

高等师范院校小学教育专业数学教材

小学数学教学与研究

课程教材研究所 编
数学课程教材研究开发中心



人民教育出版社

高等师范院校小学教育专业数学教材

小学数学教学与研究

课程教材研究所 编
数学课程教材研究开发中心

人民教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

小学数学教学与研究/人民教育出版社中学数学室编.
北京：人民教育出版社，2003
高等师范院校小学教育专业数学教材
ISBN 7-107-17055-4

- I. 小...
- II. 人...
- III. 小学—数学课—教学研究—师范大学—教材
- IV. G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 078073 号

人民教育出版社出版发行
(北京沙滩后街 55 号 邮编：100009)
网址：<http://www.pep.com.cn>
人民教育出版社印刷厂印装 全国新华书店经销
2003 年 9 月第 1 版 2003 年 9 月第 1 次印刷
开本：890 毫米×1 240 毫米 1/32 印张：10.5
字数：261 千字 印数：0 001 ~ 3 000 册
定价：15.10 元

人民教育出版社 课程教材研究所
高等师范院校小学教育专业数学教材编写委员会

总主编: 王 元

编委: (以姓氏笔画为序)

马 凯	方明一	王长沛	王 蕾	田宏忠	邓映蒲
刘凤翥	刘京莉	刘思清	刘效丽	刘意竹	孙玉宝
孙 斤	江汉勋	李同贤	纪运如	宋 兵	陈 耘
张 艾	林奇青	林炳生	金成樑	邹中丹	胡光锦
胡永建	周 辉	章建跃	高 荆	唐京伟	黄世立
黄浪波	曾文艺	曾庆黎	梅全雄	陶晓永	舒振文
梁楚材	董丽波	傅耀良	蔡俊亮	颜其鹏	魏 纶

策划: 颜其鹏

本册主编: 刘凤翥

编写人员:

刘凤翥 魏 纶 刘思清 苏明强 胡光锦

特约审稿:

张卫国 金成樑 高 荆 孙 斤 陈 耘 宋家骥

责任编辑: 颜其鹏 刘凤翥

内 容 简 介

本书针对小学数学教师职前培养的需要，依据最新公布的《全日制义务教育数学课程标准（实验稿）》，历史地、系统地介绍了小学数学教学大纲和数学课程标准对小学数学教学的指导作用以及小学数学教学的教学目标、教学内容、小学数学教学的组织与实施和小学数学中各部分内容的教学方法。本书比较深入地介绍了义务教育数学课程标准与此前小学数学教学大纲的异同。本书资料丰富，内容翔实，不仅可以作为小学数学教师职前培养和小学数学教师继续教育的教材，也可作小学数学教学研究的重要参考。

总序

我国小学教师的职前培养，现在面临两个重大转变。第一，面临师范教育结构调整。小学教师的合格学历将由中等师范学校毕业提高到大专以上水平。根据《高等教育法》有关规定，招收高中阶段毕业生，实行三年专科教育和四年本科教育，是我国培养专科以上学历小学教师的主要形式。第二，基础教育，包括小学教育，正处于重大改革的初期。2001年教育部颁发了《基础教育课程改革纲要（试行）》，大力推进基础教育课程改革，调整和改革基础教育的课程体系、结构、内容，构建符合素质教育要求的新基础教育课程体系，课程改革引发了教育观念、教学方法的变革。教育改革的新形势向小学教师的职前培养提出了全新的要求。

在这样的背景之下，2003年1月，教育部师范教育司制订的《三年制小学教育专业课程方案（试行）》正式颁布，针对教师专业化的国际趋向和小学教师的培养特点，提出了一整套培养高中起点三年制大专学历小学教师的课程设计方案，并着手组织编写小学教育专业教材。

长期以来一直承担着师范教育课程教材研究、开发和编写任务的人民教育出版社、课程教材研究所，根据我国高师小学教育专业课程教材改革的需要，组织了“高师小学教育专业数学课程设置与教材建设”课题组，邀请了中国科学院、北京大学、北京师范大学、首都师范大学、北京教科院、北京教育学院、华中师范大学等单位的专家学者和全国各地的资深师范教育专家和教师参加。本课题组对我国高等师范教育的新兴门类——小学教育专业的数学课程设置和数学教材建设进行了大量的调查研究，对新世纪国际小学教师培养中数学课程体系的发展趋势进行了探讨，并总结了我国十多年

来各地高师小教大专数学课程、教材和教学改革试验的成功经验，从而构建了能反映我国小学教师培养体制改革的时代要求、建立小学教师合理数学知识结构和教育素养的数学课程教材体系，其中有些科目如现代数学概论、数学实践、常用数学软件、数学建模和数学文化等还填补了我国高师小学教育专业数学教材的空白。在此基础上编写了这套高等师范小学教学专业数学教科书。

这套教科书充分吸收了以往培养小学教师各级各类专用数学教材的优点，努力突出数学课程教材的时代性和前瞻性，贴近国际教育改革和我国基础教育课程改革的前沿，体现新的教育理念；力求体现高等小学教育的基础性、专业性和师范性，促进小学教师专业化水平的提高；既注重数学素养的提高，又注意体现人文精神，还具有可读性和可操作性；同时延续了中等师范教育教材注重教学技能和创新能力培养的良好传统。

这套小学教育专业数学教科书包括：必修课《大学数学》、《高等数学基础（上、下）》、《现代数学概论》、《数学实践》、《小学数学与教学研究》；选修课《数学文化》、《初等数论》、《常用数学软件》、《数学建模》、《小学数学竞赛指导》、《离散数学》和《数学思想方法》等十二科十三册教材（后两科 2004 年出版），供高师小学教育专业学生和小学教师继续教育学员使用。

本套书在研究、编写过程中得到了全国高等师范院校数学教育研究会小教培养工委的指导和帮助，还得到了大量一线教师的帮助和支持。

王元
2003年7月14日

编写说明

《小学数学教学与研究》是根据教育部师范司制订的《三年制小学教育专业课程方案(试行)》编写的数学与科学方向专业必修课教材。

当前，正值新一轮基础教育课程改革的试点实验阶段，搞好基础教育新课程的师资培训是当务之急。本书为适应高等师范小学教育专业教学的需要，依据《基础教育课程改革纲要(试行)》和《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》的精神，对小学数学教学的课程目标和教学内容，小学数学教学的组织和实施以及《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》提出的义务教育数学课程的四大领域的教学作了充分的讨论和深入的研究。书中还对我国百年来小学数学教育发展的过程和有关儿童数学学习的心理问题作了介绍。以期读者在学习本教程之后能在掌握小学数学教学的一般原理和基本技能的同时，产生研究小学数学教学的兴趣。

本书除绪论之外共分小学数学教学的指导性文件、小学数学教学的课程目标和教学内容、小学生数学学习概述、小学数学教学的组织与实施、数与代数的教学、空间与图形的教学、统计与概率的教学、实践与综合应用的教学等八章。学习本教程，大约需用72学时。

本书由人民教育出版社组织编写，第一章由武汉第二师范学校魏纶和北京教科院刘凤翥编写，第四、六章由福建泉州师范学院刘思清、苏明强编写，第五、七章由北京海淀教师进修学校胡光锑编写，绪论和第二、三、八章由刘凤翥编写。全书由刘凤翥统稿和定稿。

初稿完成后，曾请扬州教育学院金成樑、济南师范学校高荆、

福州师范学校孙坼、柳州师范学校陈耘、保定师范专科学校宋家骥
诸先生对书稿进行了审阅，人民教育出版社张卫国先生仔细地审阅
了本书初稿，提出了许多宝贵的意见，他们为提高本书的质量付出了
辛勤的劳动。编者为此对各位专家表示深深的谢意。

由于时间仓促且编者水平有限，书中错误和疏漏之处一定不少，
诚恳地希望各界读者批评指正。

编 者

2003年6月于北京

目 录

绪论	1
第一章 小学数学教学指导性文件	9
第一节 《基础教育课程改革纲要》	10
第二节 小学数学教学大纲和全日制义务教育数学课程标准	12
附录 我国小学数学教学大纲的演变	30
第二章 小学数学教学的课程目标和教学内容	37
第一节 小学数学课程目标的研究	37
附录一 我国历次小学数学教学目的	55
附录二 八个国家和地区的小学数学课程目标	60
第二节 小学数学教学的内容	64
第三章 小学生数学学习概述	85
第一节 学习理论综述	85
第二节 小学生数学学习心理简述	96
第四章 小学数学教学的组织与实施	118
第一节 小学数学教学过程与教学原则	118
第二节 小学数学教学方法	139
第三节 小学数学教学活动	154
附录 课时教案举例	162
第四节 小学数学教学评价	164
第五章 数与代数的教学	187
第一节 数与代数在小学数学中的地位和作用	187

第二节	内容分析和教学要求	189
第三节	数与代数的教学研究	194
第六章	空间与图形的教学.....	244
第一节	空间与图形在小学数学中的地位和作用	244
第二节	内容分析与教学要求	246
第三节	空间与图形的教学研究	254
第七章	统计与概率的教学.....	276
第一节	统计与概率在小学数学中的地位和作用	276
第二节	内容分析与教学要求	279
第三节	统计与概率的教学研究	282
第八章	实践与综合应用的教学.....	296
第一节	实践与综合应用在小学数学中的地位作用	296
第二节	实践与综合应用的教学要求	304
第三节	实践与综合应用的教学研究	306

绪 论

教学是科学，也是艺术。教学是科学，自然有其不能不遵循的规律；教学是艺术，因此有教学水平高下的区分。

《小学数学教学与研究》就是一门和即将从事或正在从事小学数学教学以及其他关心小学数学教学工作的同志们一起探讨小学数学教学的规律、小学数学教学的艺术等问题的课程。

小学数学教学的地位作用

在人类发展的历史上，数学及其发展与人类社会的进步息息相关。随着科学技术和数学本身的发展，数学的应用越来越广泛，华罗庚先生曾经说过：“宇宙之大，粒子之微，火箭之速，日用之繁，无处不用数学。”20世纪中叶以来，数学自身发生了重大的变化，特别是与计算机的结合，使得数学在研究领域、研究方式和应用范围等方面有了很大的拓展。数学在科学的研究、社会生产乃至社会生活中的应用达到了空前的程度。数学可以帮助人们更好地探求客观世界的规律，对现代社会中大量纷繁复杂的信息作出恰当的判断和选择，同时为人们交流信息提供一种有效、简洁的手段。数学作为一种普遍适用的技术，有助于人们收集、整理、描述信息，建立数学模型，进而解决问题，直接为社会创造财富。总而言之，时至21世纪的今天，数学的影响已经遍及人类活动的所有领域，成为推进人类文明的不可或缺的重要因素。因此，具备一定的数学素养已成为现代社会对公民的基本要求。在基础教育中加强和改进数学教学已经成为世界各国尤其是经济强国普遍关注的重大课题。例如，由英国政府组织的“学校数学教育调查委员会”于1982年向英国政府提出了著名的题为《数学算数》的报告（《Mathematics Counts: Reports of the Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools under the

Chairmanship of Dr. W.H. Cockcroft)), 这个报告成为英国学校数学教育改革的纲领性文件，并在世界范围内发生了重大的影响；美国国家研究委员会 (National Research Council) 于 1989 年发表了题为《人人关心数学教育的未来——关于数学教育的未来致国民的一份报告》(《 Everybody Counts: A Report to the Nation on the Future of Mathematics Education 》) 的报告，该报告的主导思想是：为了使美国在未来世界能维持其超级大国的地位，必须首先维持其数学大国的地位，为此必须首先改革美国的数学教育，振兴美国的数学科学。数学教育的重要性由此可见一斑。

小学是整个教育体系中的基础部分，是为学生终身学习奠定基础的重要阶段。小学数学是基础教育的重要支柱科目之一。这一阶段的数学学习，既要使学生理解和掌握一些最基础的数学知识和技能，以初步满足他们日常生活中对数学的需要，又要为他们今后进一步学习数学以及学习其他学科奠定坚实的基础。

小学数学学习对于儿童还有其他方面的重要的教育价值。

数学作为人类的精神产品，它是文化的组成部分，它具有重大的文化价值。当儿童在接受数学教育的同时，他们的思维方式、价值取向、行为方式和情感意志等方面都会由于学习数学而产生微妙的变化。

例如，数学具有高度的抽象性和逻辑的严密性的特点，通过学习数学，有助于养成丰富的想象力，有助于发展儿童的思维能力。苏联的教育家就曾把数学誉为思维的体操。

数学逻辑的严密性和结论的确定性有助于使人们从狭隘的经验思维模式发展成科学的思维模式，有助于培养学生独立思考、勇于创新的科学精神以及实事求是、一丝不苟的科学态度。这些品格的养成，对形成儿童的良好的价值观、人生观、世界观，具有无可估量的重要意义。

小学数学在基础教育中不仅是非常重要的，而且无可替代的。

小学数学教学在我国的发展简史

小学数学教学通常是指在学校教育中，对大约 6 至 13 岁的儿童

进行的数学教育。从这个意义上说，我国的“小学数学教学”的历史可谓源远流长，仅据目前已有的文献记载，我国最迟在公元前11世纪的西周时期就有了小学。《礼记·王制》载：“天子命之教，然后为学，小学在公宫南之左，大学在郊”。西周学校教育的基本内容为六艺，即，礼、乐、射、御、书、数，其中包含了数学在内。

我国具有今天这种以班级授课、分科教学为主要特征的小学数学教学模式并不久远，从我国第一所近代小学堂——1878年在上海创办的“远师古小学教人之遗法，近采泰西小学之成规”的正蒙书院算起，至今不过100多年的历史¹。在这百余年里，我国的小学数学教学经历了几次地覆天翻的重大社会制度变革和社会生活由贫穷落后到日渐富足的变迁，经历了数学本身以及科学技术飞速进步的浸润，经历了各种教育教学理论的冲击。今天小学数学教学的面貌与100年前相比有了极大的不同。这一百多年的历史大约可分为三个时期：

1. 1878年—1911年，即辛亥革命之前

这是中国近代小学数学教学的创建时期。这一时期的主要工作是改革旧式私塾式的教学，建立近代的班级授课制度。这一时期小学数学教学的特点是：教学组织形式几乎完全是照搬外国，学制、教材以抄用日本为主；对小学数学的教学目的、任务、教学要求等方面的规定则相当模糊：“教学之目的、任务则始终不明确，……更不知教材要服从教学目的”²。

这一时期的重大事件是：1904年1月清朝政府颁布了《奏定学堂章程》（又称《癸卯学制》）。这是中国近代第一个由中央政府以法的形式在全国推行的学校教育制度。这是一个全盘模仿日本的文件。这个章程规定：小学堂分为初等小学堂和高等小学堂，初等小学堂学制5年，儿童7岁入学；高等小学堂学制4年。数学课程名称为《算术》，高小毕业时学生学完整数、小数、分数的四则运算，

¹近代班级授课制的出现，从17世纪捷克教育家夸美纽斯时代算起，至今有300多年的历史。

²董远春，施毓英，俞子夷教育论著选，北京：人民教育出版社，1991.第2、3页。

比例、百分数、求积、日用簿记³ 和珠算的加减乘除。高等小学堂算术课的教学目的、要求是：“使习四民皆所必须之算法，为将来自谋生计之基本”⁴。此时的教学法大多是注入式，即由教师口讲指画，学生纯粹处于被动的地位。

2. 1912 年—1949 年

1912 年中华民国成立，中国的小学数学教学从学习日本开始转向学习美国。

辛亥革命之后，当时的教育界急于改变中国教育体系单纯学习日本的状况，采用各种方式引进了欧美各国的一些“民主”的教学方式如“设计教学法”、“自学辅导法”等，并开始探索在中国国情条件下，如何进一步改进和完善小学数学教育。从而使整个小学数学教育界出现了各种教学法争相实验，多种教学思想相互争论的局面。迈出了中国小学数学教育由创立走向发展的第一步。

1919 年美国学者杜威 (John Dewey, 1859—1952) 应北京大学和中央教育部的邀请，来华讲学，先后到达奉天(现辽宁)、直隶(现河北)等 11 省，历时 2 年，使杜威的学说在中国产生了广泛的影响。1922 年以大总统令的形式颁布《学校系统改革草案》，即《壬戌学制》。这个方案是在杜威来华讲学，美国的教育模式基本为中国教育界所接受之后出现的，它标志着中国教育在指导思想上基本实现了以日本的教学思想为主导向以美国教学思想为主导的转变。

1923 年，我国第一个独立的、形态较为完整的《小学算术课程纲要》(相当于后来的教学大纲) 正式出台。这个纲要关于小学数学教学的目的规定如下：“目的：练习处理数和量的问题，以运用处理问题的必要工具。要点如下：

- (1) 在日常的游戏和作业里，得到数量方面的经验。
- (2) 能解决自己生活状况里的问题。
- (3) 能自己寻求问题的解决法。

³簿记，会计工作中关于填写凭证，登记帐簿和结帐工作的统称。

⁴课程教材研究所。20世纪中国中小学课程标准、教学大纲汇编数学卷。北京：人民教育出版社，2001. 第 8 页。

(4) 有计算正确而且敏速的习惯.”⁵

在总计 4 条的“要点”中，强调“儿童中心”的就占了 3 条，表明这个纲要带有明显的杜威实用主义教育思想的印记。这是在中国数学教育史上第一次将尊重儿童的天赋能力和主动精神作为教育宗旨如此明确地提出来，其进步意义是十分重大的。

要点之第二点，“解决生活状况里的问题”，继承了我国教育自古以来的学以致用的优良传统。这一点在以后长达几十年的时间里，在多次修改和重新编制的大纲里都得到了保留。

1929 年，由教育部颁布了《小学课程暂行标准》，其中关于小学算术的教学目标提出了知识、技能和思维三个方面的要求，形成我国小学数学教学目标的基本框架。这三方面要求的具体表述是：

- (1) 助长儿童生活中关于数的常识和经验。
- (2) 养成儿童解决日常生活里数量问题的实力。
- (3) 炼成儿童日常计算敏速和准确的习惯。⁶

这个目标在以后的几次修订课程标准时继续沿用，直至 1948 年才有了实质性的改变。

这种教学目的长期相对稳定的现象并不意味着这一阶段我国小学数学教育没有进步。实际上恰恰相反，这一时期小学教育的研究非常活跃，对教材的研究、对教学法的研究、各种教学法的实验，甚至在八年抗战期间也不曾中断。1937 年，仅商务印书馆就出版了《复兴算术教学法》、《小学珠算教材和教法》、《小学算术教学法》等一大批具有代表性的小学数学教学研究的著作，表明我国教育界在小学数学教学研究方面孜孜不倦的努力和取得的显著成绩。

这一时期中，在中国共产党领导的中央苏区和陕甘宁边区的小学数学教育，尽管条件艰苦，但仍搞得有声有色，也有相当不错的成绩，并为新中国的小学数学教育积累了一定的经验。

3. 1949 年以后

1949 年 10 月 1 日，中华人民共和国的诞生，在中国历史上翻

⁵ 课程教材研究所. 20 世纪中国中小学课程标准、教学大纲汇编数学卷. 北京：人民教育出版社，2001. 第 14 页。

⁶ 同上. 第 17 页。

开了新的一页，中国的小学数学教育也随之进入了一个新的发展时期。

综观这一时期的小学数学教育，又可分为三大阶段：1949—1966年；1966年—1976年和1977年以后。

1949—1957年，中国的小学数学教学从学习欧美转向学习苏联，做法非常类似清朝末年近代小学数学教育初创时期学习日本的情况。这一时期，我国中小学的数学教学大纲和教材基本上是苏联教学大纲和教材的翻版。1956年，毛泽东、周恩来对照搬苏联的情况提出了批评，从此开始了总结学习外国的经验和教训，试图在继承中国优秀教育传统的基础上改革小学数学教育的过程，并在1966年达到一个新的高度。

这一时期小学数学教学的特点是：(1) 1952年，中央教育部制订了全国统一的学校算术教学大纲，编写了全国统一的学校算术教材，结束了建国初期各地教学要求和教学内容不尽相同的局面。开始了长达近50年的全国统一的算术教学要求和教学内容的过程。(2) 解放以后，杜威的实用主义教育思想被批判，随机教学、设计教学法等教学法被否定，代之而起的是来自苏联的五环节教学法(组织教学、检查复习、新课教学、巩固练习、布置作业)。

1966年开始的“文化大革命”打乱了这一进程，直至1976年文化大革命结束。这期间，中国的教育走了很长的一段弯路，留给我们的多是一些沉重的回忆，积极的东西不多。

自1978年我国开始积极构建适合我国国情的基础教育体系，小学数学教学研究开始了新的发展之路。特别是1986年4月由全国人民代表大会通过并开始施行的《中华人民共和国义务教育法》，标志着小学教育不再为部分儿童所享有，而成为全国所有儿童都应享有的权利和义务，使得小学数学教育的性质发生了根本的改变。

这一时期小学数学发展的详细情况我们将在后面的章节中做具体的介绍。

本书研究的内容以及研究的基本方法

《小学数学教学与研究》要研究的问题有三大类：小学数学要