

DIJI-JIEGOU DONGLIXIANGHUUOYONG FENXIFANGFA

地基 - 结构动力相互作用 分析方法 —— 薄层法原理及应用

蒋 通 (日)田治见宏 著

地基—结构动力相互作用分析方法

——薄层法原理及应用

蒋 通 (日)田治见宏 著



同濟大學出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

内 容 提 要

地基与结构动力相互作用(SSI)分析在结构地震反应分析和动力机器基础及各种振源引起环境振动的研究中占有十分重要的地位。本书对地基与结构动力相互作用的基本课题进行了深入浅出的阐述;介绍了地基与结构动力相互作用的主要分析方法;重点论述了由作者创导的薄层法的原理及应用。本书对重要结构的抗震设计、动力机器基础的设计和各种振源引起环境振动的预测和防治有指导和实用意义。

本书理论联系实际,论述简明清晰,理论推演严密,算例丰富并附有部分计算程序。本书可供建筑力学、地震工程和振动工程研究工作者、土木建筑工程师以及研究生阅读。

本书附配套素材,下载地址如下:<http://www.tongjipress.com.cn/xiazai/SSIprogram.rar>

图书在版编目(CIP)数据

地基-结构动力相互作用分析方法:薄层法原理及应用/蒋通,(日)田治见宏著. —上海:同济大学出版社,
2009.5

ISBN 978 - 7 - 5608 - 3874 - 8

I. 地… II. ①蒋…②田… III. 建筑结构—抗震
设计 IV. TU352.104

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 174175 号

地基-结构动力相互作用分析方法——薄层法原理及应用

蒋 通 (日)田治见宏 著

责任编辑 封 云 责任校对 杨江淮 封面设计 潘向蓁

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn

(地址:上海市四平路 1239 号 邮编:200092 电话:021 - 65985622)

经 销 全国各地新华书店

印 刷 同济大学印刷厂

开 本 787 mm×1092 mm 1/16

印 张 22

印 数 1—1 500

字 数 713 000

版 次 2009 年 5 月第 1 版 2009 年 5 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5608 - 3874 - 8

定 价 88.00 元(附网络增值服务)

推荐信(代序一)

土与结构动力相互作用(SSI)的研究在地震工程与风工程等学术领域中占有十分重要的地位。地震时的地震动以波动的形式传递到场地地基并激发起基础及上部结构的振动,而上部结构又是作为支承在天然或人工地基上的体系发生振动的,因此,SSI 体系无论在自振特性还是在动力反应方面均与不考虑动力相互作用的结构有很大的差异。随着我国高层、超高层建筑的日益增多及诸如核电站等重要工程设施建设的发展,对 SSI 的研究提出了更高的需求。遗憾的是,至今我国尚缺少由我国学者自己编写的有关 SSI 问题研究的解释、综述和深入探讨的学术专著。

为此,蒋通教授撰写了《地基-结构动力相互作用分析方法》一书,书中对地基与结构动力相互作用进行了深入浅出的概述,以弹性半空间上的地表基础为例,阐述了 SSI 研究中的两个基本课题——地基阻抗与基础输入运动。并对考虑 SSI 后上部结构的反应分析方法、动力相互作用的效应及工程上考虑 SSI 影响的思路作了论述。书中还对地基与结构动力相互作用的主要分析方法进行了详细的论述,其中不仅有传统的分析方法,还有近年来由作者研究开发的薄层单元分析方法。方法中既有建立在波动理论基础上的精细分析方法,也有适用于工程实用的简化计算方法。书中还对国内外近年来有关 SSI 研究的新进展作了介绍和评述。

由于 SSI 问题涉及到土动力学、波动力学、结构动力学、计算力学、地震工程学等诸多领域,故对作者的学术水平有较高的要求。作者蒋通 1980 年作为公派访问学者从同济大学去日本,在著名学者、SSI 问题研究权威田治见宏(H. Tajimi)教授的研究室进修,1988 年又在田治见宏教授的指导下以学位论文《边界单元法及其在基础地震反应分析中的应用》获得了博士学位。在其后的研究中,蒋通对不规则场地上 SSI 分析方法、高层建筑 SSI 分析及地脉动观测在地震工程中的应用等课题进行了深入的研究,因此,作者具有较深厚的理论基础和广阔的学术背景。全书论述简明清晰,理论推演严密,分析解释的物理概念明确,并能密切结合实际应用与处理工程问题的需要,理论联系实际,其中不乏作者具有创新见解的研究成果和心得。特此郑重推荐予以出版。

中国科学院院士

中国工程院院士

李国豪

2000 年 4 月 24 日

推荐信(代序二)

蒋通教授撰写的《地基-结构动力相互作用分析方法》一书,从弹性半空间地基的运动方程入手对土与结构动力相互作用(SSI)的基本问题——地基阻抗与基础输入运动进行了概述,并对考虑 SSI 后上部结构反应的分析方法、动相互作用的效应及工程实用上如何考虑 SSI 影响等问题进行了论述。作者对考虑地基与结构动力相互作用的几种主要分析方法进行了详细的介绍。其中,既有传统的方法,也有近年来由作者开发的薄层单元法,还有可适用于天然地基或桩基分析的实用简化法,读者可根据需要选用合理的计算方法。此外,作者还对近年来国内外 SSI 研究的新进展作了介绍和评述。

SSI 分析在结构抗震设计和反应分析中占有十分重要的地位。强震观测、震动台试验和计算分析结果均表明,SSI 将使结构的自振、阻尼及反应特性产生很大的变化,因此,在高层建筑、原子能发电站等重要结构的抗震设计中均必须予以考虑。我国在 1989 年修订建筑抗震设计规范时,即已列入了考虑 SSI 的有关条文。但从总体上看,我国对 SSI 问题的研究还很不够,极需一部能对 SSI 问题进行解释、综述和深入探讨的学术专著。蒋通先生撰写的这本书正好弥补了国内这方面的空白。

蒋通先生自 20 世纪 70 年代起就从事有关地基阻抗的研究,曾参加我国动力机器基础设计规范和冶金部制氧机动力设备基础设计指针的编制工作,后来他又以地震工程为主要研究方向,尤其对其中的 SSI 问题有深入的研究和独到的见解,发表了不少优秀的论文并取得显著的研究成果。这些成果在本书中均有所反映。他所提供的初稿表明,本书是一部难度较大、水平较高的学术专著,体现出作者丰富的工程实践和较高的理论素养。为此,我郑重地对本书的出版予以推荐。

中国科学院院士
北京工业大学教授 周锡元

2000 年 5 月 22 日

推荐信(代序三)

土与结构动力相互作用研究最早源于大型机器基础振动问题,重点发展借势于重大土木工程与水利工程,特别是核电站工程抗震设计和分析的需求,经过了百年历程。土与结构动力相互作用问题是地震工程领域中基础性研究的热点课题,与重大工程联系密切,涉及波动力学、土动力学、结构动力学、计算力学、地震工程学等诸多学科,吸引了国内外众多学者和工程师长期从事这一领域的研究,携手探索。四年一度的世界地震工程会议多次设立专题,为各国的土与结构动力相互作用问题最新理论成果和工程实践提供交流平台,可见土与结构动力相互作用研究在地震工程领域的重要性。

百年来,世界各国学者以理论研究、数值分析、模型试验和原型测试等不同方式,探求在地震等不同动力作用下结构与地基间的相互影响规律,取得了很多成果,有的已纳入各国建筑抗震设计规范,指导工程实际。随着我国城镇化建设的发展,基础设施建设正在进入新的发展阶段。500米级高层结构、3000米级大跨度桥梁、千米级大跨度空间结构、300米级高坝和多层交叉的大跨度地下空间结构以及10多座核电站的建设,必将在土与结构动力相互作用研究领域提出更为复杂的科学与工程问题。为此,认真系统地总结百年来土与结构动力相互作用研究的理论成果和工程实践经验,无疑对于应对土与结构动力相互作用研究所面临的新挑战、把相应研究工作推向新的阶段有着重要的现实意义。我国除在20世纪80年代初期出版了湖南大学严人觉等学者以大型机器振动为工程背景的土与结构动力相互作用方面的专著外,还翻译出版了瑞士著名学者Wolf教授的相关著作,但令人遗憾的是,至今尚缺少由我国学者自己编写的地震工程和土木工程领域的相关学术专著。

蒋通教授一生以上与结构动力相互作用问题作为自己的主要研究方向,不仅研究了机器振动中的土与结构动力相互作用问题,还长期在地震工程领域从事这一世界性难题的研究,取得了丰硕的成果。近年来,进一步开展地铁引起的环境振动中的土与结构动力相互作用新问题研究。他精心撰写的《地基-结构动力相互作用分析方法》一书不仅系统地总结了土-结构动力相互作用问题的基本理论和方法,还对国内外近年来有关土与结构动力相互作用研究的新进展作了介绍和评述,特别全面地总结了他自己具有创新见解的研究成果。这是一本学术水平高、有重要工程参考价值的专著,对推动土与结构动力相互作用研究有重要价值。特此郑重推荐出版。

土木工程防灾国家重点实验室主任
同济大学教授

蒋通

2009年2月8日

目 录

推荐信(代序一) / 李国豪

推荐信(代序二) / 周锡元

推荐信(代序三) / 楼梦麟

1 地基-结构动力相互作用概论	1
1.1 地基-结构动力相互作用的分析方法	1
1.2 子结构法的一般求解过程	1
1.3 激振力作用下无质量基础的反应分析	3
1.4 入射波作用下无质量基础的反应分析	3
1.5 上部结构的反应分析	4
1.6 简单基础模型的动力相互作用分析	4
1.7 惯性相互作用与输入相互作用	6
1.8 地基-结构动力相互作用的效应分析	7
2 弹性半空间地基的等价振动模型	10
2.1 地基等价振动模型的概要	10
2.2 明德林解和基底土反力分布	11
2.3 圆形表面基础地基刚度的实用计算方法	15
2.4 矩形表面基础地基刚度的实用计算方法	17
2.5 层状地基表面基础地基刚度的修正	24
2.6 埋置基础地基刚度的实用计算方法	26
2.7 地基阻尼系数的实用计算方法	32
3 用锥体模型分析明置块体基础的地基阻抗函数	37
3.1 研究内容	37
3.2 锥体模型概述	38
3.3 弹性半空间地基上明置基础的阻抗函数	44
3.4 基岩覆盖层地基上明置基础的阻抗函数	51
3.5 层状弹性半空间地基上明置基础的阻抗函数	61
4 基于弹性半空间理论的地基阻抗函数	69
4.1 弹性半空间的运动方程	69
4.2 运动方程变换为波动方程	69
4.3 波动方程的通解	70
4.4 运动方程的位移和应力通解	72
4.5 集中荷载激振下的波动位移解	73

4.6 地表基础的地基阻抗函数.....	79
5 埋置基础的振动特性	94
5.1 诺伐克近似侧面地基阻抗函数.....	94
5.2 田治见近似侧面地基阻抗函数	103
5.3 田治见-原田近似侧面地基阻抗函数.....	118
5.4 块体基础地基阻抗函数近似公式汇集	121
6 基础输入运动的评价方法	137
6.1 弹性半空间地基自由场地运动	137
6.2 层状弹性半空间地基自由场地运动	141
6.3 基础输入运动的分析方法	150
6.4 基础输入运动的近似分析	154
6.5 基础输入运动的特点	162
7 桩基础的振动特性	164
7.1 单桩地基的水平阻抗函数	164
7.2 单桩地基阻抗的近似计算	169
7.3 单桩地基阻抗简化计算方法精度检验	179
7.4 群桩系数的简便评价方法	180
7.5 层状地基群桩阻抗的简化分析方法	189
8 薄层法的基本理论	198
8.1 薄层地基模型及传递边界	198
8.2 2维平面外(SH波型)问题的薄层模型	200
8.3 2维平面内(SV-P波型)问题的薄层模型	207
8.4 层状地基的薄层模型及格林函数(柱坐标求解)	216
8.5 层状地基的薄层模型及格林函数(直角坐标求解)	227
8.6 层状地基的环形荷载激振解(格林函数)	235
8.7 层状地基下半空间的边界条件	242
8.8 薄层法的求解精度及模型的设置方法	247
9 薄层法在地基-结构动力相互作用分析中的应用	253
9.1 薄层法分析地基-结构动力相互作用的原理	253
9.2 薄层法在地基-基础动相互作用分析中的应用	258
9.3 基础地基阻抗函数计算实例	262
9.4 简谐激振荷载作用下單柱周围地表位移反应	269
9.5 层状地基轴对称问题中环形激振格林函数的应用	272
9.6 用薄层法计算埋置基础侧面阻抗函数的实用方法	279
9.7 层状地基中埋管地基阻抗函数的计算	289

10 薄层法研究的新进展	294
10.1 层状地基在移动激振荷载作用下的薄层法基本解	294
10.2 多孔饱和层状地基的薄层法基本解	299
10.3 时域层状地基薄层法基本解	304
11 用薄层法计算分析高架轨道交通引发的环境振动	308
11.1 支架顶部动反力计算	308
11.2 单位简谐荷载作用下层状地基中承台群桩基础周围土层反应分析	311
11.3 高架轨道交通引起环境振动的计算分析	315
12 用薄层法计算分析地面和地下轨道交通引发的环境振动	325
12.1 列车激振荷载的计算	325
12.2 单位简谐荷载用下层状地基地表反应分析	329
12.3 地面和地下轨道交通引发环境振动的计算	332
作者简介	339
后记	340

1 地基-结构动力相互作用概论

本章概要论述地基-结构动力相互作用(Soil-Structure Interaction, SSI)的基本概念,使读者对动力相互作用问题的全貌有一个总体的了解。本章中使用将地基-上部结构总体系分解为子结构的方法,指出了地震波作用下地基-结构动力相互作用分析的主要课题及其求解途径。

1.1 地基-结构动力相互作用的分析方法

图 1-1 表示基础置于弹性半无限空间地基上的建筑结构受到地震波入射的作用。对这样的地基-结构体系在地震作用下的反应计算,基本上有以下两种方法:

1. 直接法(Direct Method)。该方法如图 1-2 所示,是将地基和结构作为一个总的体系进行分析,地基与结构之间动的相互作用包含在计算过程中。采用直接法计算时经常使用的是有限元方法。直接法的最大优点是可以在计算模型中考虑实际地基的复杂情况及其非线性性质。但直接法必须对无限延伸的半空间地基截取其有限部分建立分析模型,在有限分析模型的边界处会因此而产生实际上并不存在的波的反射。为了避免或尽量减少这种波的反射,需在模型的底面和侧面边界处设置如图所示的人工边界;而且采用直接法分析时,由于模型很大,需耗费大量的计算时间和费用,目前直接法主要应用在二维模型或轴对称模型的分析中。

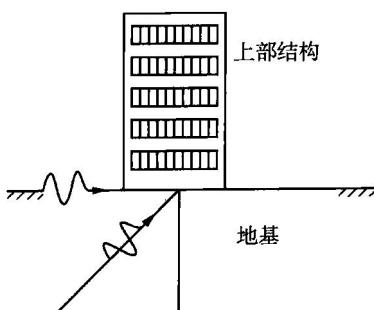


图 1-1 受地震波入射作用的上部结构

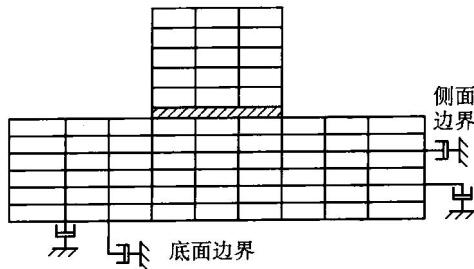


图 1-2 地基-结构体系的直接法分析模型

2. 子结构法(Substructure Method)。这种方法是将总的地基-结构体系分解为几个子结构,在对各子结构分别求得频域中的反应后,根据子结构之间边界面上的相容条件计算总体系的地震反应。由于子结构法是以叠加原理为前提的,故它仅适用于线形体系。子结构法的物理概念明确,在一些简单情况下还可得到解析解,这些解析解对理解动力相互作用的实质具有指导意义。子结构法适用于规模较大体系的地基和结构动力相互作用分析。本章中以子结构法为主要研究对象,其原理在 1.2 节中介绍。

1.2 子结构法的一般求解过程

以图 1-1 所示的结构为例,说明利用子结构法在频域中求解结构地震反应的一般过程①。为了叙述的

① 日本建築学会. 入門・建物と地盤との動的相互作用[M]. 東京: 日本建築学会, 1996.

方便,以下均省略时间因子 $e^{i\omega t}$ ($i = \sqrt{-1}$ 为虚数单位, ω 为圆频率), 并假定结构基础为置于地表面上的刚体基础。

在分析时首先将地震波入射下的地基-结构总体系划分为图 1-3(a), (b) 所示的两个子结构。图(a)表示包括了基础在内的上部结构, 图(b)表示受地震波入射作用的地基介质。由于与基础接触的地基面上的位移受刚体基础刚体位移的约束, 可将这种约束看成为如图(b)所示的地基表面的无质量的刚体基础。上述两个子结构之间存在着相互作用的广义力(沿 3 个坐标轴方向的力和关于 3 个坐标轴的力矩, 共计 6 个分量), 在图(a)和图(b)中标出了作用在基础底面边界处的广义力。这样的相互作用力对于上部结构的基础或地基表面的无质量基础而言, 可看作一种激振力, 记为

$$\{F_s(\omega)\} = \{P_x, P_y, P_z, M_x, M_y, M_z\}^T \quad (1-1)$$

研究图(b)所示的无质量基础, 其上同时作用有入射波和上部结构激振力, 可将它们分解为仅有上部结构激振力作用的图(c)和仅有入射波作用的图(d)。这样, 图 1-3 的(a), (c), (d) 即构成了地基-结构总体系的 3 个基本子结构, 对它们的分析即是地基-结构相互作用分析子结构法的基本部分。在图 1-4 中列出了相互作用分析子结构法的基本课题, 其中的课题一和课题三为动力相互作用分析中最基本的课题, 在 1.3 节、1.4 节和 1.5 节中将对这 4 个基本课题作概要的论述。

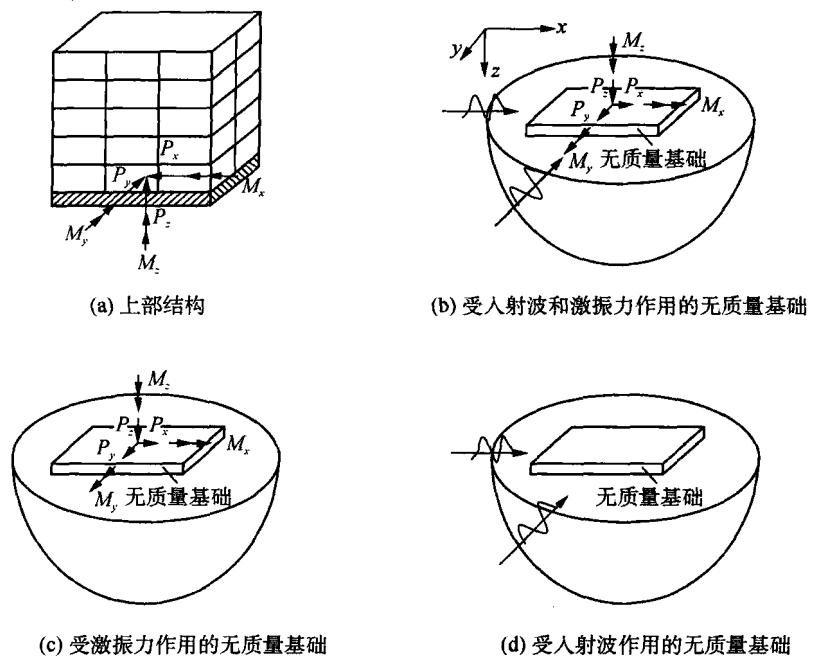
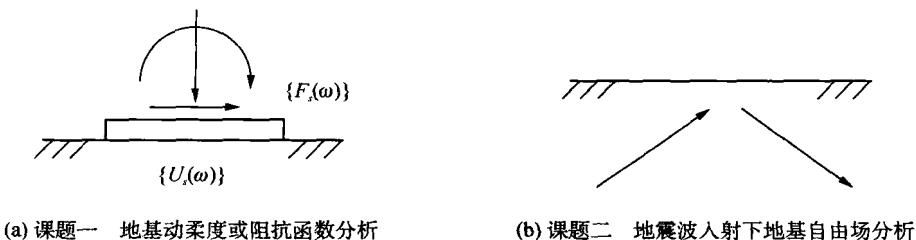


图 1-3 地基-结构体系的子结构分解



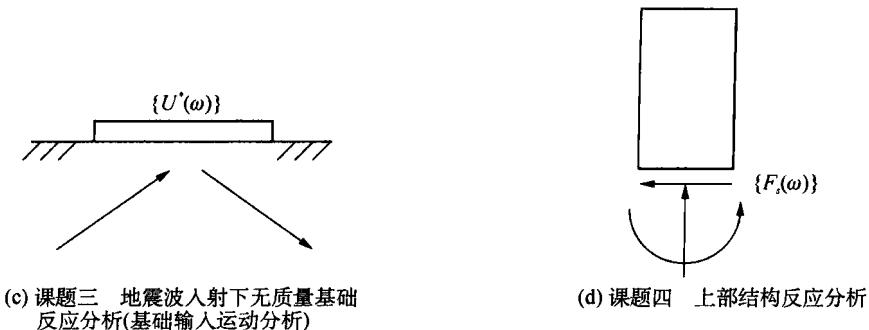


图 1-4 动力相互作用分析的基本课题

1.3 激振力作用下无质量基础的反应分析

在图 1-3(c)所示激振力作用下地表无质量刚体基础的广义位移(位移和转角)可记为

$$\{U_s(\omega)\} = \{\Delta_x^s, \Delta_y^s, \Delta_z^s, \Phi_x^s, \Phi_y^s, \Phi_z^s\}^\top \quad (1-2)$$

上述广义位移和式(1-1)所示的广义激振力 $\{F_s(\omega)\}$ 之间的关系一般可写为

$$\{U_s(\omega)\} = [C(\omega)]\{F_s(\omega)\} \quad (1-3)$$

或

$$\{F_s(\omega)\} = [K(\omega)]\{U_s(\omega)\} \quad (1-4)$$

式中, $[C(\omega)]$ 称为地基动柔度(Dynamic Ground Compliance), 而 $[K(\omega)]$ 称为地基阻抗函数(Dynamic Ground Impedance)。它们均与激振频率 ω 相关。例如, 长方形基础的 $[K(\omega)]$ 为

$$[K(\omega)] = \begin{bmatrix} K_{hh}^{xx} & & -K_{hv}^{xx} & & \\ & K_{vv}^{yy} & K_{vh}^{yy} & & \\ & K_{vh}^{xy} & K_{ww}^{yy} & & \\ & K_{vv}^{xz} & K_{vw}^{xz} & K_{hw}^{xz} & \\ -K_{hv}^{xy} & & & K_{hw}^{yy} & K_{ww}^{zz} \\ & & & & K_{ww}^{zz} \end{bmatrix} \quad (1-5)$$

式中的下标 h, v, r, t 分别表示水平、垂直、回转、扭转分量; 第一个上标表示广义位移的方向, 第二个上标表示广义力的方向。例如, K_{hh}^{xx} 表示为使 x 方向产生单位水平位移需在 x 方向作用的水平力, 又如, K_{vv}^{yy} 表示为使 y 方向产生单位水平位移需在绕 x 轴方向作用的力矩。同时, 水平和回转的耦合项满足 $K_{hv}^{xy} = K_{vh}^{xy} = K_{hw}^{xz} = K_{vw}^{xz}$ 的关系。

动柔度和阻抗函数之间有互为求逆的关系

$$[K(\omega)] = [C(\omega)]^{-1} \quad (1-6)$$

本节中讨论的动柔度或阻抗函数的分析对应于图 1-4 中所示的第一个课题。

1.4 入射波作用下无质量基础的反应分析

本课题如图 1-3(d)所示, 是求解入射波作用下无质量基础的反应。在求解本课题前首先需求解当基础不存在而仅有地基时的地运动, 称之为自由场地运动(Free Field Ground Motion); 然后再求解在自由场运动作用下无质量基础的反应, 工程界称这样的反应为基础输入运动(Foundation Input Motion)。上述两项分析

对应于图 1-4 中所示的第二和第三个课题。

基础输入运动可表示为

$$\{U^*(\omega)\} = \{\Delta_x^*, \Delta_y^*, \Delta_z^*, \Phi_x^*, \Phi_y^*, \Phi_z^*\}^\top \quad (1-7)$$

对基础输入运动还可以作如下等价的考虑。先求解在地震波入射下为使基础不发生运动需施加的广义约束力, 称为驱动力(Driving Force); 然后计算在解除驱动力后基础的运动即为基础输入运动。设驱动力为 $\{F_f^*(\omega)\}$, 则基础输入运动可由下式求得:

$$\{U^*(\omega)\} = -[C(\omega)]\{F_f^*(\omega)\} \quad (1-8)$$

式中的负号表示对基础解除驱动力(反方向加力)。

综合以上分析, 在上部结构激振力和地震波入射同时作用下基础的位移反应 $\{U_0(\omega)\}$ 可通过叠加式(1-3)和式(1-8)而得:

$$\{U_0(\omega)\} = \{U^*(\omega)\} + \{U_s(\omega)\} = \{U^*(\omega)\} + [C(\omega)]\{F_s(\omega)\} \quad (1-9)$$

1.5 上部结构的反应分析

本节介绍图 1-3(a)所示上部结构的反应分析问题。在上一节中已定义了结构基础的位移 $\{U_0(\omega)\}$ 和作用在基础底面的激振力 $\{F_s(\omega)\}$ 。设上部结构的绝对位移为 $\{U_b(\omega)\}$, 则频域中上部结构的运动方程可写为

$$\begin{bmatrix} [S_{bb}(\omega)] & [S_{b0}(\omega)] \\ [S_{0b}(\omega)] & [S_{00}(\omega)] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_b(\omega)\} \\ \{U_0(\omega)\} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{F_s(\omega)\} \end{Bmatrix} \quad (1-10)$$

式中, $[S_{ij}(\omega)](i, j = b, 0)$ 为由基础和上部结构的刚度矩阵 $[K]$ 、阻尼矩阵 $[C]$ 和质量矩阵 $[M]$ 所构成的动刚度矩阵(脚标 0, b 分别表示基础与上部结构):

$$[S_{ij}(\omega)] = [K_{ij}] + i\omega[C_{ij}] - \omega^2[M_{ij}] \quad (i, j = b, 0) \quad (1-11)$$

由式(1-9)求得 $\{F_s(\omega)\}$, 将 $\{F_s(\omega)\}$ 代入式(1-10)的右端并利用式(1-8)和式(1-6)的关系, 可得

$$\begin{bmatrix} [S_{bb}(\omega)] & [S_{b0}(\omega)] \\ [S_{0b}(\omega)] & [S_{00}(\omega)] + [K(\omega)] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_b(\omega)\} \\ \{U_0(\omega)\} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{F_f^*(\omega)\} \end{Bmatrix} \quad (1-12)$$

上式为地基-结构体系的运动方程, 其中的驱动力 $\{F_f^*(\omega)\}$ 可通过求解图 1-4 中的课题三求得。求解式(1-12)即可求得频域中基础的反应 $\{U_0(\omega)\}$ 和上部结构的反应 $\{U_b(\omega)\}$, 对应于图 1-4 中所示的第四个课题。再将求得的频域中的反应通过富立叶逆变换可求得时域中的反应, 如对上部结构有

$$\{u_b(t)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{U_b(\omega)\} e^{i\omega t} d\omega \quad (1-13)$$

为叙述方便, 在以上的分析中均以地表面明置基础上的结构为研究对象, 但其分析原理完全适用于具有埋置基础的一般结构的动力相互作用分析。

1.6 简单基础模型的动力相互作用分析

以图 1-5 所示的埋置基础在地震动作用下的水平-回转运动为例, 研究简单基础模型的动力相互作用。地基用频率相关的底面水平阻抗 $K_2(\omega)$ 、回转阻抗 $K_{r0}(\omega)$ 以及侧面水平阻抗 $K_1(\omega)$ 代替, 建立简单的动力相互作用分析模型。设基础的质量为 m_f , 绕重心 G 的转动惯量为 J_0 , 埋置深度为 D 。

1.6.1 地基阻抗函数及基础运动方程

在基础重心 G 处的简谐水平激振力 $p_h(t) = P_h e^{i\omega t}$ 和回转激振力矩 $m(t) = M e^{i\omega t}$ 作用下, 基础产生水平

(Sway)运动 $u(t) = U(\omega)e^{i\omega t}$ 和回转(Rocking)运动 $\theta(t) = \Theta(\omega)e^{i\omega t}$, 其运动方程为

$$\left(-\omega^2 \begin{bmatrix} m_f & \\ & J_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_h(\omega) & K_{hr}(\omega) \\ K_{rh}(\omega) & K_r(\omega) \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} U(\omega) \\ \Theta(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_h \\ M \end{Bmatrix} \quad (1-14)$$

式中, 第二项的系数矩阵即为阻抗矩阵, 其分量为

$$K_h(\omega) = k_h(\omega) + i\omega c_h(\omega) = K_1(\omega) + K_2(\omega)$$

$$K_r(\omega) = k_r(\omega) + i\omega c_r(\omega) = \frac{D^2}{4}(K_1(\omega) + K_2(\omega)) + K_{ro}(\omega)$$

$$K_{hr}(\omega) = K_{rh}(\omega) = k_{hr}(\omega) + i\omega c_{hr}(\omega) = \frac{D}{2}(K_1(\omega) - K_2(\omega)) \quad (1-15)$$

分别称为水平阻抗、回转阻抗和水平回转耦合阻抗函数。对应垂直振动和扭转振动的情况, 尚有垂直阻抗和绕垂直轴的扭转阻抗函数。当基础为地表明置基础的情况下, 水平回转耦合阻抗函数 K_{hr} 的效应与对角项的水平阻抗 K_h 和回转阻抗 K_r 相比很微小, 一般可忽略。但当基础为埋置基础时, 其效应将随埋置深度 D 的增加而增大, 故不可忽略。

有时将阻抗函数称为地基动弹簧或相互作用弹簧, 又由于其为与频率相关的复数函数故也有称为地基动力复刚度的。

1.6.2 基础输入运动

当地震动作用在基础上时, 基础受到地震动驱动力的作用。考虑撤去基础仅剩基坑的情况, 如图 1-6 所示。在简谐自由场地运动 $u_1(t) = U_1(\omega)e^{i\omega t}$ (基础侧面) 和 $u_2(t) = U_2(\omega)e^{i\omega t}$ (基础底面) 作用下, 基础的运动方程为

$$\left(-\omega^2 \begin{bmatrix} m_f & \\ & J_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_h(\omega) & K_{hr}(\omega) \\ K_{rh}(\omega) & K_r(\omega) \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} U(\omega) \\ \Theta(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_h(\omega) \\ F_r(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K_1(\omega)U_1(\omega) + K_2(\omega)U_2(\omega) \\ \frac{D}{2}[K_1(\omega)U_1(\omega) - K_2(\omega)U_2(\omega)] \end{Bmatrix} \quad (1-16)$$

式中, $F_h(\omega)$, $F_r(\omega)$ 分别为水平和回转驱动力。

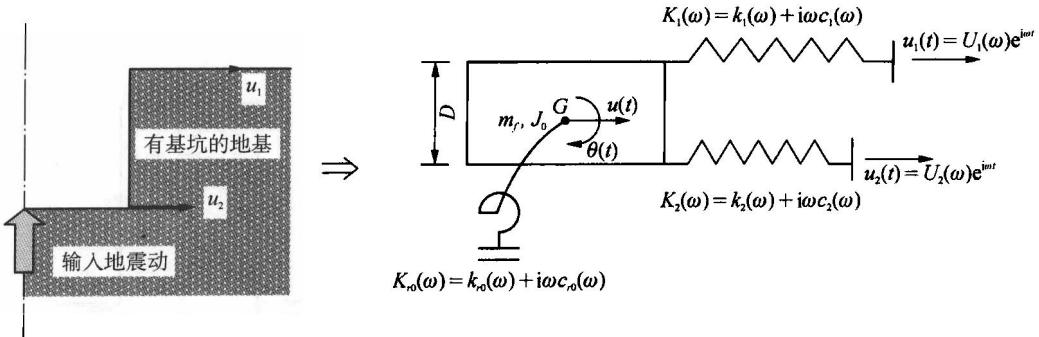


图 1-6 基础输入运动

根据基础输入运动的定义, 令式(1-16)中基础质量为零求得的位移解即为基础输入运动

$$\begin{Bmatrix} U^*(\omega) \\ \Theta^*(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_h(\omega) & K_{hr}(\omega) \\ K_{rh}(\omega) & K_r(\omega) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} F_h(\omega) \\ F_r(\omega) \end{Bmatrix} \quad (1-17)$$

式中, $U^*(\omega)$, $\Theta^*(\omega)$ 分别为基础的水平和回转输入运动, 表示无质量刚体基础在地震动作用下的反应。

将基础运动与基础输入运动之差的相对运动

$$\begin{Bmatrix} U(\omega) \\ \Theta(\omega) \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} U^*(\omega) \\ \Theta^*(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_c(\omega) \\ \Theta_c(\omega) \end{Bmatrix} \quad (1-18)$$

代入式(1-16)并考虑式(1-17)可得

$$\left(-\omega^2 \begin{bmatrix} m_f & \\ & J_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_h(\omega) & K_{hr}(\omega) \\ K_{rh}(\omega) & K_r(\omega) \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} U_c(\omega) \\ \Theta_c(\omega) \end{Bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} m_f & \\ & J_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U^*(\omega) \\ \Theta^*(\omega) \end{Bmatrix} \quad (1-19)$$

上式即为熟知的地运动作用下的基础运动方程。

由式(1-16)的右边可见,当基础输入运动地震波的周期较长、频率较低时,由于 $U_1(\omega), U_2(\omega)$ 同相位,故 $U_1(\omega) \cdot U_2(\omega) > 0$,此时水平输入占优势。相反地,当基础输入运动地震波的周期较短、频率较高时,则由于 $U_1(\omega), U_2(\omega)$ 逆相位故 $U_1(\omega) \cdot U_2(\omega) < 0$,此时水平输入互相抵消而回转输入增大。当频率进一步增大,则回转输入又会减小。当基础不同位置的输入地震波存在相位差的情况下,由于刚体基础对地运动的约束作用将导致基础输入运动有相互抵消的倾向,将这样的现象称为“输入损失”。当地震波波长小于或与基础代表尺寸相当时,在高频范围内的输入损失效应表现明显,因此,对基础平面尺寸大或埋置深度大的建筑物进行地震反应分析时,应考虑地震波的基础输入运动。

1.7 惯性相互作用与输入相互作用

建筑物由上部结构与基础构成,当建筑物在地震动作用下振动时,基础将产生水平和回转运动。对假定基础固定的结构分析模型,基础的水平和回转运动 $U(\omega), \Theta(\omega)$ 即为上部结构的输入运动,称之为有效输入运动。因此,考虑动力相互作用的结构地震反应分析可看成在有效输入运动作用下结构的地震反应分析。从基础的角度观察,基础上作用着由于有效输入运动导致结构绝对运动所产生的上部结构总惯性力,设上部结构的总水平惯性力和总惯性力矩为 $I_h(U, \Theta), I_r(U, \Theta)$,则在基础本身惯性力和上部结构总惯性力联合作用下无质量基础的反应 $U_a(\omega), \Theta_a(\omega)$ 为

$$\begin{bmatrix} K_h(\omega) & K_{hr}(\omega) \\ K_{rh}(\omega) & K_r(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_a(\omega) \\ \Theta_a(\omega) \end{Bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} m_f & \\ & J_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U(\omega) \\ \Theta(\omega) \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} I_h(U, \Theta) \\ I_r(U, \Theta) \end{Bmatrix} \quad (1-20)$$

上式表示惯性力引起的相互作用现象,称为惯性相互作用(Inertial interaction)。而式(1-17)表示的是地震动受刚体基础几何约束产生的相互作用现象,称为运动学相互作用(Kinematic interaction)或输入相互作用(Input interaction)。两种相互作用的示意如图 1-7 所示。

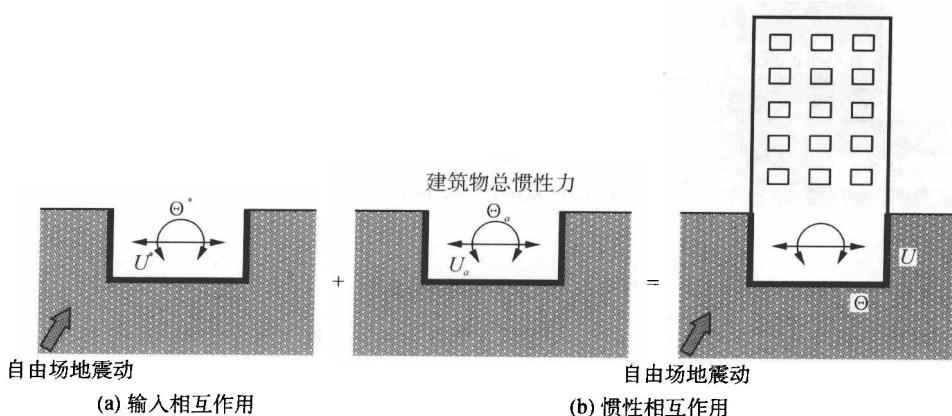


图 1-7 两种相互作用体系

这样,建筑物的有效输入运动 $U(\omega)$, $\Theta(\omega)$ 可表示为地运动导致无质量基础的反应(基础输入运动) $U^*(\omega)$, $\Theta^*(\omega)$ 与假想上部结构惯性力作用下无质量基础的反应 $U_a(\omega)$, $\Theta_a(\omega)$ 之和:

$$\begin{Bmatrix} U(\omega) \\ \Theta(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U^*(\omega) \\ \Theta^*(\omega) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} U_a(\omega) \\ \Theta_a(\omega) \end{Bmatrix} \quad (1-21)$$

将式(1-21)的 $U_a(\omega)$, $\Theta_a(\omega)$ 代入式(1-20),可得

$$\left(-\omega^2 \begin{bmatrix} m_f & \\ J_0 & \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_h(\omega) & K_{hr}(\omega) \\ K_{rh}(\omega) & K_r(\omega) \end{bmatrix}\right) \begin{Bmatrix} U(\omega) \\ \Theta(\omega) \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} I_h(U, \Theta) \\ I_r(U, \Theta) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_h(\omega) & K_{hr}(\omega) \\ K_{rh}(\omega) & K_r(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U^*(\omega) \\ \Theta^*(\omega) \end{Bmatrix} \quad (1-22a)$$

又利用式(1-18)的相对位移关系,上式可写成

$$\left(-\omega^2 \begin{bmatrix} m_f & \\ J_0 & \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_h(\omega) & K_{hr}(\omega) \\ K_{rh}(\omega) & K_r(\omega) \end{bmatrix}\right) \begin{Bmatrix} U_c(\omega) \\ \Theta_c(\omega) \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} I_h(U, \Theta) \\ I_r(U, \Theta) \end{Bmatrix} + \omega^2 \begin{bmatrix} m_f & \\ J_0 & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U^*(\omega) \\ \Theta^*(\omega) \end{Bmatrix} \quad (1-22b)$$

式(1-22)即为结构-地基总体系的运动方程。由式可见,为求解考虑地基-结构动力相互作用下结构地震反应,必须首先求得基础的地基阻抗函数 $\begin{bmatrix} K_h(\omega) & K_{hr}(\omega) \\ K_{rh}(\omega) & K_r(\omega) \end{bmatrix}$ 和基础输入运动 $\begin{Bmatrix} U^*(\omega) \\ \Theta^*(\omega) \end{Bmatrix}$ 。

1.8 地基-结构动力相互作用的效应分析

如图 1-8 所示,研究在基础输入运动 $u^*(t)$, $\theta^*(t)$ 作用下地基-结构体系的水平-回转运动模型。结构用单自由度体系模拟,图中符号定义如下: m , m_f 分别表示上部结构和基础部分的质量, J_0 为基础关于通过重心轴的转动惯量, k_b , c_b 为上部结构刚度和阻尼系数(当写成阻抗函数时为 $k_b + i\omega c_b$), D 为埋置深度, H 为上部结构至基础重心的距离。

结构相对于基础的位移为 $u_b(t)$, 基础重心处水平位移和转角分别为 $u_h(t)$, $\theta_h(t)$ 。则基础的有效输入运动为 $u(t) = u_h(t) + u^*(t)$, $\theta(t) = \theta_h(t) + \theta^*(t)$ 。以下用有效输入运动建立运动方程。

上部结构质点 m 的运动方程如下:

$$m\{ \ddot{u}_b + \ddot{u} + H\ddot{\theta} \} + c_b \dot{u}_b + k_b u_b = 0 \quad (1-23)$$

上部结构作用在基础上的水平惯性力 $P_h(t)$ 和惯性力矩 $M(t)$ 可求得如下:

$$\begin{Bmatrix} P_h(t) \\ M(t) \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} m\{ \ddot{u}_b + \ddot{u} + H\ddot{\theta} \} \\ mH\{ \ddot{u}_b + \ddot{u} + H\ddot{\theta} \} \end{Bmatrix} \quad (1-24)$$

由式(1-15)可知,埋置基础的水平-回转地基阻抗函数为

$$\begin{bmatrix} K_h(\omega) & K_{hr}(\omega) \\ K_{rh}(\omega) & K_r(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_h(\omega) + i\omega c_h(\omega) & k_{hr}(\omega) + i\omega c_{hr}(\omega) \\ k_{rh}(\omega) + i\omega c_{rh}(\omega) & k_r(\omega) + i\omega c_r(\omega) \end{bmatrix}$$

则基础的运动方程为

$$\begin{bmatrix} m_f & \\ & J_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_h(\omega) & K_{hr}(\omega) \\ K_{rh}(\omega) & K_r(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u - u^* \\ \theta - \theta^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_h \\ M \end{Bmatrix} \quad (1-25)$$

将式(1-24)的 $P_h(t)$ 和 $M(t)$ 代入式(1-25)可得

$$\begin{bmatrix} m+m_f & mH \\ mH & J \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_h(\omega) & K_{hr}(\omega) \\ K_{rh}(\omega) & K_r(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \theta \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} m\dot{u}\dot{b} \\ mH\dot{u}\dot{b} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_h(\omega) & K_{hr}(\omega) \\ K_{rh}(\omega) & K_r(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^* \\ \theta^* \end{Bmatrix} \quad (1-26)$$

式中, $J = J_0 + mH^2$ 表示总体系关于基础重心的转动惯量。

假定体系的输入运动为圆频率为 ω 的简谐振动, 即 $u^*(t) = U^* e^{i\omega t}$, $\theta^*(t) = \Theta^* e^{i\omega t}$, 则结构反应为 $u_b(t) = U_b e^{i\omega t}$ 、有效输入为 $u(t) = U e^{i\omega t}$, $\theta(t) = \Theta e^{i\omega t}$ 。式(1-23)改写成

$$(k_b - \omega^2 m + i\omega c_b)U_b = \omega^2 m(U + H\Theta) \quad (1-27)$$

式(1-26)改写成

$$\begin{bmatrix} K_h(\omega) - m_f\omega^2 & K_{hr}(\omega) \\ K_{rh}(\omega) & K_r(\omega) - J_0\omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ \Theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m\omega^2(U + H\Theta + U_b) \\ m\omega^2 H(U + H\Theta + U_b) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_h(\omega) & K_{hr}(\omega) \\ K_{rh}(\omega) & K_r(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U^* \\ \Theta^* \end{Bmatrix} \quad (1-28a)$$

忽略水平-回转运动阻抗函数的耦合项、即令 $K_{hr} = K_{rh} = 0$, 且当基础质量 m_f 与上部结构质量 m 相比较小、 m_f , J_0 可忽略时, 式(1-28a)简化成

$$\begin{bmatrix} K_h(\omega) & \\ K_r(\omega) & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ \Theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m\omega^2(U + H\Theta + U_b) \\ m\omega^2 H(U + H\Theta + U_b) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_h(\omega) & \\ K_r(\omega) & \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} U^* \\ \Theta^* \end{Bmatrix} \quad (1-28b)$$

引入以下符号:

$$\frac{k_b}{m} = \omega_0^2, \frac{k_h(\omega)}{m} = \omega_h^2, \frac{k_r(\omega)}{mH^2} = \omega_r^2 \quad (1-29)$$

$$\frac{c_b}{m} = 2h_0\omega_0, \frac{c_h(\omega_h)}{m} = 2h_h\omega_h, \frac{c_r(\omega_r)}{mH^2} = 2h_r\omega_r,$$

式中, ω_0 , ω_h , ω_r 分别对应于上部结构运动、基础水平运动和基础回转运动的固有圆频率; h_0 , h_h , h_r 分别对应于上部结构固有圆频率 ω_0 时的阻尼比、基础水平运动固有圆频率 ω_h 时的阻尼比和基础回转运动固有圆频率 ω_r 时的阻尼比。

并引入符号:

$$\Omega_0 = \frac{\omega}{\omega_0}, \Omega_h = \frac{\omega}{\omega_h}, \Omega_r = \frac{\omega}{\omega_r} \quad (1-30)$$

则式(1-27)可改写成

$$(1 - \Omega_0^2 + 2ih_0\Omega_0)U_b = \Omega_0^2(U + H\Theta) \quad (1-31)$$

式(1-28b)可改写成

$$\begin{bmatrix} 1 - \Omega_h^2 & -\Omega_h^2 \\ -\Omega_h^2 & 1 - \Omega_r^2 + 2ih_r\Omega_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ H\Theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Omega_0^2 \\ \Omega_0^2 \end{Bmatrix} U_b + \begin{Bmatrix} (1 + 2ih_h\Omega_h)U^* \\ (1 + 2ih_r\Omega_r)H\Theta^* \end{Bmatrix} \quad (1-32)$$

由式(1-32)解得 U , $H\Theta$, 再代入式(1-31), 并考虑到阻尼比 h_0 , h_h , h_r 均远小于 1, 故可略去 h_0 , h_h , h_r 的高阶微量, 式(1-31)可简化成

$$\begin{aligned} & (1 - \Omega_0^2 - \Omega_h^2 - \Omega_r^2 + 2ih_0\Omega_0(1 - \Omega_h^2 - \Omega_r^2) + 2ih_h\Omega_h(1 - \Omega_0^2 - \Omega_r^2) + 2ih_r\Omega_r(1 - \Omega_0^2 - \Omega_h^2))U_b \\ & = \Omega_0^2[1 + 2i(h_h\Omega_h + h_r\Omega_r)](U^* + H\Theta^*) \end{aligned} \quad (1-33)$$

将式(1-33)置换成以下单自由度等效体系: