

高等学校教材

TEXTBOOK
FOR HIGHER
EDUCATION

控制系统 分析与设计方法

史忠科 郑永安 编著

KONGZHI XITONG FENXI YU SHEJI FANGFA

西北工业大学出版社

高等学校教材

控制系统分析与设计方法

史忠科 郑永安 编著

西北工业大学出版社

【内容简介】 本书较全面地介绍了控制理论及其现代设计方法,内容包括线性控制系统模型、时域响应、线性系统根轨迹方法、频率响应方法、线性离散时间控制系统、线性系统状态空间方法、非线性系统分析方法等。

本书可作为高等学校教材,也可供有关的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

控制系统分析与设计方法/史忠科,郑永安编著. —西安:西北工业大学出版社,2009.12
ISBN 978-7-5612-2721-3

I. ①控… II. ①史…②郑… III. ①控制系统—系统分析②控制系统—系统设计 IV. ①TP271

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 241416 号

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路 127 号 邮编:710072

电 话:(029)88493844 88491757

网 址:www.nwpu.com

印 刷 者:陕西向阳印务有限公司

开 本:787 mm×1 092 mm 1/16

印 张:12.875

字 数:312 千字

版 次:2010 年 1 月第 1 版 2010 年 1 月第 1 次印刷

定 价:25.00 元

前 言

从 20 世纪 40 年代自动化概念首次出现以来,自动控制技术经历了几次飞跃,现已广泛应用于工农业生产及交通运输、航空航天、石油化工以及人们日常生活的各个方面。自动控制技术和计算机技术的高速发展和巧妙结合,极大地提高了生产效率,方便了人们的工作和生活,推动了人类社会的发展。

近年来,国内出版了几十个版本关于控制理论方面的图书和教材,介绍经典控制理论、现代控制理论及其应用,其中不乏传世之作。但对大多数数学基础一般又缺少工程实践的学生而言,“截止频率、相位裕度和幅值裕量的计算”“校正网络统计”“根轨迹计算机辅助分析”和“离散系统统计”等问题仍是复杂、难懂的。为此,在多年的授课和科研实际工作中,笔者比较深入地研究了“解析根轨迹,频率域设计”等,提出了一些新的计算方法。这些方法及成果已集中写入 1995 年西北工业大学出版社出版的笔者所著的《控制系统分析与设计》。为了适应控制技术和计算机技术发展的需要,同时也为了满足读者的要求,我们近期对该书进行了全面修订,完成了本书的编写。这次修订最大的特点是增加了实例和计算机辅助分析方法,减少了高阶系统近似计算、根轨迹和频率特性图的内容等。全书共分 7 章,第 1 章为绪论,第 2 章为线性控制系统模型、时域响应,第 3 章为根轨迹法,第 4 章为线性系统频率响应方法,第 5 章为线性离散时间控制系统,第 6 章为线性系统状态空间方法,第 7 章为非线性系统分析方法。

本书由史忠科、郑永安编著,张惠媛、冯艳丽、宋蕾、王慧丽等同学参与了书稿整理、录入和校对等工作。

在本书的编写、出版过程中,得到了戴冠中教授、付高明编辑的关心和支持,在此一并表示感谢。

对于本书中存在的错漏及不妥之处,恳请读者批评指正。

编著者

2009 年 2 月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 自动控制的基本概念	1
1.2 自动控制的基本方式	2
1.3 自动控制系统的性能指标	2
第 2 章 线性控制系统模型、时域响应	4
2.1 数学模型的建立	4
2.2 传递函数和结构图等效变换	6
2.3 状态方程描述方法.....	12
2.4 系统不同描述方法之间的相互转换.....	14
2.5 时域响应分析.....	25
2.6 控制系统的性能指标分析.....	39
第 3 章 根轨迹法	50
3.1 根轨迹方程.....	50
3.2 根轨迹作图方法.....	51
3.3 计算机辅助根轨迹作图.....	60
3.4 根轨迹性能补偿方法.....	66
第 4 章 线性系统频率响应方法	74
4.1 频率特性.....	74
4.2 典型环节的频率特性.....	75
4.3 对数稳定性判据和稳定裕度.....	85
4.4 闭环频率特性的求解方法.....	92
4.5 系统的频率域补偿方法.....	93
4.6 多变量系统频率方法(逆 Nyquist 阵列法)	102
4.7 飞行器闭环人一机特性应用举例.....	109
第 5 章 线性离散时间控制系统	113
5.1 脉冲传递函数	113
5.2 差分方程	119
5.3 离散系统的分析方法	121
5.4 离散系统的设计方法	131

第 6 章 线性系统状态空间方法	134
6.1 系统的可控性和可观测性	134
6.2 系统的稳定性	137
6.3 状态反馈	139
6.4 输出反馈及状态重构	156
6.5 解耦控制	164
6.6 离散时间系统状态空间方法	170
6.7 线性系统二次型问题的最优控制	184
第 7 章 非线性系统分析方法	189
7.1 相平面法	189
7.2 描述函数法	194
7.3 非线性系统稳定性分析	198

第 1 章 绪 论

1.1 自动控制的基本概念

自动控制是现代化的基础,在工农业生产、交通运输、国防和宇航等各个领域都有着广泛的应用。随着现代科学技术的发展,自动控制技术日趋重要,自动化的水平也日益提高。

所谓自动控制,是指在没有人直接参与的情况下,利用控制装置使被控对象的某一物理量自动地按照预定的规律运行。例如,工业过程中的压力或温度自动维持恒定不变,鱼雷自动跟踪并击中目标,无人机按预定航迹自动飞行,发动机保持转速恒定,人造地球卫星在预定轨道上运行并准确回收,等等,都是应用自动控制技术的结果。

自动控制系统是指能够对被控对象的工作状态进行自动控制的系统,它一般由控制装置和被控对象组成。被控对象是指要求实现自动控制的机器、设备或生产过程;控制装置则是指对被控对象起控制作用的设备总体。自动控制系统可以是只控制某一物理量的简单系统,也可以是包括一个企业、机构、国家运转/运行的全部过程的大系统;可以是一个具体的工程系统,也可以是抽象的社会系统、生态系统或经济系统。

人们经过长时间的社会实践和科学研究,开拓、发展、形成了今天的自动控制理论。1868年,在英国运行数万台蒸汽离心式调速系统时出现了“晃动”现象,引起了科学界的极大兴趣和重视。Routh 与 Hurwitz 分别于 1877 年及 1895 年提出了稳定性定理,后来 Maxwell(麦克斯韦)又给出了微分方程描述,形成了经典的时域方法。1915 年,美国 Bell 实验室在敷设长距离电话线时遇到了信号衰减、畸变及高增益放大器的振荡等问题,这促进了经典频率方法的形成。1927—1932 年,H. Black, Nyquist, Chambel, Fortex 等人对放大器在不同频率输入时的情况进行研究,发现了系统不稳定现象,产生了 Nyquist 频率域稳定性判据;1940 年,H. W. Bode 又提出了图形描述法,使频域方法工程化;1942 年,H. Harris 提出了传递函数概念,1948—1953 年,W. R. Evans 研究了根轨迹法。这样,就形成了完整的经典控制理论。苏联发射第一颗人造地球卫星时引入了“状态”的概念,又促进了现代控制理论的形成;随着计算机技术的发展及普及,计算机控制理论,大型系统的分布、分散、递阶控制理论,智能控制理论等逐渐形成。

经典控制理论主要是利用传递函数等工具,研究单输入-单输出系统的分析和设计问题;现代控制理论主要是以状态空间法研究多输入-多输出系统的分析和设计问题,它也适用于单输入-单输出系统的研究。目前,现代控制理论正向大系统理论和智能控制等方面深入发展。

值得指出的是,现代控制理论的发展虽然解决了经典控制理论所不能解决的许多理论问题和工程问题,但决不意味着经典控制理论已经过时。相反,在自动控制技术的发展中,由于经典控制理论的基础性和广泛的应用,今后还将继续发挥其理论指导作用,因而仍应给予高度重视。

1.2 自动控制的基本方式

自动控制系统一般可分为开环和闭环两种控制方式。

1. 开环控制

开环控制是指控制装置与被控对象之间只有顺向作用而没有反向联系的控制过程。因此,在开环系统中,开环控制的输出量不对系统的控制发生影响,如自动洗衣机、自动生产线、数控车床等等。

2. 闭环控制

闭环控制是指控制装置与被控对象之间既有顺向作用,又有反向联系的控制过程。闭环控制是自然界一切生物控制自身运动的基本规律,也是工程自动控制的基本原理。它可以实现复杂而准确的控制。闭环控制是本书的重点,为了便于研究,我们将其进一步分为以下两种控制方式:

(1)反馈控制:例如人可以用手准确地去拿放在桌上的书、笔等物。这个日常生活中的现象正好体现反馈控制原理。当人们去拿书时,大脑送出一个信号命令手执行任务。这时,眼睛连续观测手的位置,并将这个信息送入大脑。然后,由大脑判断手的位置与书的偏差,并根据其偏差的大小发出命令控制手臂移动,使偏差减小。只要这个偏差存在,上述过程就要反复进行。一旦手拿到书,偏差减小为零,人便完成了用手拿书的控制过程。在此例中,手为被控制对象,手的位置为被控制量,控制的目的是使手的位置与书的位置相同;控制作用是通过眼睛、大脑和手臂来实现的。

(2)复合控制:复合控制是开环控制与反馈控制相结合的一种控制方式。它是在反馈控制回路的基础上,附加一个输入信号或扰动信号的顺馈通路,用来提高系统的控制精度。顺馈通路通常由对输入信号的补偿器或对扰动信号的补偿器组成。复合控制的主要特点是具有很高的控制精度,几乎可以抑制所有的可测量扰动,特别是低频强扰动。在高精度的控制系统中,复合控制得到了广泛的应用。如火炮随动系统、雷达站随动系统、飞机自动驾驶仪以及人造地球卫星控制系统等,均采用了复合控制方式。

在工程实践中,为了实现对被控对象的闭环控制,系统中必须配置具有人的眼睛、大脑和手臂功能的装置,用来对被控制量进行连续测量和反馈,并进行按偏差的控制。这些装置分别称为测量装置、比较装置、放大装置和执行机构,并统称为控制装置。

在闭环控制中,被控量一般是由测量装置测量并反馈到输入端,然后由比较装置将它与系统输入量进行综合而得到偏差量,最后利用放大后的偏差信号经执行机构使被控对象的输出改变,使被控量接近或等于系统输出的希望值,从而减小或消除偏差,使系统输出保持某个恒值。

1.3 自动控制系统的性能指标

在控制系统中,由于系统中元部件具有惯性,故系统在外作用下由一个平衡状态(或稳态)过渡到另一个平衡状态(或稳态)需要有一个过程,这一过程称为过渡过程或瞬态过程,或称系统响应。瞬态过程有两种形式,一种是收敛的,对应的系统是稳定的;另一种是发散的,对应的

系统是不稳定的。

系统要正常工作,首先它的瞬态响应必须是收敛的,即系统是稳定的,并且,系统的相对稳定性愈大愈好。其次系统的输出(响应)应能尽快地跟踪输入的变化或克服干扰的影响,即瞬态响应愈快愈好。系统到达稳态以后,系统的输出与希望值之间的误差应尽量小,即“准确度愈高愈好”。简而言之,对系统的要求就是稳(稳定性)、准(稳态准确度)、快(快速性)三个字。

对自动控制系统而言,一般认为阶跃函数输入对系统是最严峻的考验。如果系统在阶跃函数作用下的动态性能能够满足要求,那么在其他形式函数的作用下,其动态性能也能令人满意。控制系统在阶跃函数作用下的时间响应曲线称为阶跃响应,以 $h(t)$ 表示。为了便于分析和比较,假定系统在阶跃输入作用前处于静止平衡状态。对于大多数控制系统,这种假设是符合实际情况的。描述系统稳、准、快的定量数据指标如下:

(1) 峰值时间 t_p : 阶跃响应曲线第一次越过稳态值而达到峰点所需要的时间。

(2) 超调量 σ : 阶跃响应超出稳态值的最大偏差量与稳态值之比的百分数,即

$$\sigma = \frac{h(t_p) - h(\infty)}{h(\infty)} \times 100\%$$

式中, $h(t_p)$ 为 $h(t)$ 的最大峰值; $h(\infty)$ 为 $h(t)$ 的稳态值。当 $h(\infty) = 1$ 时,超调量记为 σ_p 。

(3) 调节时间 t_s : 响应到达并停留在稳态值的 $\pm 5\%$ 误差范围内所需要的时间。调节时间又称为过渡过程时间。

(4) 稳态误差 e_{ss} : 当时间 t 趋于无穷时,系统稳态响应的希望值与实际值之差叫做稳态误差。

上述指标中,峰值时间 t_p 表征系统响应初始段的快慢;调节时间 t_s 表征系统过程连续时间,从总体上反映了系统的快速性;超调量 σ 反映系统响应过程的平稳性;稳态误差 e_{ss} 则反映了系统复现输入信号的最终(稳态)精度。在实际中,系统的稳定裕度用幅值裕度和相角裕度两种形式表示闭环系统与其临界稳定状态偏离的程度,适当的相角裕度和幅值裕度可以防止系统中元件变化造成的影响,并且指明了频率值。这两个裕度值可将闭环系统的工作状态限定在谐振频率附近。为了得到满意的性能,相角裕度应当在 30° 与 60° 之间,幅值裕度应当大于 6 dB。今后我们侧重以超调量、调节时间和稳态误差这三项指标评价系统单位阶跃响应的平稳性、快速性和稳态精度,以稳定裕度分析系统的相对稳定性。

根据不同的具体情况,系统对稳、准、快的要求可以不同。一般来说,对同一个系统稳、准、快是相互制约的。提高过程的快速性,可能会引起系统的强烈振荡;改善了系统平稳性,过渡过程又可能很滞缓,甚至使稳态精度很低。总之,要综合分析和解决这些矛盾。

在控制系统的实际设计中,系统的校正设计与系统的性能指标分析同等重要。系统构造好后,性能指标常常不能满足要求,需要根据实际的响应设计校正网络。为此,本书将系统的设计技巧与系统的分析方法放在同等重要的地位,而不仅仅是做简单的介绍。

第 2 章 线性控制系统模型、时域响应

本章讨论用时域法解决系统控制中的一系列问题,包括建立数学模型、求解时域响应以及分析系统性能等。

本章的主要特点在于综合应用经典控制理论和现代控制理论来解决问题,使得在不同条件、不同要求的情况下,可以扬长避短,采用最好的方法。譬如建立数学模型和分析系统性能,对于单输入-单输出系统,传递函数显得简单明了,清晰生动。但传递函数只是对系统的外部描述,不能充分反映系统内部的状态。而状态方程用一组微分方程就将系统的变化完全表示出来了,且对于多变量时变系统,在形式上与简单的单变量定常系统完全相同。

2.1 数学模型的建立

为了从理论上对自动控制系统进行定性分析和定量计算,首先要建立系统的数学模型。因为通过数学模型来研究自动控制系统,可以摆脱各种不同类型系统的外部关系而抓住这些系统的共同规律。绝大多数的物理系统都有某种程度的非线性,线性系统实际上是忽略了系统中的某些次要因素,对数学模型进行一次近似而得到的。一个物理系统,只有当其真实特性和工作范围符合线性假设时,才可以用线性数学模型来描述。系统数学模型的建立,一般采用解析法或实验法。解析法就是依据系统及元件各变量之间所遵循的物理定律和化学定律,列出变量间的数学表达式,从而建立数学模型。本节主要举例说明解析法的应用。

1. 由弹簧、物体和阻尼器组成的机械系统

如图 2-1 所示,根据牛顿定律可得

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = F - F_B - F_k \quad (2-1)$$

式中, F 为外作用力; F_k 为弹簧的弹性力; F_B 为阻尼器黏性阻力; y 为物体位移; m 为物体质量。

F_B 与物体移动速度成正比,有关系式

$$F_B = f_0 \frac{dy}{dt} \quad (2-2)$$

式中, f_0 为阻尼系数。

F_k 与物体位移量成正比,有关系式

$$F_k = ky \quad (2-3)$$

式中, k 为弹性系数。

将式(2-2)与式(2-3)代入式(2-1),得运动方程

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + f_0 \frac{dy}{dt} + ky = F \quad (2-4)$$

值得注意的是,在这个机械振动系统中,弹性系数 k 不是一个常数而是位移 y 的函数。也就是说,弹簧的刚度与形变有关系。阻尼系数 f_0 亦不是纯线性的。但是,如果位移 y 只在一定

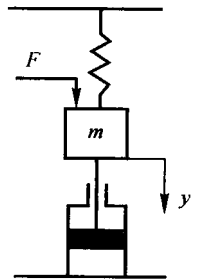


图 2-1

范围内变化,弹性系数 k 就基本上是一个常数而与 y 无关,即力与形变的关系符合胡克定律;阻尼系数也基本上是线性的,它与速度成正比,这种近似处理就叫做线性化过程。上述系统经过线性化以后,就可用式(2-4)来描述,这个方程的解与实际系统的运动是相当符合的。也就是说,线性化只是简化了系统的数学模型,而不会改变系统的“基本面貌”。尽管我们在以后的例子中不再花篇幅讨论线性化处理,但读者应该清楚这是建立系统数学模型的一个重要步骤。

2. 由电阻、电感、电容组成的四端网络

如图 2-2 所示,其中 u_1 为输入量, u_2 为输出量。根据基尔霍夫定律,可得

$$u_1 = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i dt$$

$$u_2 = \frac{1}{C} \int_0^t i dt$$

消去上面两式的中间变量 i , 可得

$$LC \frac{d^2 u_2}{dt^2} + RC \frac{du_2}{dt} + u_2 = u_1 \quad (2-5)$$

若 R, L, C 均为常数,则可用二阶线性定常微分方程描述四端网络。

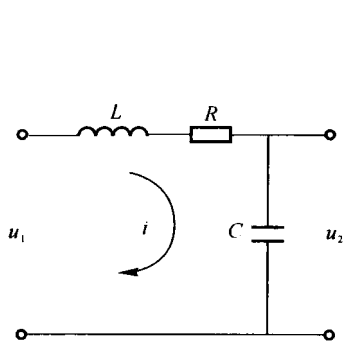


图 2-2

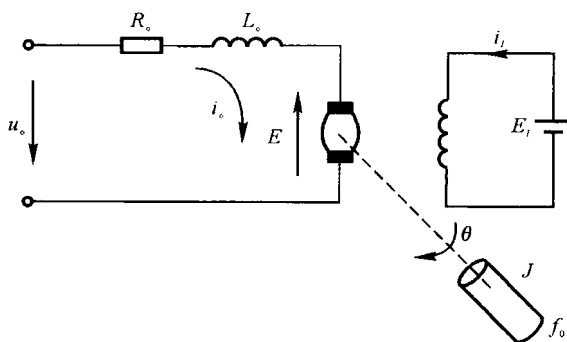


图 2-3

3. 直流电动机的电路

如图 2-3 所示,以电枢端电压 $u_0(t)$ 为输入量,以电动机输出转角 $\theta(t)$ 为输出量,根据基尔霍夫定律,电动机电枢回路的运动方程式为

$$L_0 \frac{di_0}{dt} + R_0 i_0 + E = u_0 \quad (2-6)$$

$$E = k_e \frac{d\theta}{dt} \quad (2-7)$$

式中, L_0, R_0 为电枢绕组的电感和电阻; E 为电机的反电势; k_e 为反电势比例系数。

电动机的力矩

$$M_0 = k_m i_0 \quad (2-8)$$

式中, k_m 为电机的力矩系数。

当电机空载时,其力矩平衡方程为

$$M_0 = J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + f_0 \frac{d\theta}{dt} \quad (2-9)$$

式中, J 为电动机轴上的转动惯量; f_0 为阻尼系数。

将式(2-6) ~ 式(2-9)中的中间变量 i_0 消去,得

$$JL_0 \frac{d^3\theta}{dt^3} + (JR_0 + f_0L_0) \frac{d^2\theta}{dt^2} + (R_0f_0 + k_e k_m) \frac{d\theta}{dt} = k_m u_0 \quad (2-10)$$

4. 位置随动系统

其原理如图 2-4 所示,从图中可清楚看到系统组成的元部件及其相互关系。

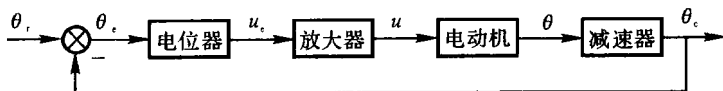


图 2-4

依次列写各元部件的方程如下:

比较元件 $\theta_e = \theta_r - \theta_c$ (2-11)

电位器 $u_e = k_1 \theta_e$ (2-12)

放大器 $u = k_2 u_e$ (2-13)

电动机 $T_m \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{d\theta}{dt} = k_m u$ (2-14)

减速器 $\theta_c = \frac{1}{\alpha} \theta$ (2-15)

联立式(2-11) ~ 式(2-15),消去中间变量 θ_e, u_e, u 和 θ ,得

$$T_m \frac{d^2\theta_c}{dt^2} + \frac{d\theta_c}{dt} + \frac{k_1 k_2 k_m}{\alpha} \theta_c = \frac{k_1 k_2 k_m}{\alpha} \theta_r \quad (2-16)$$

取 $k = \frac{k_1 k_2 k_m}{\alpha}$,将式(2-16)写成标准形式,即有运动方程

$$\frac{T_m}{k} \frac{d^2\theta_c}{dt^2} + \frac{1}{k} \frac{d\theta_c}{dt} + \theta_c = \theta_r \quad (2-17)$$

2.2 传递函数和结构图等效变换

传递函数是表征线性定常系统的一种重要方式。在经典控制理论中,传递函数与结构图一起形成了表示线性定常系统输入和输出关系的基础。

一、传递函数

定义传递函数的出发点是动态系统的微分方程

$$a_0 \frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} c(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n c(t) = b_0 \frac{d^m r(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} r(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_m r(t)$$

式中, $c(t)$ 是输出变量, $r(t)$ 是输入变量,系数 a_0, a_1, \dots, a_n 和 b_0, b_1, \dots, b_m 都是常数,且 $n \geq m$ 。

对方程两边取拉氏变换,并设初始条件为零,可得

$$(a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n)C(s) = (b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m)R(s)$$

传递函数的定义为零初始条件下,线性定常系统输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比,其表达式为

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n} \quad (2-18)$$

传递函数的拉氏反变换, 对应于系统零初始状态的脉冲响应。

例 2-1 对于上节中提到的 RLC 串联网路, 求其传递函数。

解 我们已知网络的运动方程为

$$LC \frac{d^2 u_2}{dt^2} + RC \frac{du_2}{dt} + u_2 = u_1$$

对上式进行拉氏变换并令网络的初始条件为零, 则得

$$LCs^2 U_2(s) + RCs U_2(s) + U_2(s) = U_1(s)$$

传递函数为

$$G(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

二、结构图及其等效变换

控制系统的结构图, 实质上是系统原理方框图和数学方程的结合。在结构图中, 用传递函数取代了原理方框图中各元部件的具体物理结构。为了得到系统传递函数, 必须简化结构图, 也就是对它进行各种等效变换。等效变换的一般法则如下所述, 主要有串联、并联、反馈连接及比较点和引出点的移动等, 下面分别介绍。

1. 串联

传递函数分别为 $G_1(s)$ 与 $G_2(s)$ 的元件串联连接, 其等效传递函数等于这两个传递函数的乘积, 如图 2-5 所示, 并有如下表达式:

$$G(s) = G_1(s)G_2(s) \quad (2-19)$$

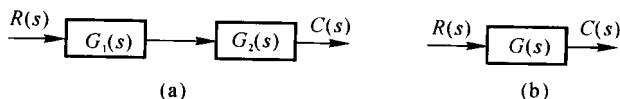


图 2-5

2. 并联

传递函数分别为 $G_1(s)$ 与 $G_2(s)$ 的元件并联连接, 其等效传递函数等于这两个传递函数的代数和, 即

$$G(s) = G_1(s) \pm G_2(s) \quad (2-20)$$

并联连接及其等效结构图如图 2-6 所示。

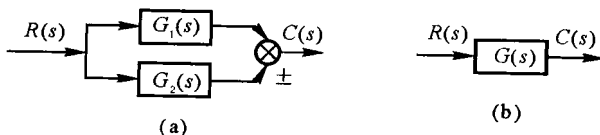


图 2-6

3. 反馈连接

反馈连接及其等效结构图如图 2-7 所示。由图可以知道反馈系统的闭环传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)H(s)} \quad (2-21)$$

则单位反馈系统的闭环传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)} \quad (2-22)$$

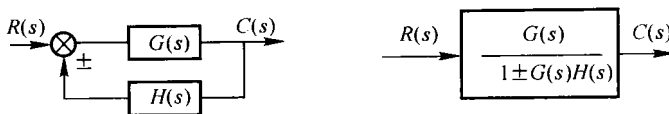


图 2-7

4. 比较点和引出点的移动

在系统结构图简化过程中,有时为了便于进行方框的串联、并联或反馈连接的运算,需要移动比较点或引出点的位置。这时应注意在移动前后必须保持信号的等效性,而且比较点和引出点之间一般不宜交换位置。此外“-”号可以在信号线上越过方框移动,但不能越过比较点和引出点。表 2-1 汇集了结构图简化(等效变换)的基本规则,可供查用。

表 2-1 结构图简化(等效变换)规则

原方框图	等效方框图	等效运算关系
		(1) 等效单位反馈 $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{G_2(s)} \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)}$
		(2) 比较点前移 $C(s) = R(s)G(s) \pm Q(s) = [R(s) \pm \frac{Q(s)}{G(s)}]G(s)$
		(3) 比较点后移 $C(s) = [R(s) \pm Q(s)]G(s) = R(s)G(s) \pm Q(s)G(s)$
		(4) 引出点前移 $C(s) = R(s)G(s)$
		(5) 引出点后移 $R(s) = R(s)G(s) \frac{1}{G(s)}$ $C(s) = R(s)G(s)$

续表

原方框图	等效方框图	等效运算关系
		(6) 交换或合并比较点 $C(s) = E_1(s) \pm R_3(s) =$ $R_1(s) \pm R_2(s) \pm R_3(s) =$ $R_1(s) \pm R_3(s) \pm R_2(s)$
		(7) 交换比较点或引出点(一般不采用) $C(s) = R_1(s) - R_2(s)$
		(8) 负号在支路上移动 $E(s) = R(s) - H(s)C(s) =$ $R(s) + H(s) \times (-1)C(s)$

三、信号流图

信号流图是由节点和支路组成的一种信号传递网络,其原理与结构图本质上一样,只是形式上不同。信号流图的简化常常用到梅逊公式

$$P = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^n p_k \Delta_k \quad (2-23)$$

式中, P 为从源节点到阱节点的传递函数(或总增益); n 为从源节点到阱节点的前后通路总数; p_k 为从源节点到阱节点的第 k 条前向通路总增益。

$\Delta = 1 - \sum L_a + \sum L_b L_c - \sum L_d L_e L_f + \dots$ 为流图特征式。其中, $\sum L_a$ 为所有单独回路增益总和; $\sum L_b L_c$ 为在所有互不接触的单独回路中,每次取其中两个回路的回路增益的乘积之和; $\sum L_d L_e L_f$ 为在所有互不接触的单独回路中,每次取其中三个回路的回路增益的乘积之和。

Δ_k 为流图余因子式,它等于流图特征式中除去与第 k 条前向通路相接触的回路增益项(包括回路增益的乘积项)以后的余项式。

例 2-2 试简化图 2-8 所示的系统结构图,并分别求出传递函数

$$\frac{C_1(s)}{R_1(s)}, \quad \frac{C_1(s)}{R_2(s)}, \quad \frac{C_2(s)}{R_1(s)}, \quad \frac{C_2(s)}{R_2(s)}$$

解 首先整理图 2-8 得图 2-9(a),再将 $G_2(s)$ 引出点前移并将 $R_2(s)$ 与 $G_1(s)$ 间两求和点互换位置得图 2-9(b),最后消去各反馈回路得图 2-9(c)。

令 $R_2(s) = 0$, 利用反馈连接和串联运算,可得 $\frac{C_1(s)}{R_1(s)}$ 和 $\frac{C_2(s)}{R_1(s)}$ 。

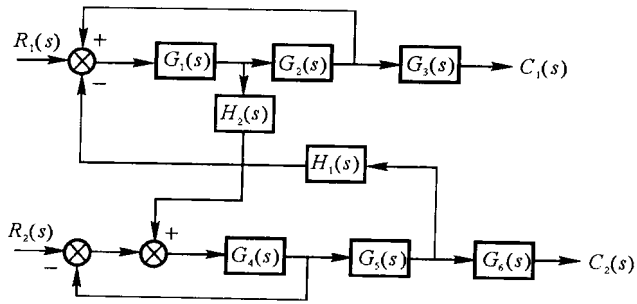
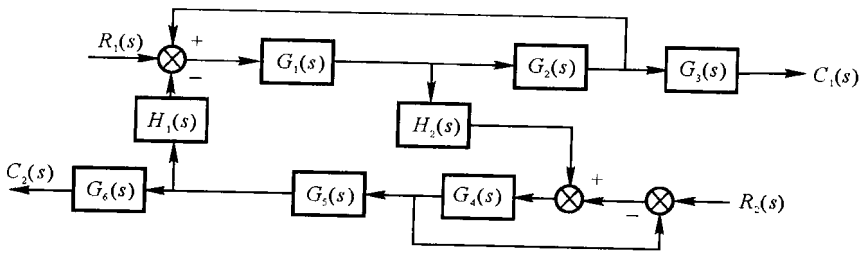
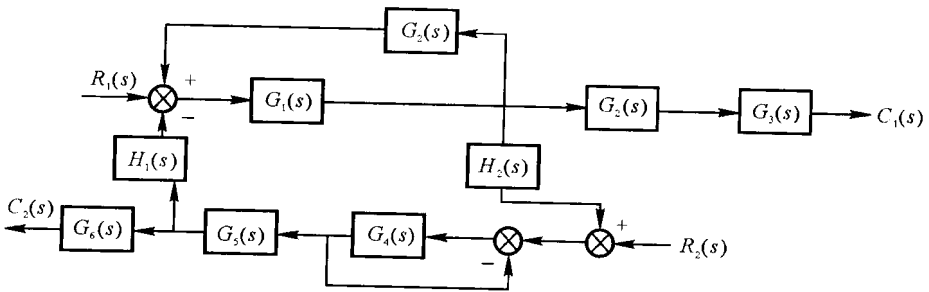


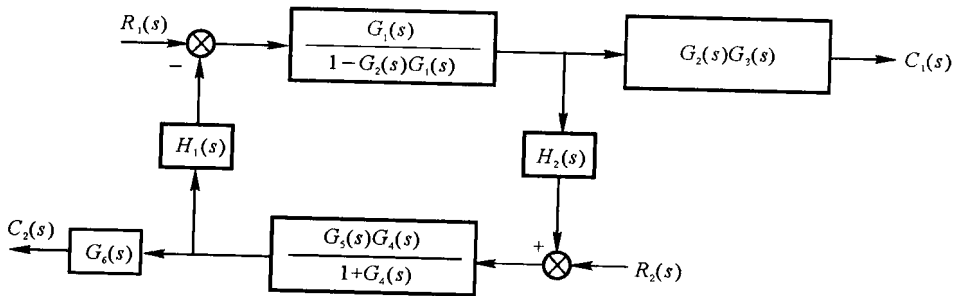
图 2-8



(a)



(b)



(c)

图 2-9

$$\frac{C_1(s)}{R_1(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s) + G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)}{1 + G_4(s) - G_1(s)G_2(s) - G_1(s)G_2(s)G_4(s) + H_1(s)H_2(s)G_2(s)G_4(s)G_5(s)}$$

$$\frac{C_2(s)}{R_1(s)} = \frac{G_1(s)G_4(s)G_5(s)G_6(s)H_2(s)}{1 + G_4(s) - G_1(s)G_2(s) - G_1(s)G_2(s)G_4(s) + H_1(s)H_2(s)G_1(s)G_4(s)G_5(s)}$$

令 $R_1(s) = 0$, 可利用串联与反馈运算得 $\frac{C_1(s)}{R_2(s)}, \frac{C_2(s)}{R_2(s)}$ 。

$$\frac{C_1(s)}{R_2(s)} = \frac{-H_1(s)G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)G_5(s)}{1 + G_4(s) - G_1(s)G_2(s) - G_1(s)G_2(s)G_4(s) + H_1(s)H_2(s)G_1(s)G_4(s)G_5(s)}$$

$$\frac{C_2(s)}{R_2(s)} = \frac{G_4(s)G_5(s)G_6(s) - G_1(s)G_2(s)G_4(s)G_5(s)G_6(s)}{1 + G_4(s) - G_1(s)G_2(s) - G_1(s)G_2(s)G_4(s) + H_1(s)H_2(s)G_1(s)G_4(s)G_5(s)}$$

例 2-3 试简化图 2-10 所示的系统结构图, 并求传递函数 $\frac{C(s)}{R(s)}$ 。

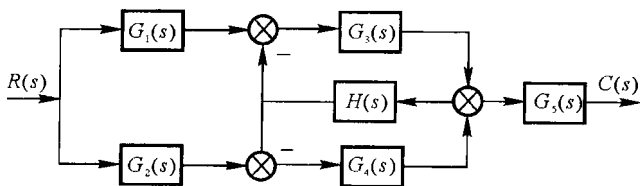
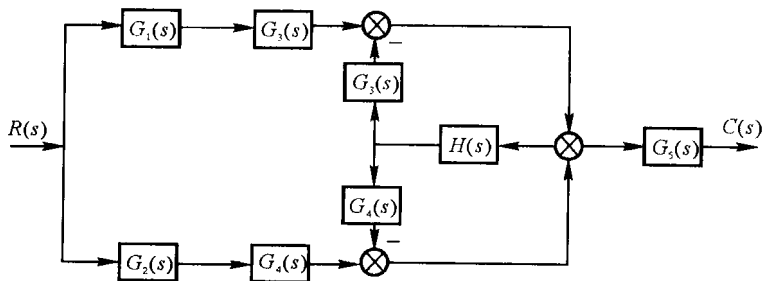


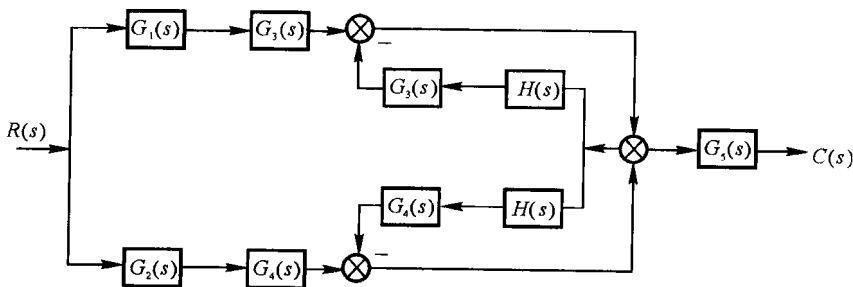
图 2-10

解 首先将 $G_3(s), G_1(s)$ 方框前的两个比较点后移, 得图 2-11(a), 其次将 $H(s)$ 后的引出点前移得图 2-11(b), 然后改画成图 2-11(c) 的形式。最后合并比较点得图 2-11(d), 并利用串并联及反馈运算得到传递函数

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_5(s)G_1(s)G_3(s) + G_2(s)G_1(s)G_5(s)}{1 + G_3(s)H(s) + G_1(s)H(s)}$$



(a)



(b)

图 2-11