

数学文化课程建设 的探索与实践

顾 沛 组编



高等教育出版社

数学文化课程建设的探索与实践

顾沛 组编

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学文化课程建设的探索与实践/顾沛组编. —北京:
高等教育出版社, 2009. 12

ISBN 978-7-04-028031-9

I. 数… II. 顾… III. 数学教学-教学研究-高等学校
IV. O1-4

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第183234号

策划编辑	兰莹莹	责任编辑	兰莹莹	封面设计	李卫青
责任绘图	吴文信	版式设计	马敬茹	责任校对	俞声佳
责任印制	尤 静				

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社 址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100120	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landaco.com
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landaco.com.cn
印 刷	潮河印业有限公司	畅想教育	http://www.widedu.com
开 本	850×1168 1/32	版 次	2009年12月第1版
印 张	6.75	印 次	2009年12月第1次印刷
字 数	170 000	定 价	13.30元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 28031-00

数学文化的教学(代序)

本书收集的是一批有关数学文化教学的论文,包括两个方面的内容,一方面是关于“数学文化课程的教学”,另一方面是关于“数学文化如何融入大学数学教学”;其中既有教学实践的总结,也有理论、理念的探讨。

数学文化类型的课程近些年在我国高校如雨后春笋,蓬勃兴起,表现出强大的生命力;许多学校希望交流数学文化课程建设的经验。“全国高校数学文化课程建设研讨会”的召开顺应了广大高校的需求,是对我国当前数学文化课程教学、数学文化融入大学数学教学及数学素质教育成果的一次大检阅。

“数学文化”一词越来越广泛地被使用,但人们对该词的解释并不完全相同。我们这里用“数学文化”一词作为课程名称,主要指数学的思想、精神,也包含数学家传记、数学史、数学美学等数学的人文成分。这类课程目前名称各异,形式多样,但可以归纳为两种,一种是为设有数学必修课的文、理科专业开设的,大多作为选修课出现;一种是为未设有数学必修课的某些文科专业开设的,其中有的作为必修课,也有的作为选修课。

为什么数学文化类型的课程近些年会受到欢迎,受到重视?我们觉得可能有两个原因:一是素质教育的思想逐渐深入人心,使得许多教师和学生越来越重视数学素质的培养;二是目前的许多数学课程在培养学生的数学素养上还有所欠缺,需要一种补救措施。

一切教育都要落实到“培养人”上,都要落实到“培养全面发展

的人”上,数学课程也不例外。一个人的学历教育中,从小学一年级到大学一年级,一般要学十三年的数学课,只有语文课能与之相比;但许多人并未因为学的时间长而掌握数学的精髓。相反,大多数学生仍然对数学的思想、精神了解得较肤浅,对数学的宏观认识和总体把握较差,数学素养较差;甚至误以为学数学就是为了会做题、能应付考试,不知道“数学方式的理性思维”的重大价值,不了解数学在生产、生活实践中的重要作用,不理解数学文化与诸多文化的交汇。应试教育下的数学教学,较多地让学生做习题,却较少地让学生想问题。在做习题中,又较多地在操作层面上训练解题方法,而较少地在思维层面上培养数学素养。这种情况往往从中学延续到大学,个别高校甚至专门围绕考研应试来安排数学课程。李大潜先生在本次会议的报告中说:“如果就事论事,仅仅将数学作为知识来学习,而忽略了数学思想对学生的熏陶以及学生数学素质的提高,就失去了数学课程最本质的特点和要求,失去了开设数学课程的意义。”实际上,学生毕业后如果不是在与数学相关的领域工作,他们学过的具体的数学定理、公式和解题方法可能大多用不上,以至很快就忘记了;而学习这些数学知识时培养的数学素养,反而是数学让人终生受益的精华。很多数学教育家都说,不管人们从事什么工作,深深铭刻在头脑中的数学的思想精神、数学的思维方法和看问题的着眼点等,都会随时随地发挥作用,使人们终生受益。那么,各种类型的数学课程中,我们为什么不在传授知识的同时,有意识地提高学生的数学素养(也即数学素质)呢?

可惜现在的多数数学课程在这方面有所欠缺,于是以传授数学思想、精神为主的数学文化课程就起到了独特的作用。然而,数学文化课程对教师的要求很高,教师开授数学文化课付出的劳动,远比讲授一般的专业课多得多。这也是许多高校很想开设数学文化课却迟迟难以开设的一个原因,同时也是此次会议受到众多高



校领导和教师关注的一个原因。

数学文化课程其实有多种多样的讲授方法,但我们以为,该课从内容上应该以数学的思想、精神为中心,从宗旨上应该以提高学生的数学素养、文化素养、思想素养为中心。在这“两个中心”的前提下,再注意科学精神与人文精神的有机融合,注意采用师生互动的教学方法,数学文化课就会有较好的效果。但教师不能生硬地照搬别人成功的经验,一定要结合自己学校的实际情况;因为教无定法,贵在得法。

数学文化课程既不是“数学概论”课,也不是“趣味数学”课,但是却应该注意知识性、趣味性、思想性、应用性的有机融合。“全国高校数学文化课程建设研讨会”上的充分交流,使许多原先犹豫徘徊的高校了解情况,受到启发,建立信心,下决心组织力量开设“数学文化”课程。

本书一些文章还就“数学文化融入大学数学教学”进行了讨论。这里的“融入”,主要指数学思想融入数学教学。高水平的数学教学,应在传授数学知识的同时,介绍背景、揭示本质、传达思想;遗憾的是,现在多数数学课程,仍然把数学仅仅作为知识来讲授;因此我们觉得有必要重视“数学文化融入数学教学”的话题。

李大潜先生在说到加强数学文化教学时,尤其强调采用“融入”的形式,而不希望成为外加的“补丁”,并且特别指出,“在讲授数学知识的同时,将有关数学的重要发现与发明,摆到当时的历史环境中分析,并结合现今的发展及应用,揭示它们在数学文化层面上的意义及作用,因势利导,顺水推舟,而达到画龙点睛的效果,使学生在润物细无声之境中得到深刻的启示。”

所以,“数学文化融入数学教学”,应该是数学思想与数学知识的有机结合。要做到“有机的融入”,需要教师对数学知识有深刻的理解,并且有较高的教学艺术。本书中一些文章提供了许多有

益的例子,可供读者借鉴。

编入本书的文章,谈论的角度和写作风格并不一样,但都围绕“数学文化教学”这一主题,反映了我国当前在这一领域的工作现状和水平。本次会议的广泛交流也表明,全国许多高校的数学文化课程已经成为校园文化的亮丽风景,受到学生的热情欢迎。希望本书能够对数学文化的教学提供一些经验和启发,也欢迎读者对本书的不足提出宝贵意见。

顾沛

2009年5月于南开大学

目 录

数学文化与数学教养	李大潜(1)
“文化数学”课程的构想——兼谈数学和诗词意境的 沟通	张奠宙(13)
如何讲授数学文化课	顾 沛(23)
数学文化与数学教育	张顺燕(41)
数学文化课程的教学实践与思考	周明儒(50)
我的数学聊斋	李尚志(58)
数学文化与文化成人	程 钢(66)
数学文化课程教学实践	龙和平(72)
“数学文化”课教学与教材建设	邹庭荣(78)
“运筹学的思想方法及应用”课程建设的实践与思考 ——兼谈数学文化的融入	焦宝聪 陈兰平(84)
关于数学文化与数学教育技术的思考与 实践	朱健民 李建平 黄建华(94)
润物细无声——对数学文化的认识及在大学数学教 学中进行数学文化教育的实践	慕小武 李梦如(102)
“数学文化透视”课程的实践	林 磊(110)
关于多种方式开展数学文化教育的实践和体会	王丽霞(118)
通识课“数学精神与方法”的设计与教学	杜乃林(125)
一次饶有兴味的尝试——“数学赏析与唐诗格律”选 修课	向隆万(139)
数学美与数学教学	张士军(145)

数学文化的研究与教学实践的反思	王宪昌(152)
将数学文化融入到基础课教学中的几点 尝试	姜广峰 李 威 江新华(163)
把数学思想的讲授贯穿于数学文化课程的始终	张效成(170)
“复变函数”课程的多元化教学探讨——兼谈数学文化的 渗透	唐笑敏 刘大顺(177)
天津大学开设“数学文化”课的体会	孙秀萍 韩月丽(183)
数学文化融入数学教学举例	苟长义(189)
数学文化引入大学文科数学的教学改革与实践	陈建明(200)

数学文化与数学教养

李大潜

(复旦大学数学科学学院, 上海, 200433)

摘要:本文基于对文化的总的认识,重点阐述下面三个方面的内容:

- 一、数学是一种先进的文化;
- 二、自觉接受数学文化的熏陶,努力增进自身的数学教养;
- 三、关于开展数学文化教学的一些建议.

关键词:数学文化;数学教养;素质教育

在精神及意识形态的层面上,够得上称为文化,特别是够得上称为先进文化,应该在下面的两个方面均有所体现:一是在深化人类对世界的认识或推动人类对世界的改造方面,在推动人类物质文明和精神文明的发展中,起过或(和)起着积极的作用,甚至具有某种里程碑意义的;二是在这一历史进程中,通过长期的积累与沉淀,自觉不自觉地转化为人类的素质与教养,使人们在精神与品格上得到升华的. 人类在认识世界与改造世界的过程中,也自然会加深认识并不断改造着自己,向更高更完善的境界前进. 因此,这两方面既有区别,又密切联系,总起来就组成了人类文明的进程,构成了人类文明的发展史,也形成了现今意义下的文化.



数学是一种先进的文化

先谈谈对数学这门学科的看法和认识。

数学是什么？按照恩格斯的说法，数学是研究现实世界中的数量关系和空间形式的科学。这是对数学的一个概括、中肯而又相对来说易于为公众了解和接受的说法。尽管从恩格斯到现在，数学的内涵已经大大拓展了，人们对现实世界中数量关系和空间形式的认识和理解也已今非昔比、大大深化和发展了，但恩格斯的说法应该说仍然有效，没有必要从根本上加以改变。

长期以来，在人们认识世界和改造世界的过程中，对数学的重要性及其作用逐渐形成了自己的认识和看法，而且这种认识和看法随着时代的进步也在不断发展。现在概括起来，大概有下面这么几条：

数学是一类知识。从小时候识数开始，经小学、中学到大学，数学都是必修的重要课程。数学作为人类必不可少的一类知识，地位已经牢固的确立。和科举时代只学四书五经相比，时代毕竟是大大地前进了。

数学是一种语言。数学是一种科学的语言。伽利略就曾说过：“宇宙这本书是用数学语言写成的。……除非你首先看懂了它的语言，……，这本书是无法读懂的。”数学这种科学的语言，如果运用得当，是十分精确的，这是数学这门学科的特点。同时，这种语言又是世界通用的。加减乘除，乘方开方，指数对数，微分积分，常数 π ， e ， i ，等等，这些数学语言和符号一开始虽然可能五花八门、各有千秋，但早已统一为一个固定的样式，世界各地通用。正因为如此，尽管不怎么精通外文，往往还是可以凭着文中的记号及公式把外文书籍或论文中有关的数学结论猜个八九不离十。数学是一种精确

的科学语言这一点,应该容易成为人们的共识。

数学是一个工具.数学是一个有力的工具,在人们的日常生活及生产中随时随地发挥着重要的作用,已经是一个不争的事实.在现代,数学作为四化建设的重要武器,在很多重要的领域中更起着关键性、甚至决定性作用,这一点也愈来愈清楚地为人们所认识。

数学是一个基础.数学是各门科学的基础.不仅在自然科学、技术科学中,而且在经济科学、管理科学,甚至人文、社会科学中,为了准确和定量地考虑问题,得到有充分根据的规律性认识,数学都成了必备的重要基础.现在,很多科学(特别是很多自然科学)中的数学化趋势,有的已初见端倪,有的也已呼之欲出。

数学是一门科学.数学不仅具有上述那些服务性的功能,而且特色鲜明,自成体系,本身是一门重要的科学.按照恩格斯的说法,自然科学是以研究物质的某一运动形态为特征的,而数学则不然,它是忽略了物质的具体形态和属性,纯粹从数量关系和空间形式的角度来研究现实世界的.数学和物理、化学、天文、地学、生物等自然科学不属于同一个层次,不是自然科学的一种,而是和研究思维规律的哲学类似,具有超于具体科学之上、普遍适用的特征.现在的数学科学已构成包括纯粹数学及应用数学内含的众多分支学科和许多新兴交叉学科的庞大的科学体系.好多学校的数学系改名为数学科学学院,反映了这一个现状和趋势。

数学是一门技术.过去一支笔、一张纸就能搞定的数学,竟然可以成为一门技术,似乎是匪夷所思.但是,数学的思想和方法与计算技术的结合的确已经形成了技术,而且是一种关键性的、可实现的技术,称为“数学技术”.它本质上是数学的内容物化为计算机的软件及硬件,成为技术的一个重要组成部分和关键,从而也可以转化为先进的生产力.“高技术本质上是一种数学技术”的观点现已为愈来愈多的人们所认同。

数学是一种文化.数学是一种先进的文化,是人类文明的重要

基础,它的产生和发展伴随着人类文明的进程,并在其中起着重要的推动作用,占有举足轻重的地位。

远在古代希腊时代,著名的毕达哥拉斯学派的信条就是“万物皆数”(这里的数指的是整数),他们是通过数来理解整个世界的。在数学史上,古希腊的数学是一个极为辉煌的时期,整个古希腊的文明是与其相伴、并以其为基础的。在古希腊,一个不懂得数学的人不算一个有文化、上档次的人,是被人轻视,难以进入大雅之堂的。柏拉图在雅典学院的门口大书“不懂几何学的人不得入内”,就充分体现了这一点。在当时,懂不懂数学是身份、品位和文明的象征,数学是作为一种高雅的文化得到人们的尊重的。这正像在俄国过去的沙龙中,人们是以说法语为荣的。在俄国的上层社会,懂不懂法语成了有没有文化、上不上档次的一个标志。托尔斯泰的《战争与和平》中有着大段大段直接用法文写出的对话,就是一个明证。文艺复兴是在中世纪的黑暗统治之后力图恢复古希腊的文明及传统,所以称为文艺复兴。这个传统一直延续下来,应该说,在西方,数学作为一种文化、作为一种文明的象征受到尊重,还是有悠久历史的。

在我们国家,情形就有很大的不同。在过去,一个人懂得诗词歌赋,会得琴棋书画,甚至会写一点儿八股文,就被尊为文人,就被认为有文化、有知识、有品位,科举的大门为他们敞开,升官晋爵的机遇也主要向他们提供。而懂得数学,好的,大体上被视为一个能工巧匠;不好的,甚至视为另类,视为一个不食人间烟火的怪物,恐怕很少会有人把这和文化沾边,觉得有什么文化的。这种情况现在有了一些转变,但要在内心深处承认数学是一种文化,而且是在推动历史进步、人类文明发展方面起重要作用的文化,是人类文明重要的支柱;要在内心深处认为对数学必须大力弘扬,必须努力创造条件使数学在我国更快的发展,为人类的文明作出更大的贡献;要在内心深处承认自己的数学根底不够不是一个可以炫耀的资本,而是一个严重的缺憾,不是一个成材的捷径,而是一个拦路的障

碍,不仅自己要努力学好数学,而且要鼓励、推动下一代学好数学、用好数学,凡此等等,无疑还需要作很多细致深入的工作,也还需要借以时日。

鉴于对数学是一种先进的文化这一点,现在认识到的人还不多,在我们国家也似乎一直没有引起足够的重视,有必要多作一些说明。其实,只需看下面几个例子,就足以看到:数学在人类文明的进程中一直起着积极的推动作用,是人类文明的一个重要支柱。

1. 记数与进位。数学开始于数数。原始人大约只能区分 1 与多,碰到 3 就觉得多了,三人为“众”大概就是这样来的。后来有了十进制(在巴比伦是六十进制,在古代法国看来是二十进制,但基本点是相同的),用 1,2,3,4,5,6,7,8,9 和 0 这十个数字,再加上逢十进一,就可以表示世界上任何一个数字。这是现在的人们从小就知道的事实,似乎是天经地义的。然而,这却是数学给人类文明带来的一个不可磨灭的巨大贡献。如果没有了它,稍微大一些的数字就会使人晕头转向,更谈不上庞大的天文数字或是极其微小的数字了,现今金融行业或科学试验中种种复杂或高精度的数学运算根本不可能进行,我们还能有如此高度发达的文明社会吗?

2. 零。在人们的常识中,似乎 0 与 1,2,3,4,5,6,7,8,9 一样是同时出现并处于同等地位的,但是零的出现与使用,却要晚得多,它的作用也颇为特殊。中国是最早提出零这个概念的国家,在运算中出现零的地方,留下一个空格来表示,这就不至于引起混淆,而用“0”这一个符号来表示零,则是印度人的贡献。这是东方文明的一个划时代的成果。在欧洲,一直到文艺复兴初期,还不知道、不承认这一点,并将“0”作为异教的符号而一律加以排斥和打击。因此,直到那个时期,欧洲人很少能顺利地进行乘除法,更不用说开方运算了。我们常说祖冲之对圆周率精确计算到小数点后第 7 位,领先于欧洲一千年。其实,祖冲之计算圆周率的方法本质上还

是公元前二世纪多阿基米德提出的割圆术,在方法上并不比欧洲人领先.说祖冲之的结果领先欧洲一千年,本质上应该是中国人比欧洲早一千年使用了零这个符号,从而更早掌握了乘除法及开方的艺术.零的出现和使用,无疑是数学对人类文明的一个石破天惊的巨大贡献.

3. **欧几里得几何.**人们生活着的世界究竟是什么样子的?究竟具有怎样的空间形式?这是人类在认识世界与改造世界时所不可避免的大问题.公元前3世纪古希腊的欧几里得集当时几何知识的大成所著的《几何原本》,是后来称为欧几里得几何的经典,一直沿用至今,其中不少内容已经成为人们的常识,并且为人类的基本生活及生产活动提供了可靠的依据.没有它,不可能有古代的金字塔和万里长城,也不可能现代的摩天大楼和三峡工程,几何学这一历史悠久的数学分支,深刻影响着人类文明的进程,至今仍在发挥着不可替代的重要作用,难道还有任何的疑问吗?

4. **对数.**将任何一个正数用某一个给定正数的指数幂来表示,这个指数幂就称为这个正数以此给定正数为底的对数.这一个看起来是“概念的游戏”,可以将任何两个正数的乘除运算化为相应指数幂(对数)的加减运算,实现了由乘除到加减这一个惊人的转换,使人们从大量繁复的乘除运算中解放了出来,这无疑是对生产力的一次巨大解放和推动.和其他的数学发现不一样,对数的发明事先似乎并无任何征兆,仿佛一下子突然降临到人间;然而,它是以计算实践的迫切需要为强烈背景的.正如对数的创始者纳皮尔(J. Napier)所说:“要实际应用数学,我看最大的障碍就是处理数字的相乘、相除,或且求取二次或三次方根,……,因此我开始思考,有没有什么方法可以去除这些障碍”.正因为如此,对数这一发明一开始就得到普遍的欢迎和广泛的应用,这又一次显示了数学文化的威力.

5. **解析几何与微积分.**解析几何与微积分作为现代数学登上

历史舞台的突出标志,是人类文明的重要瑰宝。正如恩格斯所说,“有了它们,才能使自然科学有可能用数学来不仅仅表明状态,而且也表明过程,即运动。”它们的发明,是受到产业革命需要的强烈推动的,尽管当时理论上还很不成熟,甚至有相当大的混乱(特别是对微积分是如此),但由于所得的结果总是对的,仍然得到普遍的采用并迅速得以推广,至于其严格理论基础的建立则是后来的事了。这说明数学一旦显示了它在人类认识世界和改造世界中的巨大的作用,就必然会作为一种数学文化显示出巨大的生命力,推动着人类的进步,改写着人类的历史。

这样的例子可以说不胜枚举,但就从这些例子已足以看出:数学过去是、现在是、将来也将是一种先进的文化,它带领着、推动着、影响着人类的文明进程,深刻地改变着世界的面貌,也改变着人类本身的思维能力和认识水平,改变着人类的本身。人类充分享受着数学文化的恩惠,但往往浑然不觉,习以为常,“身在福中不知福”,对数学文化的重要性缺乏自觉的认识,因而不可能不从消极方面影响到自身的成长及人类社会进一步走向更高级的文明,这是值得认真反思并引起足够重视的。古人说:“天不生仲尼,万古长如夜”。如果没有数学,没有数学的进步,人们可能还生活在中世纪的黑暗中,过着“长如夜”的生活,我们有什么理由不尊重数学文化,不重视数学文化的引领和熏陶作用呢?

二

自觉接受数学文化的熏陶,努力 增进自身的数学教养

从小学到中学,从中学到大学,从大学到研究生阶段,人们都在学习数学。那么,为什么要学习数学,或者说学习数学的目的性

究竟何在呢？答案似乎很简单：学习数学，不就是要获得数学知识，要学得一大堆重要的数学概念、定理、公式和结论，懂得各种各样的数学方法和手段吗？这种单纯以学习知识为目的的观点，将教育仅仅看成是知识的传授，是很片面的，也是很有害的。至于现在中小学的数学教育中，将完整的数学知识体系再分割为若干互不联系的支离破碎的知识点，孤立地进行讲授，甚至还按照考试大纲的要求，在教学中决定这些知识点的取舍或轻重，更是误人子弟，流毒非浅，等而下之了。

以我的看法，学习数学这门学科的目的，无论是对中小学还是对大学，无论是对理工科还是对文科，无论是对青少年还是对成人，应该努力达到下面三个方面的要求：

1. 通过学习数学，对数学这个学科有一个基本正确的认识和理解，对数学的重要性，对数学在推进人类社会物质文明与精神文明发展方面的重要作用，对数学是一种先进的文化，包括对数学带来的美感，有一个基本的认同和体会。因而对数学有一种仰慕和敬重，有一种向往和热爱，有一种亲和力。如果觉得数学纸上谈兵，毫无用处，觉得数学高不可攀，难以理解，觉得数学枯燥无味，甚至面目可憎，对其敬而远之，退避三舍，这样的数学教与学，无疑是彻底失败了。

2. 通过学习数学，特别是通过数学严格的训练，能逐步领会到数学的精神实质和思想方法，在潜移默化中积累起一些优良的素质，造就了自己的数学教养，不仅变得更加聪明起来，而且对今后一生的发展都会起着重要的积极作用。这一点，特别体现了数学教育本身就是一种素质教育。忽略了这一点，就失去了数学教育的灵魂。

3. 通过学习数学，不仅积累了数学的知识和方法，掌握了必要的工具和技巧，而且提高了将数学有效地用于解决现实世界中种种实际问题的自觉性和主动性，并具备了一定的能力，今后能够与他人合作或想到与他人合作，运用数学思想和工具来解决自己