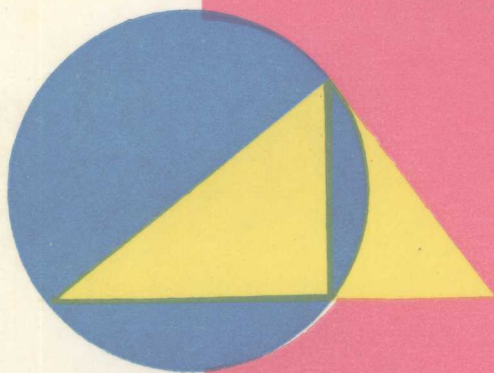


中考数学高分对策

科学

系统

实效



梅全正
主编

旅游教育出版社

中考数学高分对策

梅全正 主编

旅游教育出版社

北 京

(京)新登字 168 号

图书在版编目 (CIP) 数据

中考数学高分对策/梅全正主编. —北京: 旅游教育出版社, 1993. 11

ISBN 7-5637-0506-6

- I. 中...
- II. 梅...
- III. 数学—中学—考试参考资料
- IV. G633.6

中考数学高分对策

梅全正 主编

*

旅游教育出版社出版

(北京第二外国语学院内)

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所经销

*

开本: 787×1092 毫米 1/32 9印张 180千字

1993年11月第1版 1993年11月第1次印刷

印数: 1—7000册 定价: 6.80元

ISBN 7-5637-0506-6/G · 196

编 委 名 单

主 编
编 委

梅全正

(以姓氏笔画为序)

万六指

刘明洋

李成生

宗白莲

邹结才

胡春江

梅亚南

熊建国

方友武

刘珍娣

杨小毛

罗振华

罗瑞南

刘建萍

彭小平

仇烈保

刘斌华

何新发

周 华

胡小瑞

黄国花

熊安亮

编 者 的 话

本书在分析、研究全国各地近年来中考数学命题规律和试题特点的基础上,参照九年义务教育新教材和教学要求,以“大纲”为经,以课本“双基”为纬编写而成。通过梳理教材体系,归纳知识网点,抓住中考数学命题热点和关键,辟有《内容知识结构分析》,《考查网点》,《复习要求》,《范例选解》,《习题》等专栏,并对各地中考数学试题中出现的新题型作了介绍,对中考中容易出现解题错误作了剖析,使读者了解各地命题信息,开阔视野的同时,增强适应能力和应变能力,优化思维品质,提高复习效果,力求从全方位,多角度对初中毕业生进行针对性的升学复习指导。

本书采用分课时的形式编写,便于课内外结合,教与学同步进行。全书共分 61 课时,各课例题和习题大部分选自各地中考试题,具有较强的针对性,书末附有参考答案。

限于编者水平,加之时间仓促,本书疏误之处恳请读者批评指正。

目 录

第一章 中考数学复习策略	(1)
一、中考数学试题特点.....	(1)
二、中考数学复习策略.....	(7)
第二章 代数	(11)
一、实数与代数式.....	(11)
第一课 实数的概念.....	(13)
第二课 实数的运算.....	(16)
第三课 整式.....	(18)
第四课 因式分解(一).....	(22)
第五课 因式分解(二).....	(24)
第六课 分式(一).....	(25)
第七课 分式(二).....	(28)
第八课 根式(一).....	(30)
第九课 根式(二).....	(34)
二、方程与不等式.....	(36)
第十课 一元一次、二次方程及简单的高次方程.....	(38)
第十一课 一次不等式(组), 一元二次不等式.....	(40)
第十二课 分式方程, 无理方程.....	(42)
第十三课 方程组.....	(46)
第十四课 一元二次方程根的判别式和根与系数关系.....	(50)
第十五课 列方程解应用题(一).....	(56)
第十六课 列方程解应用题(二).....	(60)

三、指数与对数	(63)
第十七课 指数	(64)
第十八课 对数(一)	(66)
第十九课 对数(二)	(69)
四、函数及其图象	(72)
第二十课 函数概念	(74)
第二十一课 正比例函数, 反比例函数	(78)
第二十二课 一次函数	(81)
第二十三课 二次函数	(87)
第二十四课 统计初步	(94)
五、三角函数与解三角形	(96)
第二十五课 三角函数的定义	(97)
第二十六课 三角函数间的关系	(101)
第二十七课 解三角形(一)	(105)
第二十八课 解三角形(二)	(109)
第三章 几何	(115)
一、直线形	(115)
第二十九课 相交线和平行线	(117)
第三十课 一般三角形的性质	(119)
第三十一课 特殊三角形的性质	(124)
第三十二课 全等三角形	(128)
第三十三课 成比例的线段	(131)
第三十四课 相似三角形	(133)
第三十五课 平行四边形	(137)
第三十六课 梯形	(141)
二、圆	(144)
第三十七课 圆的基本性质	(145)

第三十八课	直线和圆、圆和圆的位置关系	(148)
第三十九课	与圆有关的角	(152)
第四十课	与圆有关的比例线段	(156)
第四十一课	圆和多边形关系	(159)
第四十二课	圆的度量	(162)
第四十三课	命题、基本轨迹与作图	(165)
第四章	中考数学解题方法和技巧	(169)
第四十四课	算术根和绝对值的化简	(169)
第四十五课	因式分解的若干技巧	(173)
第四十六课	分母有理化的几种技巧	(176)
第四十七课	化简根式的方法和技巧	(178)
第四十八课	根与系数关系在解题中的应用	(181)
第四十九课	判别式 Δ 与四个“二次”的关系	(187)
第五十课	成比例线段证题规律	(192)
第五十一课	三角形面积公式的应用	(198)
第五十二课	四点共圆问题	(205)
第五十三课	添辅助线的常用方法	(209)
第五十四课	中考数学选择题解法	(216)
第五十五课	中考数学填空题解法	(224)
第五十六课	中考数学压轴题的分类辨析(一)	(232)
第五十七课	中考数学压轴题的分类辨析(二)	(239)
第五十八课	中考数学新题型简介与评析(一)	(247)
第五十九课	中考数学新题型简介与评析(二)	(251)
第六十课	中考数学解题错误剖析(一)	(255)
第六十一课	中考数学解题错误剖析(二)	(259)
附录: 答案		(264)

第一章 中考数学复习策略

一、中考数学试题特点

目前,我国中考是由各省、市或地区自行命题,其原因一方面是各地市的数学水平和学生基础存在较大差异,另一方面是鼓励各地区踊跃参与初中教改的实验活动,推动全国各地初中数学教学改革。

尽管如此,各地的中考数学命题仍严格按国家教委颁发的教学大纲进行,各地所考查的“双基”内容是一致的,而且在试题的结构、形式和重点等方面都有许多共同特点。

1. 试题按档次拉开,以中下难度题为核心,整个试题呈上小下大的梯形结构

中考除了具备检查与评价功能外,更重要的是要求具备选拔功能,为高一级学校选拔人才,使那些基础知识牢固,基本功扎实,能力较强的考生脱颖而出。因此,试卷有一定的区分能力,试题逐步拉开档次,难度分布呈上小下大的梯形结构:一方面保证试题中包含少数难度较高的题目;另一方面保证整个试题以中下难度题为核心。

从近年来全国各地中考数学试题的统计结果看,各地试题的三种题型所占的平均比率是:标准化题(选择题、填空题和判断题) 45.8%、基本解答题 41.7%、综合题 12.5%。若把单纯考查知识的理解和运用的题目作为低档题(相当于难度为 0.1~0.4 的题目),把以考查能力为主,要求一定灵活性的题目作为中档题(相当于难度为 0.4~0.7 的题目),而把以考

查综合运用能力为主,灵活性较高或题目形式新颖,学生陌生的题目作为高档题(相当于难度为 0.7 以上的题目),则各地试题各档次题目的平均比率是:低档题 61.4%,中档题 26.5%,高档题 12%。

从试题内容看,各地命题除了保证试卷的选拔功能外,还比较注意控制试题难度:(1)保证少数题目有一定综合性,但避免繁琐的演算推理过程;(2)凡属考查初中数学难点的内容,在命题时都适当降低要求。例如,对于“尺规作图”部分,只要求作图,保留痕迹,不要求写作法,且题目类型与课本的例题、习题基本一致,难度不超过课本习题;对于“列方程解应用题”部分,试题的类型全部来源于课本例习题,难度只相当于习题中较容易的题目;对于“二次函数”部分,由于国家教委 85 年下文件允许将此内容移到高一学习,所以各地对这一内容的要求有所不同,各地根据本地区的实际情况,采取了比较慎重的态度。

2. 紧扣教学大纲和教材,加大覆盖面,较全面地考查“双基”

分析表明,各地在考查“双基”方面主要采取以下做法:

(1)紧扣大纲和教材,按大纲所列的基础内容命题。一般地,凡属单纯考查“双基”(即低档题)的题目均直接按大纲和教材的要求编拟,许多试卷的低档题甚至全部取自教材中较简单的例习题,毫无改动。一些较难的中档题和高档题也是在挖掘教材的基础上引伸出来,通过加工,组合编制而成的;(2)重视技能的考查,融知识考查与技能考查于一体。一方面,凡属技术性的知识,都以考查技能为主,融知识考查于技能考查之中;另一方面,通过限定考试时间,适当扩大题量,以考查学生基本技能的熟练程度。统计表明,各地试题量平均为 32 题,

最多为 42 题,考生要在 120 分钟内全部解答这些题目,没有
在数的运算,式的恒等变形以及解方程,画图,识图和表达解
答,证明过程等方面具备较好的技能是难于完成的.(3) 在全
面考查的基础上,突出重点内容的考查.我们以初中教材一
小节作为一个知识点,初中数学共有 200 个知识点,中考试卷
中,各地试题的覆盖率平均为 71.5%,其中代数占 63%,几何
占 37%,基本接近于教学大纲所规定的代数与几何的教学时
数所占比率.统计结果还显示,初中教材中被测试的机率达
50% 以上的知识点包括:

- 1°. 与绝对值,开方,指数与对数有关的数的运算;
- 2°. 因式分解,分式的化简与求值,按给定条件化简根式;
- 3°. 方程的根与系数关系和判别式,换元法解根式方程和
分式方程,列方程(组)解应用题[其中列分式方程(组)占大部
分],列方程(组)求几何未知数,一元一次不等式;
- 4°. 两点间距离公式,函数自变量取值范围,正反比例函
数与一次函数的定义和性质,画函数图象,求函数表达式;
- 5°. 特殊角的三角函数式的化简与计算、解直角三角形和
斜三角形(正弦、余弦定理);
- 6°. 统计初步的基本概念(总体、样本、容量),方差与平均
数的计算;
- 7°. 轴对称与中心对称图形,轨迹作图法(轨迹涉及线段
中垂线,角平分线和圆);
- 8°. 平行线的性质与判定;
- 9°. 三角形全等判定和性质、内角平分线定理、特殊三角
形的性质与判定,三角形中位线定理和内角和定理、勾股定
理、三角形的两个面积公式;
- 10°. 平行四边形性质与判定、多边形内角和定理;

11°. 相似三角形性质与判定,射影定理,相似形面积比性质;

12°. 圆幂定理(其中以切割线定理为主)、两圆关系的判定、弦切角性质、圆周角性质(以 90° 的圆周角性质为主)、圆内接四边形性质和四点共圆判定、扇形的面积与弧长公式。

以上所列举的知识点可以认为是当前中考重点测试对象。这些知识点绝大多数都具有很强的综合和渗透能力,它们是整个初中数学中比较活跃的基础知识。(4)适当提高试题的综合程度。为了扩大试题的覆盖面,许多地市都适当提高了试题的综合程度。综合性题目可分为两种类型:其一是并列型综合题。这类综合题所综合的内容一般无必然的逻辑关系,它们主要出现在选择题部分。如下题,下列结果中错误的是:

(A) 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos(A+C) + \cos B = 0$;

(B) $y = \frac{K}{x}$ 和 $xy = K$ ($K \neq 0$) 表示同一函数;

(C) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, 已知 b 和 B , 则求 a 的关系式为 $a = b \sin B$;

(D) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 则 $\sin A = \cos B$ 。

此题同时考查了三角形内角和,互余互补角的三角函数关系式,相同函数概念,解直角三角形等知识点,其综合程度是相当高的。其二是相容型的综合题。这类综合题所综合的内容一般都有一定的逻辑联系,它们可出现在填空题、选择题、解答题等各类试题中,是极常见的综合题型。从它所综合的内容看,这类题型可涉及到代数与几何、代数与三角、几何与三角等各分支间的综合以及代数中式与方程、函数与方程、不等式与方程、不等式与函数、三角中解直角三角形与解斜三

角形、几何中圆与直线形各内容等分支内部的综合。

3. 重视考查基本数学思想和方法

近年来，各地试题比较注意考查以下几种基本的数学思想方法，它们都是初中数学中应用较广且对将来数学学习影响较大的思想方法：

(1) 方程思想。各地考查方程思想的题目主要有两类：一是列方程(组)解应用题。这类题在各试题的出现率为75%左右；二是列方程(组)解代数题(如最简根式 $\sqrt[12]{x+y}$ 和 $\sqrt[3+y]{7}$ 是同类根式，求 x, y 的值)和解几何题，这类题的出现率为87%左右。

(2) 待定系数法。各地考查待定系数法的应用也有两类题目：一是应用待定系数法确定方程的系数；另一类是应用待定系数法确定函数解析式，这一类是各地测试的重点，出现率达100%。

(3) 转化思想。各地中考在测试转化思想时，主要采取变题方法，通过一些学生比较生疏的题目考查他们的转化思想。例如，“已知 x, y 满足 $x = \frac{3y+2}{4y-3}$ ，用 x 的代数式表示 y ，则 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ”。“求值： $\sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ - \lg 40^\circ \cdot \lg 130^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ ”。

(4) 换元法。各地考查换元法主要包括两方面：一是换元法在灵活运用公式进行数的运算和式的恒等变形中的应用，如“已知 $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 4$ ，求 $a^{3/2} + a^{-3/2}$ 的值”；二是换元法在解方程(组)中的应用。其中，后者所占比率较大，而且主要集中在解分式方程和根式方程中。

除了上述四种数学思想和方法外，各地试题还考查了配

方法,数形结合法,几何中的割补法、图形变换法、辅助法等基本数学方法.

4. 重视考查数学能力

深入挖掘教材,努力创新,通过基础知识和基本技能的应用进一步考查学生的数学能力,这是近年来各地中考试题的一个显著特点.各地对学生数学能力的考查主要包括以下几方面:

(1) 在突出知识点的内在联系基础上,考查学生综合运用知识的能力.各地试题都有一定数量的综合题,解答这些综合题,要求考生不仅能深刻领会各知识点的意义,而且能把握它们之间的内在联系,并通过对问题的分析揭示出这种联系,从整体角度去探索问题.

(2) 在考查学生的创造性思维能力中着重考查思维的灵活性和敏捷性.各地试题一般都包含这样一类题目,它们或者有多种不同的解法,思路较广,但往往只有一种解法是最简便的,或者含有命题者根据考生的思维习惯有意设下的“陷阱”.对于前一类题目,如果考生方法运用得当而且比较灵活,可以省时省力,争取更多时间完成其它题目,相反,如果考生的思维能力达不到要求或不够灵活敏捷,则解题可能出现错误,或即使解出正确结果,但费时过多,影响后面的解题.对于后一类题目,要求考生必须随机应变,果断放弃以往的常规思路,对问题作灵活处理,防止思维陷入消极的定势状态,抱着常规思路不放而中了命题者设下的圈套.例如,“ AM 是 $\odot O$ 的切线, B 是切点, AE 过圆心 O 交 $\odot O$ 于 D, E , $BC \perp AE$, C 是垂足,求证: $AB \cdot CD = AD \cdot BC$ ” 本题粗看起来似乎可直接应用切割线定理证明,而这正是题目的“陷阱”.事实上,结合所证明的结论进一步分析可发现,只有利用

$\triangle ADB \sim \triangle ABE$ 得到 $\frac{AB}{AD} = \frac{BE}{DB}$, 再根据 $\angle DBE = \angle$

$BC \perp AE$ 等条件, 才能使 AB, AD 与 CD, BC 联系起来, 从而得到所证结论.

(3) 在考查学生的思维素质中着重考查思维的条理性和严密性. 各地试题都通过相当数量的标准题和解答题, 考查学生思维的条理性和严密性. 尤其是一些具有一定综合性的题目, 都要求考生必须有清晰的思路 and 比较明确的解题方向才能达到解答题目的.

(4) 在考查观察能力的同时, 考查学生的空间想象力. 各地都有一定数量的题目要求考生必须认真观察, 分析题目条件, 找出问题的特殊性, 才能迅速发现正确解题思路或解题捷径. 如“计算 $(2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2) = \underline{\hspace{2cm}}$ ”, 若注意观察题目特点, 则很快发现利用立方公式可直接得出正确答案, 而不是直接展开得出答案. 对于几何题, 除了要求考生具备一定的观察能力外, 还应具备一定的空间想象力. 尤其是尺规作图和添加辅助线的几何题对考生的空间想象力都有较明确的要求, 也是考生感到比较困难的一类题目.

二、中考数学复习策略

近年来全国各地的中考试题, 体现了“加强基础, 培养能力, 发展智力”的指导思想, 均严格地控制在教学大纲、教材和考纲所规定的范围与要求内. 根据中考数学命题特点和规律在中考复习中, 最佳的策略是: 以课本为蓝本, 以教学大纲为准则, 以“考纲”为指导, 扎扎实实地打好数学基础, 做到基本概念理解透彻, 基本技能准确无误, 基本方法熟练掌握,

基本联系脉络清楚。

1. 坚持围绕大纲，立足课本的方向。由于各地中考数学紧扣大纲和教材，按大纲所列的基础内容命题，很多试题均可在课本中找到原型，因此，复习时应以课本为主，力求把教材学透学活，熟悉教材内容，熟练、准确、快速地进行解题。

2. 系统复习知识，落实“双基”要求。初中数学的必学内容按现行全国统编教材统计，包括代数、几何共 23 章，合计 200 小节，要扎扎实实复习好“双基”内容，避免厚此薄彼或脱离教材，搞“题海战术”，这样才能适应中考数学试题覆盖面大的需要。

3. 把握重点内容，突出重点知识。全面系统复习，不等于在时间上，精力上平均分配。由于初中数学内容远远多于高中数学内容，在有限的时间内把宝贵的时间和精力平均分布在 200 多个知识点上是难于办到的，也是不明智的，应该在全面系统复习所学内容的基础上，把主要精力集中在教材的重点、难点和自己在知识和能力的薄弱点上。纵观近年来各地中考数学试题，不难发现，中考试题突出重点知识的考查，凡重点教材都被列为考查重点。如初中代数中的实数、根式、指数、对数、函数、统计初步等重要概念，以及有理数运算，代数式变形，解方程与解不等式，函数的图象与性质，解三角形等重点内容，都在中考试题中经常出现，特别是解方程与解不等式，指数运算，函数，解三角形等内容，还是计算题和综合题的重点内容。几何中，如平行线的性质与判定，三角形的内角和，等腰三角形的性质与判定，全等三角形的性质与判定，直角三角形的性质，平行四边形的性质，矩形及有关性质，常见图形的面积，勾股定理，比例线段，三角形角平分线的性质，相似三角形的判定及性质，射影定理，垂径定理，圆周角的性

质,圆的内接四边形,圆幂定理,两圆位置关系,正多边形计算,弧长公式,扇形,弓形面积公式等,都是经常要考的“热点”,其中勾股定理,圆幂定理几乎每年必考。我们应该从各地中考试题分析中,突出教材重点,把握中考“热点”,提高复习效果。

4. 准确领会概念。中学数学教学大纲指出:“正确理解概念是掌握数学基础知识的前提。”因此,要重视概念的复习,要搞清知识结构与系统,从整体上认识知识间的内在联系,搞清概念的内涵和外延,这样,才有利于理解概念,掌握概念。

5. 要加强运算正确性的训练。运算能力的高低,表现在运算的准确、迅速和灵活三个方面,其中首要的是运算的准确。复习中,在掌握概念的基础上,运算能力提高的关键是掌握基本法则、公式,其次是要掌握常用的数学方法和了解数学解题的一些基本思想。在目前中考数学客观题型比重逐步增大的情况下,计算是中考数学得分的主要手段,对计算能力要求愈来愈高。中考数学造成计算错误的原因很多,如数值计算不熟练,运算符号不注意,运算法则用错,基本概念搞错,基本定理记错,公式运用套错等,这些都需要在复习过程中引起重视,加强训练,注意克服。

6. 加强论证训练,提高逻辑推理与逻辑表达能力。复习时,要重视逻辑推理的思维过程与书写过程的训练。逻辑思维过程的训练,要注意紧扣概念和定理。对于逻辑表达的训练,不管是推出符号表达还是一般形式表达,都要注意逻辑段内推理正确,逻辑段间关系清楚、合理。要强调格式规范,条理清楚,严格要求,严格训练。

7. 重视数学能力的培养。除了应重视运算能力(但避免