新课标

基础知识掌中宝

Spark® 星火

丛书主编/马德高

高中数理化生

速查手册

用20%的时间

获取80%的分数

天津科学技术出版社

新课标

基础知识掌中宝

Spark® 星火

丛书主编/马德高

高中数理化生

速查手册

我的签名

我的座右铭

天津科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

新课标基础知识掌中宝速查手册. 数理化生 / 马德高主编 .—天津 : 天津科学技术出版社, 2009.5
ISBN 978-7-5308-2989-9

I. 新… II. 马… III. ①数学课—高中—教学参考资料②物理课—高中—教学参考资料③化学课—高中—教学参考资料④生物课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 078220 号

责任编辑:刘丽艳
责任印制:白彦生

天津科学技术出版社出版
出版人:胡振泰
天津市西康路 35 号 邮编 300051
电话(022)23332398(事业部) 23332697(发行)
网址:www.tjkjcbs.com.cn
新华书店经销
莱州市电光印刷有限公司印刷

开本 880×1230 1/64 印张 23 字数 917.8
2009 年 6 月第 1 版第 1 次印刷
定价:31.40 元(全套 3 册)

第一章 集 合

1.1 集 合

1. 集合与元素的概念

一般地,我们把研究对象统称为元素(element),把一些元素组成的总体叫做集合(set)(简称为集).只要构成两个集合的元素是一样的,我们就称这两个集合是相等的.

诠释

集合常用大写拉丁字母 $A,B,C,\cdots$ 表示,元素常用小写拉丁字母 $a,b,c,\cdots$ 表示.

2. 元素与集合的关系

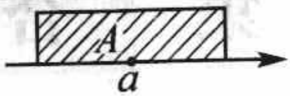
如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于(belong to)集合 A,记作 $a\in A$;

如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于(not belong to)集合 A,记作 $a\notin A$.

诠释

(1)$a\in A$ 与 $a\notin A$ 取决于 a 是不是集合 A 的元素,根据集合中元素的确定性,可知对任意的 a 与 A,$a\in A$ 或 $a\notin A$ 这两种情况有且只有一种成立;

(2)用直观图分析元素与集合间的关系.

符号	图形 数轴($a\in\mathbf{R},A\subseteq\mathbf{R}$)		Venn图
$a\in A$			
$a\notin A$			

警示 (1)符号“$\in$”、“$\notin$”是表示元素与集合之间关系的,不能用来表示集合与集合之间的关系;
(2)a与$\{a\}$是不同的,a表示一个元素,$\{a\}$表示由一个元素a构成的集合.一般称$\{a\}$为单元素集合;特别地,0与$\{0\}$是不同的.

3.集合中元素的特征

(1)确定性:给定的集合,它的元素必须是确定的.也可以这样理解,不确定的元素不能构成集合.

(2)互异性:一个给定的集合中的元素是互不相同的(或互异的).也说,集合中的元素是不重复出现的.

(3)无序性:在一个集合中,不考虑元素之间的顺序,只要元素完全相同就认为是同一个集合.

警示 在确定元素中所含字母的值时,一定要将字母的取值代回检验,看是否满足元素的互异性.

4.常用数集的符号

全体非负整数组成的集合称为非负整数集(或自然数集),记作$\mathbf{N}$;

所有正整数组成的集合称为正整数集,记作$\mathbf{N}^*$

或 $\mathbf{N}^*$；

全体整数组成的集合称为整数集，记作 $\mathbf{Z}$；

全体有理数组成的集合称为有理数集，记作 $\mathbf{Q}$；

全体实数组成的集合称为实数集，记作 $\mathbf{R}$.

5. 集合的表示方法

(1)列举法：把集合中的所有元素一一列举出来，并用花括号“{ }”括起来表示集合的方法叫做列举法. 例如：当有限集合 A 的所有元素为 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 时，A 可表示为 $A=\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$.

(2)描述法：用集合所含元素的共同特征表示集合的方法称为描述法. 具体方法是：在花括号内先写上表示这个集合元素的一般符号及取值(或变化)范围，再画一条竖线，在竖线后写出这个集合的元素所具有的共同特征.

一般记为 $\{x\in A \mid p(x)\}$，其中 x 表示元素，$p(x)$ 表示特征. 例如 $\{x\in\mathbf{R} \mid x\leqslant 3\}$.

(3)图示法(Venn 图)：把集合中的元素写在一条封闭的曲线(如圆、椭圆、矩形等)内.

诠释

(1)列举法表示集合需注意：对于含较多元素的集合，如果组成该集合的元素有明显规律，可用列举法，但必须把元素间的规律显示清楚后才能用删节号；

(2)描述法的语言形式有三种：文字语言，符号语言，图形语言.

警示 表示无限集用描述法,语言形式可以是文字语言,可以是符号语言,也可以是图形语言,不能用列举法表示无限集.

6. 集合的分类

(1)有限集:含有有限个元素的集合叫做有限集,也称有穷集合.

(2)无限集:含有无限个元素的集合叫做无限集,也称无穷集合.

(3)空集:不含任何元素的集合叫做空集,记作$\varnothing$.

警示 (1)“$x\in\varnothing$”的写法是错误的,“$x\notin\varnothing$”是正确的;
(2)$\{0\}$与$\varnothing$是不同的,$\{0\}$表示由一个元素0构成的集合,$\varnothing$是不含任何元素的集合.

1.2 集合间的基本关系

1. 子集

一般地,对于两个集合A,B,如果集合A中任意一个元素都是集合B中的元素,我们就说这两个集合有包含关系,称集合A为集合B的子集(subset),记作$A\subseteq B$(或$B\supseteq A$),读作“A包含于B”(或“B包含A”).

数学表述法可简述为:若$x\in A\Rightarrow x\in B$,则集合A是集合B的子集.

诠释

(1)“A 是 B 的子集”的含义是:集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 中的元素,即对任意 $x\in A$ 都有 $x\in B$;

(2)当 A 不是 B 的子集时,我们记作 $A\not\subseteq B$(或 $B\not\supseteq A$),读作 A 不包含于 B(或 B 不包含 A).

警示 在子集的定义中,不能只理解为子集 A 是 B 中的“部分元素”所组成的集合,因为若 $A=\varnothing$,则 A 中不含任何元素;若 $A=B$,则 A 中含有 B 中的所有元素,但此时集合 A 也是集合 B 的子集.

2. 真子集

如果集合 $A\subseteq B$,但存在元素 $x\in B$,且 $x\notin A$,我们称集合 A 是集合 B 的真子集(proper subset),记作 $A\subsetneqq B$(或 $B\supsetneqq A$).

或说:若集合 $A\subseteq B$,且 $A\neq B$,则集合 A 是集合 B 的真子集.

诠释

(1)空集是任何集合的子集,是任何非空集合的真子集;

(2)若 $A\subseteq B$,则 $A=B$,或 $A\subsetneqq B$;

(3)对于集合 A,B,C,若 $A\subseteq B$,且 $B\subseteq C$,则 $A\subseteq C$;

(4)含 n 个元素集合的全部子集个数为 2^n 个,真子集为 (2^n-1) 个,非空真子集的个数为 (2^n-2) 个.

警示 (1)$A\subseteq B$ 或 $A\subsetneqq B$ 时易漏掉 $A=\varnothing$ 的情况；
(2)要特别注意 x 与 $\{x\}$，数 0、$\{0\}$ 与 $\varnothing$，$\{(a,b)\}$ 与 $\{a,b\}$，$\varnothing$ 与 $\{\varnothing\}$ 等的区别；
(3)在 $\varnothing$ 与 $\{\varnothing\}$ 之间，可用四个符号 $\in$，$\neq$，$\subseteq$，$\subsetneqq$ 中任意一个把它们连接起来，但不能用符号“$=$”连接.

3. 集合相等

如果集合 A 是集合 B 的子集($A\subseteq B$)，且集合 B 是集合 A 的子集($B\subseteq A$)，此时，集合 A 与集合 B 中的元素是一样的，因此，集合 A 与集合 B 相等，记作 $A=B$.

数学表述法为：对于集合 A,B，若 $A\subseteq B$，且 $B\subseteq A$，则集合 A,B 相等.

诠释

证明两个集合相等，即证 $A=B$，只需证 $A\subseteq B$，同时 $B\subseteq A$ 即可.

1.3 集合的运算

1. 交集

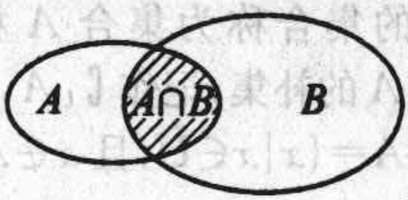
一般地，由属于集合 A 且属于集合 B 的所有元素组成的集合，称为集合 A 与 B 的交集(intersection set)，记作 $A\cap B$(读作“A 交 B”)，即 $A\cap B=\{x|x\in A,且\ x\in B\}$.

诠释

(1)对于 $A\cap B=\{x|x\in A,且\ x\in B\}$ 还包含有 A 与 B 的公共元素都属于 $A\cap B$ 的含义，当集合 A 与 B 没有公共元素时，记为 $A\cap B=\varnothing$；

(2)性质：① $A\cap\varnothing=\varnothing$；② $A\cap A=A$；③ $A\cap B=B\cap A$；④若 $A\cap B=A$，则 $A\subseteq B$；反之，若 $A\subseteq B$，则 $A\cap B=A$，简记为 $A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$.

(3)Venn 图表示：



2. 并集

一般地，由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，称为集合 A 与 B 的并集(union set)，记作 $A\cup B$(读作"A 并 B")，即 $A\cup B=\{x|x\in A,或\ x\in B\}$.

诠释

(1)"$x\in A$ 或 $x\in B$"这一条件，包括下列三种情况："$x\in A$ 且 $x\notin B$"；"$x\in B$ 且 $x\notin A$"；"$x\in A$ 且 $x\in B$".

(2)性质：① $A\cup\varnothing=A$；② $A\cup A=A$；③ $A\cup B=B\cup A$；④ $A\cup B=B\Leftrightarrow A\subseteq B$；

(3)Venn 图：

警示 运用性质 $A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$ 与 $A\cup B=B\Leftrightarrow A\subseteq B$ 时，切不可忽视 $A=\varnothing$ 的情况.

3. 全集与补集

(1)全集：一般地，如果一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素，那么就称这个集合为全集，通常记作 U.

(2)补集：对于一个集合 A，由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集，简称为集合 A 的补集，记作 $\complement_U A$，即

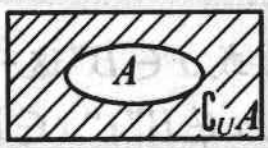
$$\complement_U A=\{x|x\in U,\text{且 } x\notin A\}.$$

诠释

(1)强调补集时，一定要指出全集. 全集是相对于所研究问题而言的，它含有所研究问题有关的各个集合的全部元素，因此，全集因研究问题而异；

(2)性质：①$A\cup(\complement_U A)=U$；②$A\cap(\complement_U A)=\varnothing$；③$\complement_U(\complement_U A)=A$；④$\complement_U\varnothing=U$；⑤$\complement_U U=\varnothing$.

(3)Venn 图：



4. 集合运算的分配律与结合律

交对并的分配律：$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$；

并对交的分配律：$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$；

结合律：$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$；

$$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C.$$

5. 元素个数公式

有限集合 A 的元素个数记作 $\mathrm{card}(A)$. 例如 $A=\{1,2,3,4\}$,则 $\mathrm{card}(A)=4$.

一般地,对任意两个有限集 A,B,有

①$\mathrm{card}(A\cup B)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)-\mathrm{card}(A\cap B)$.

②当且仅当 $A\cap B=\varnothing$ 时,$\mathrm{card}(A\cup B)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)$.

③$\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(\complement_U A)=\mathrm{card}(U)$.

④$\mathrm{card}(\varnothing)=0$.

⑤$\mathrm{card}(A\cap B)=\mathrm{card}(A)-\mathrm{card}(A\cap(\complement_U B))$
$=\mathrm{card}(B)-\mathrm{card}(B\cap(\complement_U A))$.

第二章

函　　数

2.1　函数的概念

1. 函数的定义

一般地，设 A，B 是非空的数集，如果按照某种确定的对应关系 f，使对于集合 A 中的任意一个数 x，在集合 B 中都有唯一确定的数 $f(x)$ 和它对应，那么就称 $f:A\to B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数(function)，记作

$$y=f(x),x\in A.$$

其中，x 叫做自变量，x 的取值范围 A 叫做函数的定义域(domain)；与 x 的值相对应的 y 值叫做函数值，函数值的集合 $\{f(x)\mid x\in A\}$ 叫做函数的值域(range).

诠释

(1)函数的三要素：定义域、值域、对应法则；

(2)值域是由定义域与对应关系所确定的，故确定一个函数只需确定其定义域、对应关系即可；

(3)依据函数三要素可以判断两个函数是否为同一函数.

两个函数当且仅当定义域和对应关系在实质上(不必在形式上)完全相同时，才是同一函数；

警示 (1)函数的定义中 A,B 是非空的数集；
(2)"都有唯一确定值"即函数关系为两变量间的一种确定关系.

2. 区间

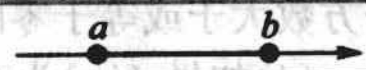
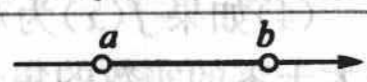
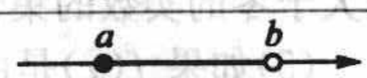
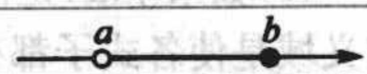
(1)设 a,b 是两个实数，且 $a<b$. 我们规定：

①满足不等式 $a\leqslant x\leqslant b$ 的实数 x 的集合叫做闭区间，表示为 $[a,b]$；

②满足不等式 $a<x<b$ 的实数 x 的集合叫做开区间，表示为 (a,b)；

③满足不等式 $a\leqslant x<b$ 或 $a<x\leqslant b$ 的实数 x 的集合叫做半开半闭区间，分别表示为 $[a,b)$，$(a,b]$.

这里的实数 a 与 b 都叫做相应区间的端点.

定义	名称	符号	数轴表示
$\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$	闭区间	$[a,b]$	
$\{x\mid a<x<b\}$	开区间	(a,b)	
$\{x\mid a\leqslant x<b\}$	半开半闭区间	$[a,b)$	
$\{x\mid a<x\leqslant b\}$	半开半闭区间	$(a,b]$	

(2)无穷大

实数集 **R** 可以用区间表示为 $(-\infty,+\infty)$，"∞"读作"无穷大"，"$-\infty$"读作"负无穷大"，"$+\infty$"读作"正无穷大". 我们可以把满足 $x\geqslant a$，$x>a$，$x\leqslant b$，$x<b$ 的实数 x 的集合分别表示为 $[a,+\infty)$，$(a,+\infty)$，$(-\infty,b]$，$(-\infty,b)$.

诠释

(1)某些以实数为元素的集合有两种表示方法:集合法、区间法;

(2)无穷大是个符号,不是一个数.

警示 (1)区间的端点 a,b 不等,且左小右大;

(2)区间是连续的实数集.

3. 函数定义域的求法

(1)如果 $f(x)$ 是整式,那么函数的定义域是 $\mathbf{R}$;

(2)如果 $f(x)$ 是分式,那么函数的定义域是使分母不等于零的实数的集合;

(3)如果 $f(x)$ 是偶次根式,那么函数的定义域是使被开方数大于或等于零的实数的集合;

(4)如果 $f(x)$ 为对数函数,那么函数的定义域是使真数大于零的实数的集合;

(5)如果 $f(x)$ 是由几个数学式子构成的,那么函数的定义域是使各式子都有意义的实数的集合;

(6)如果 $f(x)$ 是从实际问题中得出的函数,要结合实际考虑函数的定义域.

警示 求函数 $f[g(x)]$ 的定义域,$g(x)$ 相当于 $f(x)$ 中的 x.

4. 函数的表示方法

(1)解析法:就是用数学表达式表示两个变量之间的对应关系.

(2)图象法:就是用图象表示两个变量之间的对应

关系.

(3)列表法:就是列出表格来表示两个变量之间的对应关系.

诠释

(1)并不是所有的函数都能用解析法表示;

(2)函数的图象既可以是连续的曲线,也可以是直线、折线、离散的点等.

5. 分段函数与复合函数

若函数在定义域的不同子集上对应关系不同,可用几个式子来表示函数,这种形式的函数叫做分段函数,它是一类重要函数.

若 y 是 u 的函数,u 又是 x 的函数,即 $y=f(u)$,$u=g(x)$,$x\in(a, b)$,$u\in(m, n)$,那么 y 关于 x 的函数 $y=f[g(x)]$, $x\in(a, b)$叫做 f 和 g 的复合函数,u 叫做中间变量,u 的取值范围是 $g(x)$的值域.

警示　分段函数是一个函数,而不是几个函数,它的连续与间断完全由对应关系来确定.对于分段函数,必须分段处理,时时刻刻注意定义域优先原则.

6. 映射

(1)定义:一般地,设 A,B 是两个非空的集合,如果按某一个确定的对应关系 f,使对于集合 A 中的任意一个元素 x,在集合 B 中都有唯一确定的元素 y 与之对应,那么就称对应 $f:A\to B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个映射.

(2)原象与象:对于映射 $f:A\to B$,我们通常把集合 A 中的元素叫做原象,把集合 B 中与集合 A 中相对应的元

素叫做象，所以集合 A 叫做原象集，集合 B 叫做象集.

(3)一一映射：设 A,B 是两个集合，$f:A\to B$ 是集合 A 到集合 B 的映射，如果在这个映射下，对于集合 A 中的不同元素，在集合 B 中含有不同的象，而且 B 中每一个元素都有原象，那么这个映射叫做从 A 到 B 的一一映射.

诠释

(1)映射包括集合 A,B 以及从 A 到 B 的对应关系 f，三者缺一不可；

(2)A 中的每个元素 a 的象 $f(a)$ 必须在 B 中，即 $f(a)\in B$；

(3)在映射中，集合 A,B 可以是数集、点集或其他集合.

警示 (1)B 中可以有剩余元素，B 不一定是值域；(2)映射可以是"多对一"，不可以"一对多"；(3)函数即函数关系——一种映射关系，但映射不一定是函数，映射是函数的推广，函数是特殊的映射.

2.2 函数的基本性质

1. 单调性

一般地，设函数 $f(x)$ 的定义域为 I：

如果对于定义域 I 内某个区间 D 上的任意两个自变量的值 x_1,x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)<f(x_2)$，那么就说函数 $f(x)$ 在区间 D 上是增函数，如下图①所示.

如果对于定义域 I 内某个区间 D 上的任意两个自变量