

社 知 愛
編 新
識 常 科 各
答 問

1930

上海新聲書局印行

新編各科常識問答

(全書目次)

甲 集

(A) 算 術

(B) 代 數 學

(C) 幾 何 學

(D) 三 角 法

(E) 物 理 學

(F) 化 學

乙 集

(A) 三 民 主 義

(B) 新 時 代 常 識

(C) 新 文 學 常 識

(D) 英 文 構 造

(E) 歷 史 (中 國, 外 國)

(F) 地 理 (本 國, 世 界)

(G) 博 物 (生 理, 動 物, 植 物, 鑛 物)

算術問答目次

I	四則	...	...	...	...	...	...	...	1
II	約數及倍數	...	...	...	...	...	...	...	23
III	分數	...	...	...	...	...	...	...	30
IV	複名數	...	...	...	...	...	...	...	66
V	比及比例	...	...	...	...	...	...	...	72
VI	百分算	...	...	...	...	...	...	...	102
VII	開方及求積法	...	...	...	...	...	...	...	114
VIII	級數	...	...	...	...	...	...	...	123

代數學問答目次

I 式之變形

(A) 乘法公式及其應用	...	...	...	...	1
(B) 因數分解法	...	...	...	...	6
(C) 剩餘定理及未定係數法	...	...	...	...	20
(D) 對稱式及交代式	...	...	...	...	31
(E) 約數及倍數	...	...	...	...	37
(F) 分數	...	...	...	...	44
(G) 指數及幕根	...	...	...	...	62

II 方程式

(A) 一次方程式	...	...	...	...	73
(B) 一元二次方程式	...	...	...	...	86
(C) 高次方程式	...	...	...	...	106
(D) 分數方程式	...	...	...	...	116
(E) 無理方程式	...	...	...	...	126
(F) 聯立二次方程式及消去法	...	...	...	...	135

III 不等式及極大極小

IV 方程式應用問題

V 比及比例

VI 級數

VII 對數及指數方程式

幾何學問答目次

I 直線形	...	...	...	...	...	...	...	...	1
II 圓	...	...	...	...	...	...	...	...	18
III 面積	...	...	...	...	...	...	...	...	33
IV 比及比例	...	...	...	...	...	...	...	...	51
V 軌跡	...	...	...	...	...	...	...	...	74
VI 作圖	...	...	...	...	...	...	...	...	92
VII 特殊問題	...	...	...	...	...	...	...	...	122

(A) 平行移動法

(B) 對稱移動法

(C) 三點一直線

(D) 三線會一點

(E) 一定量, 附定方向, 定點通過, 定圓切線

(F) 常識題

算術解法問答

I. 四 則

(A) 摘要

a. 關於加法的定理

(1) $甲 + 乙 + 丙 = 乙 + 丙 + 甲 = 丙 + 甲 + 乙 = 乙 + 甲 + 丙 \cdots \cdots$ 等

(2) $甲 + 乙 + 丙 = 甲 + (乙 + 丙)$

(3) $甲 + (乙 + 丙) = 甲 + 乙 + 丙$

b. 關於減法的定理

(1) 被減數 - 減數 = 差

(2) 減數 + 差 = 被減數

(3) 被減數 - 差 = 減數

(4) $甲 - 乙 - 丙 = 甲 - 丙 - 乙$

(5) $甲 - 乙 - 丙 = 甲 - (乙 + 丙)$

(6) $甲 - (乙 + 丙) = 甲 - 乙 - 丙$

(7) $(甲 + 丙) - 乙 = 甲 - 乙 + 丙$

(8) $(甲 + 丙) - (乙 + 丙) = 甲 - 乙$

(9) $(甲 - 丙) - (乙 - 丙) = 甲 - 乙$

(10) $甲 + 乙 = (甲 + 丙) + (乙 - 丙)$

$$(11) \text{ 甲} - \text{乙} = (\text{甲} + \text{丙}) - (\text{乙} + \text{丙})$$

$$= (\text{甲} - \text{丙}) - (\text{乙} - \text{丙})$$

c. 關於乘法的定理

$$(1) \text{ 甲} \times \text{乙} = \text{乙} \times \text{甲}$$

$$(2) \text{ 甲} \times \text{乙} \times \text{丙} = \text{甲} \times \text{丙} \times \text{乙} = \text{丙} \times \text{甲} \times \text{乙} \dots\dots \text{等}$$

$$(3) \text{ 甲} \times \text{乙} \times \text{丙} = \text{甲} \times (\text{乙} \times \text{丙})$$

$$(4) \text{ 甲} \times (\text{乙} \times \text{丙}) = \text{甲} \times \text{乙} \times \text{丙}$$

$$(5) (\text{甲} \times \text{乙}) \times \text{丙} = (\text{甲} \times \text{丙}) \times \text{乙} = \text{甲} \times (\text{乙} \times \text{丙}) \dots\dots$$

...等

$$(6) \text{ 甲} \times \text{乙} \times \text{丙} \times \text{丁} = (\text{甲} \times \text{乙}) \times (\text{丙} \times \text{丁})$$

$$= (\text{甲} \times \text{乙} \times \text{丙}) \times \text{丁} = \text{甲} \times (\text{乙} \times \text{丙} \times \text{丁})$$

$$= (\text{甲} \times \text{丁}) \times (\text{乙} \times \text{丙}) = (\text{乙} \times \text{丁}) \times (\text{甲} \times \text{丙})$$

.....等。

$$(7) (\text{甲} + \text{乙} + \text{丙}) \times \text{丁} = (\text{甲} \times \text{丁}) + (\text{乙} \times \text{丁}) +$$

$$(\text{丙} \times \text{丁})$$

$$(8) (\text{甲} - \text{乙}) \times \text{丙} = (\text{甲} \times \text{丙}) - (\text{乙} \times \text{丙})$$

$$(9) (\text{甲} \times \text{丁}) + (\text{乙} \times \text{丁}) + (\text{丙} \times \text{丁}) = (\text{甲} + \text{乙} +$$

$$\text{丙}) \times \text{丁}$$

$$(10) (\text{甲} + \text{乙} - \text{丙}) \times \text{丁} = \text{甲} \times \text{丁} + \text{乙} \times \text{丁} - \text{丙} \times \text{丁}$$

$$(11) \text{ 甲} \times 1 = \text{甲}$$

$$1 \times \text{甲} = \text{甲}$$

$$\text{甲} \times 0 = 0$$

$$\text{乙} \times 0 = 0$$

d. 關於除法的定理，

$$(1) \text{實} = (\text{法} \times \text{商}) \text{或} (\text{商} \times \text{法})$$

$$\text{又實} = (\text{法} \times \text{商}) \text{或} (\text{商} \times \text{法}) + \text{殘餘},$$

$$(2) \text{甲} \div \text{乙} \div \text{丙} = \text{甲} \div \text{丙} \div \text{乙}$$

$$(3) \text{甲} \div \text{乙} \div \text{丙} = \text{甲} \div (\text{乙} \times \text{丙})$$

$$(4) \text{甲} \div (\text{乙} \times \text{丙}) = \text{甲} \div \text{乙} \div \text{丙}$$

$$(5) (\text{甲} \times \text{丙}) \div \text{乙} = (\text{甲} \div \text{乙}) \times \text{丙}$$

$$(6) (\text{甲} \div \text{丙}) \div \text{乙} = \text{甲} \div \text{乙} \div \text{丙}$$

$$(7) \text{甲} \div (\text{乙} \div \text{丙}) = \text{甲} \div \text{乙} \times \text{丙}$$

$$(8) (\text{甲} \times \text{丙}) \div (\text{乙} \times \text{丙}) = \text{甲} \div \text{乙}$$

$$(9) (\text{甲} \div \text{丙}) \div (\text{乙} \div \text{丙}) = \text{甲} \div \text{乙}$$

$$(10) (\text{甲} + \text{乙} + \text{丙}) \div \text{丁} = (\text{甲} \div \text{丁}) + (\text{乙} \div \text{丁}) + (\text{丙} \div \text{丁})$$

$$(11) (\text{甲} + \text{乙} - \text{丙}) \div \text{丁} = (\text{甲} \div \text{丁}) + (\text{乙} \div \text{丁}) - (\text{丙} \div \text{丁})$$

$$(12) (\text{甲} \div \text{丁}) + (\text{乙} \div \text{丁}) + (\text{丙} \div \text{丁}) = (\text{甲} + \text{乙} + \text{丙}) \div \text{丁}$$

$$(13) (\text{甲} - \text{乙}) \div \text{丙} = (\text{甲} \div \text{丙}) - (\text{乙} \div \text{丙})$$

$$(14) (\text{甲} \div \text{丙}) \div (\text{乙} \div \text{丙}) = (\text{甲} - \text{乙}) \div \text{丙}$$

$$(15) \text{ 甲} \times \text{乙} \div \text{丙} \times \text{丁} \div \text{戊}$$

$$= \text{甲} \div \text{丙} \times \text{乙} \times \text{丁} \div \text{戊} = \text{甲} \div \text{戊} \div \text{丙} \times \text{乙} \times \text{丁}$$

$$= \text{甲} \times \text{乙} \times \text{丁} \div \text{丙} \div \text{戊} = (\text{甲} \times \text{乙} \times \text{丁}) \div (\text{丙} \times \text{戊}) \cdots \cdots \text{等}$$

$$(16) \text{ 若 } \text{甲} \div \text{乙} = \text{丙}$$

$$\text{則 } \text{甲} \times \text{丁} \div \text{乙} = \text{丙} \times \text{丁}$$

$$\text{甲} \div \text{丁} \div \text{乙} = \text{丙} \div \text{丁}$$

$$\text{甲} \div (\text{乙} \times \text{丁}) = \text{丙} \div \text{丁}$$

$$\text{甲} \div (\text{乙} \div \text{丁}) = \text{丙} \times \text{丁}$$

$$(\text{甲} \times \text{丁}) \div (\text{乙} \times \text{丁}) = \text{丙}$$

$$(\text{甲} \div \text{丁}) \div (\text{乙} \div \text{丁}) = \text{丙}$$

$$(17) \text{ 甲} \div 1 = \text{甲}$$

$$\text{甲} \div \text{甲} = 1$$

$$\text{甲} \div 0 = 0$$

$$\text{乙} \div 0 = 0$$

e. 指數定理

(1) 10 之若干冪 (方乘) 與在 1 的右邊添上指數之數的 0 相等。

$$(2) \text{ 甲}^{\text{乙}} \times \text{甲}^{\text{丙}} = \text{甲}^{\text{乙} + \text{丙}}$$

$$(3) (\text{甲}^{\text{乙}})^{\text{丙}} = \text{甲}^{\text{乙} \times \text{丙}}$$

$$(4) \text{ 若 } \text{乙} > \text{丙} \text{ 時。 } \text{甲}^{\text{乙}} \div \text{甲}^{\text{丙}} = \text{甲}^{\text{乙} - \text{丙}}$$

$$(5) \text{ 甲}^0 = 1 \quad \text{乙}^0 = 1 \quad \text{丙}^0 = 1$$

f. 其他

- (1) 有加減符號的式，由左至右順次計算，
 - (2) 有乘除符號的式，由左至右順次計算，
 - (3) 有加減乘除符號的式，須先乘除(2)後加減(1)
 - (4) 有括弧及括線的式，須先由括弧或括線內算起。
- (注意) 甲，乙，丙，丁，戊，皆係代表某數

(B) 問題及解法

- (1) 有大小二數，其和為80，差為16，求二數？

解： $80 + 16 = 96$ 大數的二倍

$$96 \div 2 = 48 \text{ 大數}$$

$$48 - 16 = 32 \text{ 小數，} \quad \text{答大48 小32}$$

或： $(80 - 16) \div 2 = 32$ 小數

$$(80 + 16) \div 2 = 48 \text{ 大數}$$

(注意) 此種問題謂之和差問題，就是知道二數的和與差而求二數，一般的解法公式為

$$\text{大數} = (\text{和} + \text{差}) \div 2$$

$$\text{小數} = (\text{和} - \text{差}) \div 2$$

- (2) 有金85元，分與甲乙二人，甲所得金比乙多15元

$$01 (85 - 15) \div 2 = 35 \quad \text{小乙} \quad 35 + 15 = 50$$

，問各得若干(16中大)

$$\text{解：}(85+15)\div 2=100\div 2=50\text{元}$$

$$(85-15)\div 2=70\div 2=35\text{元} \quad \text{答甲得50元} \quad \text{乙得35元}$$

(3) 男女各四人25日工資合計95元，男比女一人一日多2角5分，問男女每日資各若干？

$$\begin{aligned} \text{解：} & 95\text{元}\div(4\times 25)=0.95\text{元}\cdots\cdots\text{男女各一日工資之} \\ & \text{和，}(0.95\text{元}+0.25\text{元})\div 2=0.60\cdots\cdots\text{男一人一} \\ & \text{日之工資，}0.95\text{元}-0.60\text{元}=0.35\cdots\cdots\text{女一人一} \\ & \text{日之工資} \quad \text{答男6角} \quad \text{女3角} \frac{5}{5}\text{分，} \end{aligned}$$

$$\text{或：} 95\text{元}\div(4\times 25)=0.95\text{元}$$

$$(0.95\text{元}-0.25\text{元})\div 2=0.35\text{元}$$

$$0.35+0.25=0.60\text{元}$$

$$\text{答男6角，} \quad \text{女3角5分，}$$

(4) 池周1200丈，甲乙二人環行之，在同所各向反對之方向而行，則12分鐘相會，若同方向而行，則1時間之後，甲從乙之後而追及，問甲乙之速度，每分時各若干？

$$\text{解：} 1200\text{丈}\div 12=100\text{丈}\cdots\cdots\text{甲乙一分時間之速之和}$$

$$1200\text{丈}\div 60=20\text{丈}\cdots\cdots\text{甲乙每分之速之差}$$

$$(100\text{丈}+20\text{丈})\div 2=60\text{丈}\cdots\cdots\text{甲每分時之速}$$

$$100\text{丈} - 60\text{丈} = 40\text{丈} \cdots \cdots \text{乙每分時之速}$$

答甲60丈 乙40丈

(5) 長十二里半之河流，甲水夫上行需 15 時間，下行需 5 時間，乙水夫上行需 30 時間，下行需若干時間？

解： $[(12.5\text{里} \div 5) - (12.5\text{里} \div 15)] \div 2 \cdots$ 水速每時之速
 $12.5\text{里} \div 30 \cdots \cdots$ 乙上行與流水之速之差，於此加流水之二倍得乙下行之速

$$\therefore 12.5\text{里} \div [12.5\text{里} \div 30 + (12.5\text{里} \div 5 - 12.5\text{里} \div 15) \div 2 \times 2] = 6\text{時間}$$

答 6 時間

(6) 有天米價，上米為 39 元 5 角 9 分，中米為 38 元 6 角 3 分，下米為 37 元 7 角，問上中下平均之價格幾何，又平均一元買幾升？

解：一般總數 $\div$ 個數 = 平均

$$\text{故 } (39.59\text{元} + 38.63\text{元} + 37.7\text{元}) \div 3 = 38.64\text{元}$$

$$38.64\text{元} \div 100 = 0.3864\text{元} \cdots \cdots \text{一升之價}$$

$$1\text{元} \div 0.3864\text{元} = 2.59\text{弱}$$

答 38 元 6 角 4 分， 2.59 升

(7) 有長 165 丈的道路之一邊，每三丈植柳樹一株，問共需柳樹幾株？

解： $165\text{丈} \div 3\text{丈} = 55 \cdots \cdots$ 間隔數，

但樹數比間隔數要多 1

故 $55 + 1 = 56$

答 56 株

(注意) 此種問題一般的解法爲

全距離 $\div$ 間數 $+ 1 =$ 樹數，

(8) 道路左旁每 4 尺植一柳，右旁每 6 尺植一櫻，今櫻柳相對已有 50 回，問中間道路之長若干 (14 北工大)

解：題意一爲 4 尺一爲 6 尺

則每 12 尺可對一次即其 L. c. m.

但首次相對無須距離，故距離段數較所對次數須少 1，今相對爲 50 回

$\therefore (50 - 1) \times 12 = 588$ 尺

答中間道路之長 588 尺

(9) 父 49 歲，長子 25 歲，次子 20 歲，末子 16 歲，幾年前父年等於三子年令之和？

解：現在三子年令之和爲 $(25 + 20 + 16) = 61$

父與三子之差爲 $(25 + 20 + 16) - 49 = 12$

然每過一年，父比三子之年少 2 歲，即 $3 - 1 = 2$ 由

是所求之年數爲 $(25 + 20 + 16 - 49) \div (3 - 1)$

即 $12 \div 2 = 6$

答 6 年前

(注意) 凡年令問題其年令之差常不變

(10) 父現年30歲，子現年4歲，問父年爲子年之二倍，須在若干年後(14.武商大)

解：父子現年相差爲 $30-4=26$

以後父增1歲子亦增1歲，則26歲之差數毫無增減，今題云父爲子之二倍，則父子年令之差爲子年之 $(2-1)$ 倍

$$\therefore 26 \div (2-1) = 26 \cdots \cdots \text{子年}$$

$$26 \times 2 = 52 \cdots \cdots \text{父年}$$

故父年爲子年之二倍應在 $26-4=22$ 年後

答22年後

(11) 有父子二人，現年相差24歲，六年後，父年爲子年之三倍，父與子之現年各幾何 (16北師大)

解：父子年令相差24歲，六年後仍差24歲，

題云父年爲子之三倍，則子現年應爲

$$[24 \div (3-1)] - 6 = 24 \div 2 - 6 = 12 - 6 = 6 \text{歲}$$

故父之現年爲 $24+6=30$ 歲 答父30歲，子6歲

(12) 設有上下二等酒，上等每斤價銀五分，下等每斤價銀三分，今以二等酒相合一處，共重一百斤，每斤價銀三分六厘，問二等酒各若干？(13.北大)

解：設A爲上等酒斤數，但知上下二等合爲一百斤，又知

其混合價銀爲三分六厘，設想此一百斤混合酒全爲下等，可知共銀三百分，但現在實得 $3.6 \times 100 = 360$ 分而原價之差爲 $5-3$ 故知 $A = (360 - 300) \div (5 - 3) = 60 \div 2 = 30$ 斤 $\therefore$ 下等酒 $= 100 - 30 = 70$ 斤

答上酒30斤 下酒70斤，

(13) 以五百元分給甲乙丙三人，乙較甲多五十元，丙所得等於甲乙所得之和，問三人各得若干元 (15.北農大)

解： $500 - 2 \times 50 = 400$ (正爲甲之4倍)

$\therefore 400 \div 4 = 100$ 元……甲所得

$100 + 50 = 150$ 元……乙所得

$100 + 150 = 250$ 元……丙所得

答甲100元 乙150元 丙250元

(14) 甲年爲乙年之五倍，5年後爲乙年之3倍，求各現在之年令？

解： $5 \times 5 = 25$ ……若甲常爲乙年之5倍，5年後甲應

加之歲數，

$25 - 5 = 20$ ……5年後甲爲乙之5倍所少之歲數，

$5 - 3 = 2$ ……5年後甲爲乙之5倍所少之倍數，

$20 \div 2 = 10$ ……5年後乙之年令

$\therefore$ 乙現年爲 $10 - 5 = 5$ 歲

甲現年爲 $5 \times 5 = 25$ 歲

答甲25歲， 乙5歲，

(15) 甲汽船在乙汽船之前6里，共向同一之航路前進，今已知甲乙兩船之速力，每時甲爲十三里，乙爲十四里半，問乙追及甲須若干時，又追及地點在離出發點幾里的地方？

解：每時乙近甲 $14.5 \text{里} - 13 \text{里} = 1.5 \text{里}$

今相隔6里，故所求之時間爲 $6 \text{里} \div 1.5 \text{里} = 4$

∴ 兩地距離爲 $14.5 \times 4 = 58.0$

答4時，58里，

(16) 東西兩地相距3600里，甲自東至西須120日，乙自西至東須80日，今甲乙二人同時相向而行，問若干日相遇？

解：甲1日行 $3600 \text{里} \div 120 = 30 \text{里}$

乙1日行 $3600 \text{里} \div 80 = 45 \text{里}$

∴ 甲乙二人1日共行 $30 \text{里} + 45 \text{里} = 75 \text{里}$

故所求之日數爲 $3600 \text{里} \div 75 \text{里} = 48$ 答48日

(注意) 凡追及及相遇的問題，一般解法爲

a, 反對方向進行的時候

相遇時間 = 距離 $\div$ 速度之和。

b, 同方向進行的時候

追及時間 = 距離 ÷ 速度之差。

(17) 有人預計時刻行至某地，每時行2里，則遲4時；
每時行2.5里，則早二時，問此兩地之距離？

解：設每時行2里之甲與每時行2.5之乙，

同時同地出發，考之至預計時間而休息，則想像

而知甲乙之距離為 $(2\text{里} \times 4 + 2.5\text{里} \times 2) = 13\text{里}$

然每時行程之差為 $2.5\text{里} - 2\text{里} = 0.5\text{里}$

由是自出發至預計之時為 $13\text{里} \div 0.5\text{里} = 0.26\text{里}$

即26時間，

故兩地之距離為 $2\text{里} \times (26 + 4) = 60\text{里}$

答60里

(18) 甲乙二人同時同地出發，經1時後，甲因遺忘物件，返出發地30分後再出發，問自最初至後追及之時間？

但甲每時行5里，乙每時行3里，

解：以甲1時間行1時間返又費30分，而乙比甲先 $(1 +$

$1 + 0.5)$ 時間，其距離為 $3\text{里} \times 2.5 = 7.5\text{里}$ 至追

及之時間為 $7.5\text{里} \div (5\text{里} - 3\text{里}) = 3.75$

故自最初之時間為 $1 + 1 + 0.5 + 3.75 = 6.25$ 即6.25

小時

答6.25時