

王后雄学案

教材完全解读

总策划：熊 辉



6大奇迹引发学考革命
推动学习模式全面升级

国际首创 ✓
考向指引 ✓
考试工具 ✓

同步突破 ✓
典例导思 ✓
核心预测 ✓

数学 九年级(上)

配湘教版

丛书主编：王后雄
本册主编：王金榜



中国青年出版社

王后雄学案

教材完全解读

总策划：熊 辉

数学 九年级(上)

配湘教版

丛书主编：王后雄
本册主编：王金榜
编委：王方邵 徐雅林 吴高孙 罗付张 刘

欣楠
静畅
相涛
凡亚
洋盼
玮



小熊图书

中国青年出版社

(京)新登字083号

图书在版编目(CIP)数据

教材完全解读:湘教版.九年级数学.上/王后雄主编.

—3版. —北京:中国青年出版社,2009

ISBN 978-7-5006-7426-9

I.教... II.王... III.数学课—初中—教学参考资料 IV.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第063416号

策 划:熊 辉

责任编辑:李 扬

封面设计:钟 培

教材完全解读

数学 九年级(上) 配湘教版

中国青年出版社 出版发行

社址:北京东四12条21号 邮政编码:100708

网址: www.cyp.com.cn

编辑部电话:(010)64034328

读者服务热线:(027)61883306

咸宁市国宾印务有限公司印制 新华书店经销

889 × 1194 1/16 9.5印张 251千字

2009年5月北京第3版 2009年5月湖北第4次印刷

印数:15001—20000册

定价:16.30元

本书如有任何印装质量问题,请与承印厂联系调换

联系电话:(027)61883355

005584 8888

教材完全解读

本书特点

基础教育新课标改革已如火如荼地展开，新课程教材助学助考的开发问题已成为人们关注的焦点。应广大读者的要求，我们特邀来自国家新课程改革试验区和国家级培训班的专家编写课标版《教材完全解读》丛书。该系列丛书能帮助学生掌握新的课程标准，让学生能够按照课程理念和教材学习目标要求科学、高效地学习。该书以“透析全解、双栏对照、服务学生”为宗旨，助您走向成功。

这套丛书在整体设计上有两个突出的特点：一是双栏对照，对教材全解全析，在学科层次上力求讲深、讲透、讲出特色；另一个就是注重典型案例学习，突出鲜活、典型和示范的特点。

为了让您更充分地理解本书的特点，挑战学习的极限，请您在选购和使用本书时，先阅读本书的使用方法图示。

3层完全解读

从知识、方法、思维三个方面诠释教材知识点和方法点，帮您形成答题要点、解题思维，理清解题思路、揭示考点实质和内涵。

整体训练方法

针对本节重点、难点、考点及考试能力达标所设计的题目。题目难度适中，是形成能力、考试取得高分的必经阶梯。

解题错因导引

“点击考例”栏目导引每一道试题的“测试要点”。当您解题出错时，建议您通过“测试要点”的指向，弄清致错原因，形成正确答案。

第11章 多彩的物质世界

第11章 多彩的物质世界

第一节 宇宙和微观世界

**课标三维目标**

1. 知道宇宙是由物质组成的，物质是由分子或原子组成的；了解原子的核式结构模型，大致了解物质世界的尺度。

2. 了解固态、液态、气态的微观模型，体会用物理模型进行科学探究的方法。

解题依据

1 知识·能力聚焦

1. 宇宙是由物质组成的
(1) 宇宙中拥有数十亿个星系，银河系只是其中的一个，银河系中包含的天体都是由物质组成的。

2 方法·技巧平台

5. 正确认识物质世界从宏观到微观的大致尺度
宇宙世界的大小顺序是：宇宙、银河系、太阳系、地月系，如图11-1-2。

3 创新·思维拓展

6. 利用固体、液体、气体的宏观现象探究分子运动、分子间作用力等微观特征
(1) 物质是由分子组成的，而分子之间并不是没有间隙，如用一注射器密封一段空气柱，当向内压活

4 能力·题型设计

速效基础演练

1. 下列说法中正确的是()。
A. 地球及其他一切天体都是由物质组成的
B. 有的物质在运动，有的物质静止不动
C. 构成宇宙的成分尚未研究清楚
D. 宇宙不全是物质组成

点击考例

测试要点1
[例题1]
昆明中考题
测试要点1
[例题]

教材课后习题解答

知识提升突破

如图11-1-7甲是卢瑟福用 α 粒子轰击原子而产生散射的实验，在分析实验结果后，他提出了如图11-1-7乙所示的原子核结构，卢瑟福的这一研究过程是一个()。

名师答疑

【例题1】 微观粒子与宇宙天体有很多相似之处，下列说法中错误的是()。
A. 原子的结构与太阳系的结构很相似
B. 宇宙天体、分子都在水不停息地运动
C. 天体之间、分子之间都存在相互作用力
D. 宇宙天体、分子的运动都没有规律
基础题 ◆ 2008·江苏盐城
【解析】 宇宙广阔难以想像，它是由数十亿个星系组成的，地球和太阳在宇宙中如同沧海一粟，无论是像地球一样的行星，还是像太阳一样发热发光的恒星，宇宙中各个天体都是由物质组成的，各个天体以及组成它们的物质都处于不停地运动和发展中。
【答案】 D
【点评】 不要以为人类作为万物之灵，人类居住的地球就是宇宙的中心；不要因为感觉到我们脚下的地球是不动的，就认为世界是静止的。我们看到太阳、星星，通过科学研究分析，认识到宇宙是广阔无垠的，是在不停地运动发展的。

【动手动脑学物理】(课本第8页)
1. 本题具有开放性，同学们可以有较大的发挥空间。
气体：像空气，分子间距大，分子间的作用力极小，气体容易被压缩，有流动性。

- 1 -

教辅大师、特级教师王后雄教授科学超前的体例设置，帮您赢在学习起点，成就人生夙愿。

——题记

最新3年中考名题诠释

汇集中考名题，讲解细致入微，教纲、考纲，双向例释；练习、考试，讲解透彻；多学、精练，效果显著。

单元知识整合

单元知识与方法网络化，帮助您将本单元所学教材内容系统化，形成对考点知识二次提炼与升华，全面提高学习效率。

考试高分保障

精心选编涵盖本章节或阶段性知识和能力要求的检测试题，梯度合理、层次分明，与同步考试接轨，利于您同步自我测评，查缺补漏。

点拨解题思路

试题皆提供详细的解题步骤和思路点拨，鼓励一题多解。不但知其然，且知其所以然，帮助您养成良好规范的答题习惯。

教材完全解读 物理 九年级(全一册) 配人课版

最新3年中考名题诠释

中考题型认证

中考的主要命题点为：(1)原子的结构(见1.2题)；(2)固态、液态、气态的微观模型(见3题)；(3)物质世界从微观到宏观的尺度(见4.6题)；(4)物质是由分子和原子组成的(见5题)。题型主要为选择题、填空题。

2. (2008·安徽) 关于原子和原子核，以下叙述正确的是()。
- A. 原子核位于原子的中央，带负电
B. 原子核外的电子带负电，并固定在某一位置
C. 原子核带正电，电子带负电

【解析】 原子是由位于中心的原子核和核外电子组成的；原子核是由带正电的质子和不带电的中子组成的，原子核带正电核外电子带负电，故原子向外不显电性，并且核外电子围绕原子核高速运动。

【答案】 C

单元知识梳理与能力整合



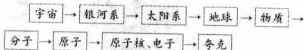
命题形式在填空题、选择题、实验题中，通过计算出物质的密度，对照物质密度表，鉴别物质的种类，从而将物理知识与现实生活紧密联系在一起。

归纳、总结、专题

一、本单元知识结构

二、方法规律总结

1. 物质世界的尺度



2. 质量及测量

(1) 质量是物质的属性，它不随物体的位置、状态、形状的改变而改变。

新典型题分类剖析

类型1 微观物质结构的认识

【例1】 (2008·梅州) 在探索微观世界的历程中，人们首先发现了电子，进而认识到原子是由()。

- A. 质子和电子组成的 B. 质子和中子组成的
C. 原子核和核外电子组成的 D. 原子核和中子组成的

【解析】 原子由原子核和核外电子构成，原子核由质子和中子组成，质子和中子由更小的微粒夸克构成。

【答案】 C

【点评】 世界是由物质构成，物质由分子或原子构成。

知识与能力同步测控题

测试时间：90分钟 测试满分：100分

一、选择题(每小题3分，共30分)

1. (2008·成都) 原子结构与下列事物结构最相似的是()。
- A. 蛋糕 B. 面包 C. 地球 D. 太阳系

2. (2008·南京) 小明在学习“从粒子到宇宙”的知识后，有下列认识，其中正确的是()。

- A. 雪花漫天飞舞说明分子在做无规则运动
B. 宇宙是一个有层次的天体结构系统，地球是宇宙的中心

答案与提示

第11章

第一节 宇宙和微观世界 能力题型设计

2 =

★进阶基础演练

1. A 2. A
3. A 【提示】在太阳系中，行星绕太阳转与电子绕原子核转动相似。

4. C

5. 光年 纳米(或 10^{-10} 米)

6. C

★能力提升突破

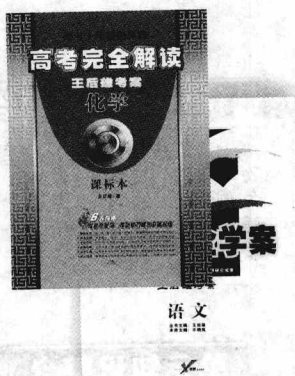
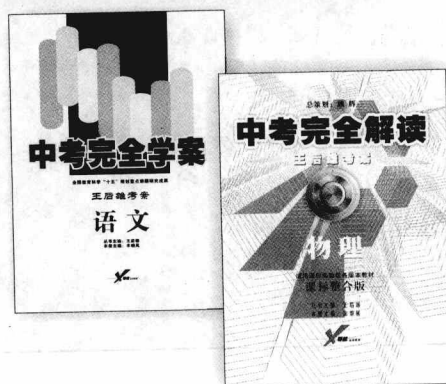
1. (1) 物质 (2) 石块 冰块 尘埃

2. A

小熊图书 最新教辅

讲 《中考完全解读》 复习讲解—紧扼中考的脉搏

练 《中考完全学案》 难点突破—挑战思维的极限



讲 《高考完全解读》 精湛解析—把握高考的方向

练 《高考完全学案》 阶段测试—进入实战的演练

讲 《教材完全解读》 细致讲解—汲取教材的精髓

例 《课标导航·基础知识手册》 透析题型—掌握知识的法宝

练 《教材完全学案》 夯实基础—奠定能力的基石



伴随着新的课程标准问世及新版教材的推广，经过多年的锤炼与优化，数次的修订与改版，如今的“小熊图书”以精益求精的质量、独具匠心的创意，已成为备受广大读者青睐的品牌图书。今天，我们已形成了高效、实用的同步练习与应试复习丛书体系，如果您能结合自身的实际情况配套使用，一定能取得立竿见影的效果。

真诚回馈

参与

有礼

读者反馈
抽奖活动
全面升级

三重好礼送不停

只要您如实填写以下内容并寄给我们，将有机会参加我们的三重抽奖活动。

- 1.QQ号每月抽奖：每月我们将会抽取10个幸运QQ号，奖Q币10个。
- 2.手机号码每月抽奖：每月我们将会抽取20个幸运手机号，奖价值50元的礼品一份，奖品每月在www.xxts.com.cn上更新，欢迎登录查询。
- 3.来信每学年抽奖：每个学年，我们将会抽取100名幸运读者，奖价值200元的礼品一份，此礼品由您自行填写，我们将尽最大的努力满足您的愿望。

您最希望得到的**礼品** 200元以下



A



B



C

获奖名单将在www.xxts.com.cn上公布，更多网络直销优惠活动同步进行中，敬请关注！



您的个人资料

请您务必详细填写，否则礼品将无法送达您手中

姓名：	学校：	联系电话：
邮编：	通讯地址：	
QQ号码：	手机号码：	电子邮箱：
请在下栏列举3本您喜爱的教辅（参）		
您对本书的评价		
1.讲解内容：太多 ☐ 基本合适 ☐ 太少 ☐	2.讲解难易程度：优 ☐ 良 ☐ 中 ☐ 差 ☐	
3.题量：太多 ☐ 基本合适 ☐ 太少 ☐	4.题目新颖程度：优 ☐ 良 ☐ 中 ☐ 差 ☐	
5.题目难度：偏难 ☐ 基本合适 ☐ 偏易 ☐	6.本书错误率：高 ☐ 中 ☐ 低 ☐	
7.封面设计：优 ☐ 良 ☐ 中 ☐ 差 ☐	8.版式设计：优 ☐ 良 ☐ 中 ☐ 差 ☐	
您发现的本书错误		

以下为地址，可剪下贴在信封上。

信寄：湖北省武汉市盘龙城经济开发区楚天大道特1号7号楼武汉接力图书发行有限公司研发部
邮编：432200

名师学法指津 1

第1章 一元二次方程 2

1.1 建立一元二次方程模型 2

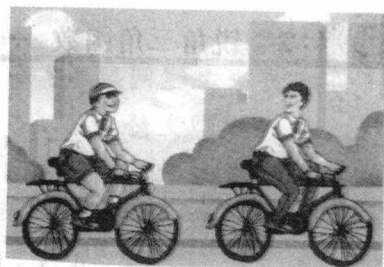
1.2 解一元二次方程的算法 6

1.3 一元二次方程的应用 16

◆单元知识梳理与能力整合 25

◆最新3年中考名题诠释 28

◆知识与能力同步测控题 34



第2章 命题与证明 35

2.1 定义 35

2.2 命题 38

2.3 公理与定理 42

2.4 证明 46

◆单元知识梳理与能力整合 54

◆最新3年中考名题诠释 56

◆知识与能力同步测控题 60



第3章 图形的相似 62

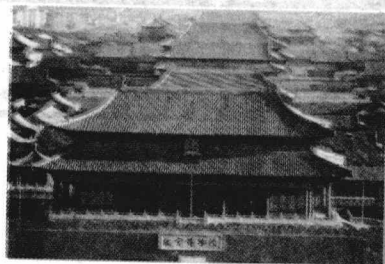
3.1 相似的图形 62

3.2 线段的比 65

3.3 相似三角形的性质和判定 69

3.4 相似多边形 75

3.5 图形的放大与缩小,位似变换 78

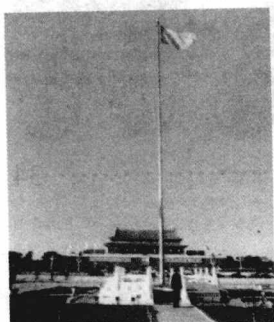


目

录

◆单元知识梳理与能力整合	83
◆最新3年中考名题诠释	86
◆知识与能力同步测控题	91

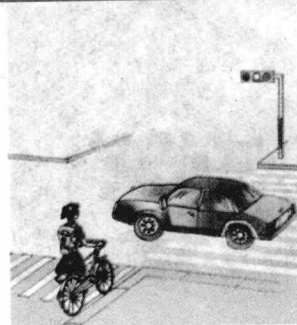
第4章 锐角三角函数 93



4.1 正弦和余弦	93
4.2 正切	98
4.3 解直角三角形及其应用	103
◆单元知识梳理与能力整合	109
◆最新3年中考名题诠释	110
◆知识与能力同步测控题	114

第5章 概率的计算 116

5.1 用频率估计概率	116
5.2 用列举法计算概率	119
◆单元知识梳理与能力整合	122
◆最新3年中考名题诠释	123
◆知识与能力同步测控题	126



教材学业水平考试试题 128

答案与提示 130

知识与方法

阅读索引

第1章 一元二次方程

- 1.1 建立一元二次方程模型
 - 1. 建立方程模型的一般步骤 2
 - 2. 一元二次方程的定义 2
 - 3. 一元二次方程的二次项系数、一次项系数、常数项的识别方法 3
 - 4. 方程的根与解的意义及一元二次方程根的验证方法 3
 - 5. 整式方程与分式方程的区别 3
 - 6. 利用一元二次方程的定义求某些待定系数的值或取值范围 4
- 1.2 解一元二次方程的算法
 - 1. 解一元二次方程的算法(一)——因式分解法 6
 - 2. 解一元二次方程的算法(二)——直接开平方法 6
 - 3. 解一元二次方程的算法(三)——配方法 7
 - 4. 解一元二次方程的算法(四)——公式法 7
 - 5. 运用因式分解法解一元二次方程的几种常见方法 7
 - 6. 运用直接开平方法解一元二次方程的几种常见类型 8
 - 7. 配方的综合运用 9
 - 8. 灵活运用一元二次方程的四种基本解法解一元二次方程 10
 - 9. 从求根公式的推导到一元二次方程根的判别式 10
 - 10. 如何解答可化为一元二次方程的分式方程 10
 - 11. 含绝对值的一元二次方程和高次方程的解法 11
- 1.3 一元二次方程的应用
 - 1. 一元二次方程与代数式的值 16
 - 2. 一元二次方程根的判别式的反用 16
 - 3. 列一元二次方程解应用题 17
 - 4. 列一元二次方程解应用题的几种主要类型 18
 - 5. 从求根公式到一元二次方程根与系数的关系 20
 - 6. 可化为一元二次方程的分式方程的应用 21

第2章 命题与证明

- 2.1 定义
 - 1. 定义的意义 35
 - 2. 定义的分类 35

- 3. 如何给数学概念下定义 36
- 4. 定义的应用 36
- 2.2 命题
 - 1. 命题的意义 38
 - 2. 真命题、假命题的定义 38
 - 3. 证明的定义与举反例的意义 38
 - 4. 互逆命题的定义 38
 - 5. 命题的识别与真假判断 39
 - 6. 命题题设和结论的意义及其识别方法 39
 - 7. 求一个命题的逆命题的方法 39
 - 8. 简单的真命题的论证(或证明)的一般步骤 40
- 2.3 公理与定理
 - 1. 公理与定理的意义 42
 - 2. 互逆定理与逆定理的定义 42
 - 3. 已学过的公理 42
 - 4. 常见的互逆定理 43
 - 5. “大边对大角”与“大角对大边” 43
- 2.4 证明
 - 1. 证明与证明过程的意义 46
 - 2. 三角形边的垂直平分线性质的定理 46
 - 3. 反证法的定义 47
 - 4. 解几何证明题的常见思路与方法 47
 - 5. 反证法的步骤与方法 48

第3章 图形的相似

- 3.1 相似的图形
 - 1. 相似图形的概念 62
 - 2. 相似形的识别方法 62
 - 3. 相似图形(图片)的制作 63
- 3.2 线段的比
 - 1. 线段的比的定义 65
 - 2. 成比例线段的定义 65
 - 3. 比例中项和第四比例项 65
 - 4. 比例的性质 66
 - 5. 黄金分割 67
- 3.3 相似三角形的性质和判定
 - 1. 相似三角形的定义 69
 - 2. 相似三角形的判定 69
 - 3. 相似三角形的性质 70

4. 直角三角形被斜边上的高分成的两个直角三角形和原三角形相似	70
5. 有公共角的两个相似三角形	70
6. 由三角形相似证线段成比例的一般步骤及方法	70
7. 判定三角形相似的几条思路	71
8. 平行线分线段成比例	71
9. 相似三角形的实际应用	71
10. 相似三角形中的探索性问题	71
3.4 相似多边形	
1. 相似多边形的定义	75
2. 判定两个多边形相似的方法	75
3. 相似多边形的性质	76
4. 常见的相似多边形	76
5. 相似多边形与相似体	76
3.5 图形的放大与缩小,位似变换	
1. 位似变换和位似的图形的定义	78
2. 位似图形的性质	78
3. 画已知多边形的位似图形的方法和一般步骤	79
4. 分形的应用与识别	79

第4章 锐角三角函数

4.1 正弦和余弦	
1. 正弦、余弦的定义	93
2. 用计算器求与正弦函数、余弦函数相关的函数值和角度	93
3. 特殊角的正弦值与余弦值	94
4. 正弦函数与余弦函数的关系	94
5. 锐角的正弦值与余弦值随着角度的变化而变化	95
4.2 正切	

1. 正切的定义	98
2. 锐角三角函数	98
3. 特殊角的三角函数	98
4. 锐角三角函数之间的关系	99
5. 锐角三角函数值随角度的变化而变化	100
4.3 解直角三角形及其应用	
1. 解直角三角形	103
2. 仰角、俯角、坡角、方向角及坡度	103
3. 解直角三角形的工具	103
4. 解直角三角形的类型与解法	104
5. 用解直角三角形的知识解决实际问题的基本方法	104

第5章 概率的计算

5.1 用频率估计概率	
1. 钉尖触地的频率	116
2. 数字之积为奇数与偶数的频率	116
3. 用频率估计概率的大小	116
4. 用频率估计概率的大小时应注意的几个问题	117
5. 用频率估计概率的大小在实际生活中的运用	117
5.2 用列举法计算概率	
1. 按概率的大小排序	119
2. 树状图	119
3. 列举所有等可能的结果的方法和用途	119
4. 按概率大小排序后的信息读取方法	119
5. 对树状图的信息读取	120
6. 表格中所有等可能信息的读取	120
7. “树枝不一样粗细”的树状图	120
8. 不可能同时发生的 n 个事件发生的概率	120

名师学法指津

进入了九年级,就意味着中考即将来临,那么如何学好九年级数学?如何轻松走进中考?

1. 努力夯实基础知识

知识是能力的基础,要切实抓好基础知识的学习.数学基础知识学习包括概念学习、定理公式学习以及解题学习三个方面.学习数学概念,要善于抓住它的本质属性,也就是区别于这个概念和其他概念的属性;学习定理公式,要紧紧抓住定理方向的内在联系,抓住定理公式适用的范围及题型,做到得心应手地应用这些定理公式.数学解题实际上是在熟练掌握概念与定理公式的基础上解决矛盾,完成从“未知”向“已知”的转化.要着重学习各种转化方式,培养转化的能力.总而言之,在学习数学基础知识中,要注意把握知识的整体精髓,悟其中的规律和实质,形成一个紧密联系的整体认识体系,以促进各种形式间的相互迁移和转化.同时,还要注意知识形成过程无处不隐含着人们在教学活动中解决问题的途径、手段和策略,无处不以数学思想、方法为指南,而这也是我们学习知识时最希望要学到的东西.

2. 领悟数学思想方法

数学思想方法是知识、技能转化为能力的桥梁,是数学结构中强有力的支柱,在中学数学课本里渗透了函数的思想、方程的思想、数形结合的思想、逻辑划分的思想、等价转化的思想、类比归纳的思想,介绍了配方法、消元法、换元法、待定系数法、反证法、数学归纳法等,在学好数学知识的同时,要下大力气理解这些思想和方法的原理和依据,并通过大量的练习,掌握运用这些思想和方法解决数学问题的步骤和技巧.

3. 善于建构学习模型

在数学学习中,要特别重视运用数学知识实际问题能力的培养.数学社会化的趋势,使得“大众数学”的口号席卷整个世界,有人认为未来的工作岗位是为已作好数学准备的人才提供的,这里所说的“已作好数学准备”并不仅指懂得了数学理论,更重要的是学会了数学思想,学会了将数学知识灵活运用于解决现实问题中.培养数学应用能力,首先要养成将实际问题数学化的习惯;其次,要掌握将实际问题数学化的一般方法,即建立数学模型的方法,同时,还要加强数学与其他学科的联系,除与传统学科如物理、化学联系外,可适当了解数学在经济学、管理学、工业等方面的应用.

若将以上三点细化,则可总结为:

- ① 课前预习,寻找疑难;
- ② 勤思多问,掌握规律;
- ③ 动脑动手,手脑并用;
- ④ 消化巩固,温故知新;
- ⑤ 仔细读题,认真验算;
- ⑥ 注重理解,默诵记忆;
- ⑦ 开动脑筋,一题多解;
- ⑧ 多读多看,开阔视野;
- ⑨ 分析失分,总结经验;
- ⑩ 劳逸结合,合理安排.

第1章 一元二次方程

1.1 建立一元二次方程模型



课标三维目标

(1)常见的数学模型(A.了解);(2)建立方程模型的一般步骤(C.掌握);(3)一元二次方程的定义(B.理解);(4)一元二次方程的二次项系数、一次项系数、常数项的意义和识别方法(C.掌握);(5)建立一元二次方程模型(B.理解);(6)分式方程、整式方程的区别(A.了解);(7)一元二次方程根的验证方法(D.应用);(8)利用一元二次方程的定义求待定系数的值或取值范围(D.应用).

解题依据

1 知识·能力聚焦

1. 建立方程模型的一般步骤

在利用方程解答一些实际问题时,最重要的一点是建立方程的模型.建立方程模型的一般步骤是:

- (1)设题目中所要计算的未知量为“ x ”;
- (2)找出问题中含未知量(未知数 x)的等量关系;
- (3)根据(2)中的等量关系列出方程.

例如:有一张边长为35cm的正方形纸片,利用此正方形纸片,从四周剪去相同宽度的纸条,得到一个面积为 900cm^2 的正方形纸片.问剪去的纸条的宽度为多少呢?

设:剪去的纸条的宽度为 $x\text{cm}$,则新纸片的边长为 $(35-2x)\text{cm}$.根据题,可以列出方程 $(35-2x)^2=900$ [或 $(35-2x)^2-900=0$].

2. 一元二次方程的定义

如果一个方程通过移项可以使右边为0,而左边是只含有一个未知数的二次多项式,那么这样的方程叫作一元二次方程(quadratic equation with one unknown),它的一般形式是:

$ax^2+bx+c=0$ (a, b, c 是已知数, $a \neq 0$),其中 a, b, c 分别叫作二次项系数、一次项系数、常数项.

对于一元二次方程,也可以这样定义:只含有一个未知数,并且未知数的最高次数是2,这样的整式方程叫作一元二次方程.

理解一元二次方程的概念应抓住以下几点:

- (1)是整式方程;
- (2)必须只含有一个未知数,即一元;
- (3)未知数的最高次数是2,即二次,注意二次项系数 $a \neq 0$;
- (4)一元二次方程一般是由整式方程化简后才能识别.

名题诠释

●[例题1] 在一幅长50cm,宽30cm的风景画的四周镶一条金色纸边,制成一幅矩形挂图.如果要使整个挂图的面积(包括金角的纸边)是 1800cm^2 ,设金色纸边的宽为 $x\text{cm}$,那么 x 满足的方程为_____.

■情景题 ◆2008年河南省中考题

[解析] 本题是一道考查建立方程模型的中考试题.题目中已设定了未知量:金色纸边的宽为 $x\text{cm}$,因此含未知量的等量关系为:挂图的长 $\times$ 挂图的宽=整个挂图的面积.所以 $(50+2x) \cdot (30+2x)=1800$,化简得 $x^2+40x-75=0$.

[答案] $(50+2x)(30+2x)=1800$ (或 $x^2+40x-75=0$)

●[例题2] 下列关于 x 的方程:① $2x+y=0$;② $mx^2+6x-17=0$;③ $\frac{x^2-5}{2}=x$;④ $7x^2-5=6x$;⑤ $\frac{x^2-1}{x}=5$;⑥ $\frac{x^2-3x-4}{x-1}=$

4. 其中是一元二次方程的有().

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

■基础题

[解析] 由左栏2一元二次方程的定义可知,方程⑤⑥是分式方程,不在一元二次方程范围内,故被排除;方程①是关于 x 的方程,但没有二次项;方程②从形式上像一元二次方程,但 m 的取值不明确,无法确定其一定是一元二次方程.只有方程③④满足一元二次方程的定义.故选择B项.

[答案] B

●[例题3] 下列方程是关于 x 的一元二次方程的是().

- A. $ax^2+bx+c=0$ B. $k^2+5k+6=0$
C. $\frac{\sqrt{3}}{3}x^3-\frac{\sqrt{2}}{4}x-\frac{1}{2}=0$ D. $(m^2+3)x^2+\sqrt{3}x-2=0$

■基础题 ◆2007年天津市中考题

[解析] 由一元二次方程的定义可知,在选项A中, a 可能为0,选项B中的未知数不是 x ,选项C中含 x 的三次项,所以都不是关于 x 的一元二次方程.而选项D中, $m^2+3 \geq 3 \neq 0$,符合一元二次方程的定义,是关于 x 的一元二次方程.故选择D项.

[答案] D

2 方法·技巧平台

3. 一元二次方程的二次项系数、一次项系数、常数项的识别方法

一元二次方程的二次项系数、一次项系数、常数项的识别是我们研究一元二次方程的基础,即解一元二次方程、一元二次方程根与系数的关系等都与其相关.

一元二次方程的二次项系数、一次项系数、常数项的识别步骤为:

(1) 将一元二次方程化成一般形式: $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$;

(2) 在 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 中, a 为二次项系数, b 为一次项系数, c 为常数项.

[注意] ①二次项、二次项系数、一次项、一次项系数、常数项都是包括符号的. ②不同的一元二次方程的差异实质上是系数的差异,从而准确地找出一元二次方程的二次项系数、一次项系数和常数项就可以找出它们的差异. ③任何一个一元二次方程,经过整理后都可以化为一般形式. ④在求一元二次方程的各项系数时,首先必须把一元二次方程化为一般形式,如果一般形式中的二次项系数是负数,最好在方程两边同乘以 -1 ,使二次项系数变为正数,这样做可以减少符号和计算方面的错误. ⑤一元二次方程的一般形式 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 中,若 $b = 0$,则有 $ax^2 + c = 0$;若 $c = 0$,则有 $ax^2 + bx = 0$. 这两种情况在实际解题时都会遇到. ⑥对于一元二次方程一般式中各项的名称,如二次项、一次项、二次项系数、一次项系数、常数项等,应会准确地指出. 对于形式复杂一些的也要会分析,特别是含字母系数的一元二次方程,要先分清哪个是未知数,如关于 x 的方程 $ax^2 - bx - ax + bx^2 = p (a + b \neq 0)$,先整理为 $(a + b)x^2 - (a + b)x - p = 0 (a + b \neq 0)$,则二次项为 $(a + b)x^2$,一次项为 $-(a + b)x$,常数项为 $-p$,而二次项系数为 $a + b$,一次项系数为 $-(a + b)$.

4. 方程的根与解的意义及一元二次方程根的验证方法

使方程左右两边的值相等的未知数的值,叫作方程的解. 只有一个未知数的方程(一元方程)的解也叫作方程的根. 从而一元二次方程的解又叫作一元二次方程的根.

一元二次方程根的验证方法与其他方程的验根方法一样,把要验证的根分别代入方程的左边与右边,看方程的两边的值是否相等,若相等,则是方程的根,否则不是.

利用方程解(或根)的定义,可以解类似于如下的问题:已知 $x = 2$ 是方程 $3x - 1 = 2x^2 + m$ 的解,求 m 的值.

因为 $x = 2$ 是方程的根,可将 $x = 2$ 代入方程得, $3 \times 2 - 1 = 2 \times 2^2 + m$,解出 $m = -3$. 由方程根的定义可知,使方程两边的值相等的未知数的值是方程的根;反之,如果某一个数是方程的根,则这个数满足方程.

5. 整式方程与分式方程的区别

整式方程的定义:等号两边都是关于未知数的整式的方程,称为整式方程. 我们往往不注意定义中“关

◎[例题4] 把下列关于 x 的一元二次方程化为一般形式,并写出二次项系数、一次项系数和常数项.

$$(1) (2x - 5)(x + 3) + \frac{(2x - 1)^2}{3} = 10;$$

$$(2) a(1 - x^2) + c(1 + x^2) = 2bx (c \neq a).$$

■基础题

[解析] 整理方程(1)可按照去分母、去括号、移项、合并同类项的步骤进行;整理方程(2)时,注意 a, b, c 为常数,可按照去括号、移项、合并同类项三个步骤进行.

$$[\text{答案}] (1) (2x - 5)(x + 3) + \frac{(2x - 1)^2}{3} = 10,$$

去分母,得 $3(2x - 5)(x + 3) + (2x - 1)^2 = 30$,

去括号,得 $6x^2 + 18x - 15x - 45 + 4x^2 - 4x + 1 = 30$,

移项、合并同类项,得 $10x^2 - x - 74 = 0$,

$\therefore$ 二次项系数为 10,一次项系数为 -1 ,常数项为 -74 .

$$(2) a(1 - x^2) + c(1 + x^2) = 2bx (c \neq a),$$

去括号,得 $a - ax^2 + cx^2 + c = 2bx$,

移项:合并同类项,得 $(c - a)x^2 - 2bx + a + c = 0$,

$\therefore$ 二次项系数为 $c - a$,一次项系数为 $-2b$,常数项为 $a + c$.

◎[例题5] (1) 方程 $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}) + (3x - 1)^2 = 2x - 1$ 的常数项与二次项系数的比为_____.

(2) 方程 $(5 - 2y)^2 - 2(y + 3)^2 = 0$ 的一次项系数与二次项系数的比的相反数为_____.

■迁移题

[解析] (1) 方程 $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}) + (3x - 1)^2 = 2x - 1$ 可化为 $10x^2 - 8x - 1 = 0$,其常数项与二次项系数分别为 -1 和 10 ,故应填: $-\frac{1}{10}$.

(2) 方程 $(5 - 2y)^2 - 2(y + 3)^2 = 0$ 可化为 $2y^2 - 32y + 7 = 0$,其一次项系数为 -32 ,二次项系数为 2 ,故应填: 16 .

$$[\text{答案}] (1) -\frac{1}{10} \quad (2) 16$$

◎[例题6] 如果 2 是方程 $x^2 - c = 0$ 的一个根,那么 c 的值是().

- A. 4 B. -4 C. 2 D. -2

■高频题 ◆2008 年吉林长春市中考题

[解析] 本题主要考查了方程的根的意义. 由左栏 4 可知, $x = 2$ 满足方程 $x^2 - c = 0$,即 $4 - c = 0$,即 $c = 4$. 故选择 A.

[答案] A

◎[例题7] 从选项选出合适的一项将题目补充完整. 如果 a 是关于 x 的方程 $x^2 + bx + a = 0$ 的根,并且 $a \neq 0$,求().

- A. ab 的值 B. $\frac{b}{a}$ 的值

- C. $a + b$ 的值 D. $a - b$ 的值

■探究题 ◆2009 年湖南永州市调研试题

[解析] 本题必须先将 a 代入方程,再进行讨论. 把 $x = a$ 代入方程 $x^2 + bx + a = 0$,得 $a^2 + ab + a = 0$,所以 $a(a + b + 1) = 0$. 因为 $a \neq 0$,所以 $a + b + 1 = 0$,所以 $a + b = -1$. 故选择 C.

[答案] C



于未知数的整式”而出错,要理解,等号两边都是关于未知数的单项式或多项式.

$$\text{有理方程} \begin{cases} \text{整式方程} \begin{cases} \text{一次方程} \\ \text{二次方程} \\ \text{高次方程} \end{cases} \\ \text{分式方程} \end{cases}$$

整式方程与分式方程的区别是分母(或除数)中是否含有未知数.在有理方程中,分母(或除数)中含有未知数,则是分式方程;若分母(或除数)中不含有未知数,则是整式方程.

例如: $2x^2 + 5x = x^2 + 4$, $2x = 1$, $x = 3$ 是整式方程;

$\frac{1}{x-2} = \frac{3}{x}$, $\frac{1}{x^2+2} = 5$, $\frac{x^2}{x} + 5x = 7$ 是分式方程.

3 创新·思维拓展

6. 利用一元二次方程的定义求某些待定系数的值或取值范围

由一元二次方程的定义可知,若某一个方程是关于 x 一元二次方程,则

- (1) 其他未知数(非 x)的系数为 0;
- (2) 高于 x^2 的次数的项的系数为 0;
- (3) 二次项系数不为 0, 指数为 2.

利用以上结论我们可以求某些一元二次方程中待定系数的值或取值范围.解答此类试题的关键是通过移项,将方程右边化为 0,将方程左边写成按未知数的降幂排列的整式.

例如:若 $qx^3 + px^m + bx + c = 0$ 是关于 x 的一元二次方程,则 $q = 0$, $p \neq 0$, $m = 2$. 若 $2x^{2m+n} - 3x^{m-n} + 4 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程,则 $\begin{cases} 2m+n=2, \\ m-n=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2m+n=2, \\ m-n=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2m+n=2, \\ m-n=0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2m+n=1, \\ m-n=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2m+n=0, \\ m-n=2 \end{cases}$.

4 能力·题型设计

速效基础演练

1. 下列方程中,一定是关于 x 的一元二次方程的是().

- A. $3x^2 + mx + n = 0$ B. $ax^2 + 2x = 0$
C. $xy + a^2 = 0$ D. $2x - y^2 = 0$

2. 方程 $3x^2 - 4 = -2x$ 化成一般形式后,二次项系数、一次项系数、常数项分别为().

- A. 3, -4, -2 B. 3, 2, -4
C. 3, -2, -4 D. 2, -2, 0

3. 某商品原价 289 元,经连续两次降价后售价为 256 元,设平均每降价的百分率为 x ,则

① [例题 8] 方程① $2x^2 + 5x = x^2 - 3$; ② $3x + 5 = 2x - 1$; ③ $(x + 1)^2 - 1 = x^2 + 4$; ④ $\frac{1}{x-2} = \frac{3}{x}$ 中,一元一次方程有:_____,一元二次方程有:_____,分式方程有:_____. (填序号)

基础题 ◆教材试题改编

[解析] 由左栏 5 可知,一元一次方程、一元二次方程都是整式方程,化简后由最高次项来识别.分式方程与整式方程的最大区别是分式方程中,分母(或除数)中含有未知数.因此一元一次方程有②、③,一元二次方程有①,分式方程有④.

[答案] ②、③ ① ④

② [例题 9] 方程 $(m+2)x^{|m|} + 3mx + 1 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程,则 $m =$ _____.

高频题

[解析] 根据题意,得 $\begin{cases} |m| = 2, \\ m+2 \neq 0, \end{cases}$ 所以 $m = 2$.

[答案] 2

③ [例题 10] k 为何值时,关于 x 的方程 $(k^2 - 1)x^2 + (k + 1)x - 3 = 0$: (1) 是一元二次方程; (2) 是一元一次方程.

迁移题

[解析] 若方程为一元二次方程,则二次项系数不为零;若方程为一元一次方程,则二次项系数为零,一次项系数不为零.

[答案] (1) $\because (k^2 - 1)x^2 + (k + 1)x - 3 = 0$ 是一元二次方程,

$\therefore k^2 - 1 \neq 0$, 即 $k \neq \pm 1$.

$\therefore$ 当 $k \neq \pm 1$ 时, $(k^2 - 1)x^2 + (k + 1)x - 3 = 0$ 是一元二次方程.

(2) 欲使 $(k^2 - 1)x^2 + (k + 1)x - 3 = 0$ 是一元一次方程,则 $k^2 - 1 = 0$ 且 $k + 1 \neq 0$, $\therefore k = 1$.

即 $k = 1$ 时, $(k^2 - 1)x^2 + (k + 1)x - 3 = 0$ 可化为 $2x - 3 = 0$, 故 $(k^2 - 1)x^2 + (k + 1)x - 3 = 0$ 是一元一次方程.

点击考例

测试要点 1

[例题 1] 同类变式题

2008 年浙江省衢州

市中考题

测试要点 2

[例题 2] 同类变式题

测试要点 4

[例题 6] 同类变式题

2008 年福建省宁德

市中考题

测试要点 3

测试要点 2、5

[例题 2] 同类变式题

下面所列方程正确的是().

- A. $289(1-x)^2 = 256$
B. $256(1-x)^2 = 289$
C. $289(1-2x) = 256$
D. $256(1-2x) = 289$

4. 如果 $x = 4$ 是一元二次方程 $x^2 - 3x = a^2$ 的一个根,则常数 a 的值是().

- A. 2 B. -2 C. ± 2 D. ± 4

5. 下列方程:① $x + 3 = 1$; ② $y^2 - 4 = y$;

③ $(x-1)^2 - 2(x-1) + 1 = 0$; ④ $x^2 + \frac{1}{x} - 2 = 0$

中,一元二次方程有().

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

6 当_____时,方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 是一元二次方程.

7 若方程 $(m-1)x^2 + x + m = 0$ 是关于 x 的一元二次方程,则 m 的取值范围是_____.



知能提升突破

1 2008年9月举行的黄冈市初中数学青年教师优秀讲课比赛中,王老师向他的学生问了这样一个问题:“关于 x 的方程 $a\left(\frac{1}{x}\right)^2 + \frac{b}{x} + c = 0 (a \neq 0)$ 是一元二次方程吗?”甲同学回答说:“老师,这是一元二次方程.”乙同学回答说:“老师,这不是一元二次方程.”你认为甲、乙两位同学的回答中().

- A. 甲正确
B. 乙正确
C. 甲、乙都不正确,应该回答:当 $b \neq 0$ 时为一元二次方程
D. 甲、乙都不正确,应该回答:当 $b \neq 0, c \neq 0$ 时为一元二次方程

2 方程 $\sqrt{2}x^2 - 3x + 7 = 3(1-x)$ 的一次项系数是().

- A. -3 B. 4 C. 0 D. $\sqrt{2}$

测试要点2

测试要点5

测试要点6

测试要点2,5

测试要点2,4,6

测试要点2,6

测试要点3

测试要点1

[例题1]同类变式题

2008年河南省永州市

中考题

测试要点6

测试要点3

3 下列方程中,是整式方程的有().

(1) $x^2 + 3x - \frac{1}{6} = 0$; (2) $\frac{1}{x} = 3$; (3) $3x - 4y =$

2 ; (4) $x^2 - \sqrt{3} = 0$; (5) $2x + \frac{1}{\sqrt{5}} = 0$;

(6) $\sqrt{2x^2 - 3} + x = 5$.

- A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

4 关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 + x + a^2 - 1 = 0$ 有一根为0,则 a 的值应为().

- A. 1 B. -1 C. 1或-1 D. $\frac{1}{2}$

5 当 k _____ 时,关于 x 的方程 $(k^2 - 1) \cdot x^2 - (k-1)x + 1 = 0$ ①是一元二次方程,当 k _____ 时,①是一元一次方程.

6 已知关于 x 的一元二次方程 $4(x+m)^2 - 4m^2 + 4m - 2 = 0$ 的常数项为0,则关于 x 的一元二次方程的一般形式为_____.

7 家家乐奥运福娃专卖店今年3月份售出福娃3,600个,5月份售出4,900个,设每月平均增长率为 x ,根据题意,列出关于 x 的方程为_____.

8 试证明:关于 x 的方程 $(m^2 - 8m + 17)x^2 + 2mx + 1 = 0$ 不论 m 取何值时,该方程一定是一元二次方程.



教材课后习题解答

[问题一(P₂)]

$(35 - 2x)$.

[问题二(P₂)]

$3t; \left(2t + \frac{1}{2} \times 0.01 \times t^2\right)$; 小明 ts 内行驶的路程; 小亮 ts 内行驶的路程.

[说一说(P₃)]

(1) 它们都只含有一个未知数, (2) 它们的左边分别是 t 和 x 的二次多项式.

[练习(P₄)]

1. 二次项系数是0.01, 一次项系数是-2, 常数项是0.

2. $4x^2 - 140x + 325 = 0$, 二次项系数是4, 一次项系数是-140, 常数项是325.

3. $2x^2 + 5x = x^2 - 3$ — 一元一次方程

$3x + 5 = 2x - 1$ — 一元二次方程

$(x+1)^2 - 1 = x^2 + 4$ — 一元二次方程

$\frac{1}{x-2} = \frac{3}{x}$ — 分式方程

[习题1.1(P₄)]

A组

1. (1) $x^2 + 5x - 6 = 0$, 二次项系数是1, 一次项系数是5, 常数项是-6;

(2) $x^2 - 3x + 4 = 0$, 二次项系数是1, 一次项系数是-3, 常数项是4;

(3) $x^2 - 8x + 7 = 0$, 二次项系数是1, 一次项系数是-8, 常数项是7.

2. 设这个数为 x , 根据题意得 $x(x+2) = 35$.

3. 设四周留的宽度为 x cm, 根据题意, 得

$$(18 + 2x)(20 + 2x) = 528.$$

B组

1. (1) 是一元二次方程.

2. 把 $h = 30$ m, $g = 9.8$ m/s² 代入 $h = \frac{1}{2}gt^2$, 得 $30 = \frac{1}{2} \times$

$9.8t^2$, 解得 $t \approx 2.5$ (s).

答: 小球约经过2.5s着地.

3. 设较短的直角边为 x cm, 则较长的直角边为 $(x+7)$ cm, 根据题意, 得 $(x+7)^2 + x^2 = 13^2$.

1.2 解一元二次方程的算法



课标三维目标

- (1) 解一元二次方程的算法(一)——因式分解法(C. 掌握); (2) 解一元二次方程的算法(二)——直接开平方法(C. 掌握); (3) 解一元二次方程的算法(三)——配方法(C. 掌握); (4) 解一元二次方程的算法(四)——公式法(C. 掌握); (5) 一元二次方程求根公式的推导(A. 了解); (6) 选择适当的方法解一元二次方程(D. 应用); (7) 配方在求代数式的值或取值范围时的应用(D. 应用); (8) 不解方程, 判断方程根的情况(B. 理解); (9) 解可化为一元二次方程的分式的解法(A. 了解); (10) 含绝对值的一元二次方程的解法(A. 了解); (11) 高次方程的解法(A. 了解).

解题依据

1 知识·能力聚焦

1. 解一元二次方程的算法(一)——因式分解法

通过因式分解把一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ (一般形式) 的左边写成两个多项式的乘积, 根据“ $pq=0$, 则 $p=0$ 或 $q=0$ ”解出方程的根. 这种方法叫作因式分解法(method of factorization).

例如: 解方程 $(35-2x)^2 - 900 = 0$,
先把方程写成

$$(35-2x)^2 - 30^2 = 0.$$

再把方程的左边因式分解

$$(35-2x+30)(35-2x-30) = 0,$$

$$\text{即 } (65-2x)(5-2x) = 0.$$

所以 $65-2x=0$ 或 $5-2x=0$.

所以 $x=32.5$ 或 $x=2.5$.

故原方程的解为 $x_1=32.5, x_2=2.5$.

[注意] (1) 用因式分解法时应先将方程化成右边为 0 的形式; (2) 因式分解法的理论根据为“ $pq=0$, 则 $p=0$ 或 $q=0$ ”; (3) 用因式分解法解一元二次方程的主要思想是降低次数, 即将一个二次方程化为两个一次方程来求解; (4) 一元二次方程的解若存在, 一定是两个, 不能忽略这一结论.

2. 解一元二次方程的算法(二)——直接开平方法

如果一个一元二次方程的一边是一个含有未知数的式子的完全平方, 另一边是一个非负的常数, 利用平方根的定义直接开平方求一元二次方程的解的方法叫作直接开平方法.

例如: 解方程 $(35-2x)^2 = 900$. 此方程可理解为 $35-2x$ 是 900 的平方根, 所以

$$35-2x = \pm \sqrt{900},$$

$$\text{即 } 35-2x = \pm 30.$$

名题诠释

◎ **[例题 1]** 一元二次方程 $x^2 + 3x = 0$ 的解是().

A. $x = -3$ B. $x_1 = 0, x_2 = 3$

C. $x_1 = 0, x_2 = -3$ D. $x = 3$

■ **基础题** ◆ 2008 年山西省中考题

[解析] 本题主要考查解一元二次方程的算法——因式分解法. 将方程 $x^2 + 3x = 0$ 的左边多项式因式分解, 即提出公因式 x , 得 $x(x+3) = 0$. 所以 $x_1 = 0, x_2 = -3$. 故选择 C.

[答案] C

◎ **[例题 2]** 方程 $2x(x-3) = 5(x-3)$ 的根为().

A. $x = \frac{5}{2}$ B. $x = 3$ C. $x_1 = \frac{5}{2}, x_2 = 3$ D. $x = \frac{2}{5}$

■ **基础题**

[解析] 看到方程两边有公因式, 首先想到用因式分解法求根, 方程 $2x(x-3) = 5(x-3)$ 变形为 $2x(x-3) - 5(x-3) = 0$, 即 $(2x-5)(x-3) = 0$, 所以 $x_1 = \frac{5}{2}, x_2 = 3$, 故选择 C.

[答案] C

◎ **[例题 3]** 一元二次方程 $x^2 - 4 = 0$ 的根为().

A. $x = 2$ B. $x = -2$

C. $x_1 = -2, x_2 = 2$ D. $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}$

■ **基础题**

[解析] 用平方差公式很容易将 $x^2 - 4$ 分解, 因此原方程变形为 $(x+2)(x-2) = 0$, 所以 $x_1 = -2, x_2 = 2$, 故选择 C.

[答案] C

◎ **[例题 4]** 用直接开平方法解下列方程:

(1) $4x^2 = 9$; (2) $(x-3)^2 - 144 = 0$; (3) $4(x-1)^2 = 9$.

■ **基础题**

[解析] (1) 先把方程化为 $x^2 = a$ 的形式; (2) 把 $(x-3)$ 当作一个整体化为 $(x-3)^2 = 144$ 的形式; (3) 把 $(x-1)$ 看作一个整体化为 $(x-1)^2 = \frac{9}{4}$ 的形式.

[答案] (1) 由 $4x^2 = 9$, 得 $x^2 = \frac{9}{4}$,

两边直接开平方, 得 $x = \pm \frac{3}{2}$,

所以原方程的解是 $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -\frac{3}{2}$.