提出	(270)
7-4-2 变上限积分的性质	(271)
7-4-3 牛顿-莱布尼兹公式	(273)
思考题	(275)
习题	(275)
§ 7-5 定积分的换元法与分部积分法	(277)
7-5-1 定积分的换元法	(277)
7-5-2 定积分的分部积分法	(279)
7-5-3 定积分计算和证明中的若干技巧	(281)
思考题	(286)
习题	(286)
§ 7-6 广义积分初步	(289)
7-6-1 无穷区间的广义积分	(289)
7-6-2 无界函数的广义积分	(292)
思考题	(293)

习题	(294)
§ 7-7 定积分应用	(294)
7-7-1 微元法	(294)
7-7-2 定积分的几何应用	(295)
7-7-3 定积分的物理应用	(305)
思考题	(316)
习题	(316)
复习题	(319)
第八章 常微分方程	(322)
§ 8-1 基本概念	(323)
8-1-1 方程类型	(323)
8-1-2 微分方程的解	(325)
思考题	(327)
习题	(327)
§ 8-2 一阶微分方程	(328)
8-2-1 变量可分离的方程	(328)
8-2-2 齐次型方程	(332)
8-2-3 线性微分方程	(335)
8-2-4 可化为线性方程的非线性方程	(338)
8-2-5 结语	(341)
习题	(343)
§ 8-3 可降阶高阶微分方程	(347)
8-3-1 $y^{(n)}=f(x)$ 型的微分方程	(347)
8-3-2 $y''=f(x, y')$ 型的微分方程	(348)
8-3-3 $y''=f(y, y')$ 型的微分方程	(351)
习题	(353)
§ 8-4 高阶线性微分方程解的结构	(354)
8-4-1 问题的提出	(354)