



国防特色教材·力学

现代光测力学技术

王开福 高明慧 周克印 编著

Modern Photomechanics Techniques



哈尔滨工业大学出版社

北京航空航天大学出版社 北京理工大学出版社
哈尔滨工程大学出版社 西北工业大学出版社



国防特色教材·力学

现代光测力学技术

王开福 高明慧 周克印 编著

哈尔滨工业大学出版社

北京航空航天大学出版社 北京理工大学出版社
哈尔滨工程大学出版社 西北工业大学出版社

内容简介

本书是“十一五”国防特色规划教材,详细介绍了现代光测力学技术的基本原理和测试方法,反映了国内外最新研究成果和工程应用。全书由9章和3个附录组成,主要内容包括相位检测技术、图像处理技术、全息干涉技术、散斑计量技术、云纹测试技术、光测弹性技术、光纤传感技术、图像相关技术和粒子图像技术等。附录部分包括现代光测力学实验、相似理论和误差分析等。本书凝聚了作者多年的教学和科研成果。

本书可作为高等院校理工科相关专业本科生和研究生的现代光测力学技术教材,也可供相关专业的研究人员和技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

现代光测力学技术/王开福,高明慧,周克印编著.

哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2009.10

ISBN 978-7-5603-2959-8

I. 现… II. ①王… ②高… ③周… III. 光测法
IV. 0348.1

现代光测力学技术

王开福 等 编著

责任编辑 张秀华 范业婷

*

哈尔滨工业大学出版社出版发行

哈尔滨市南岗区复华四道街10号(150006) 发行部电话:0451-86418760 传真:0451-86414749

<http://hitpress.hit.edu.cn>

哈尔滨市工大节能印刷厂印装 各地书店经销

*

开本:787×960 1/16 印张:13 字数:282千字

2009年11月第1版 2009年11月第1次印刷 印数:4 000册

ISBN 978-7-5603-2959-8 定价:28.00元

前 言

现代光测力学技术主要是由光学和力学的交叉和结合而形成的一门实验科学,它采用现代光学测量技术(如激光技术、CCD 技术、全息技术、散斑技术、云纹技术和光纤技术等)和数字图像处理技术(如图像变换技术、图像滤波技术、图像相关技术和相位检测技术等)对工程领域力学参数(如位移、变形、速度、应力、应变、斜率和曲率等)进行非接触高精度全场测量。

全书由 9 章和 3 个附录组成。第 1 章是相位检测技术,主要介绍在现代光测力学技术中所采用的相位检测方法,重点阐述了时间相移干涉技术、空间相移干涉技术和傅里叶变换技术。第 2 章是关于图像处理技术,主要介绍现代光测力学图像的处理方法,详细分析了傅里叶和余弦等变换技术、均值和中值等空域低通滤波技术以及理想、巴特沃斯和指数等频域低通滤波技术。第 3 章是全息干涉技术,主要介绍全息照相、全息干涉和数字全息技术,重点阐述双曝光全息干涉技术和时间平均全息干涉技术,给出全息干涉技术在变形测量、振动分析和无损检测等方面的应用实例。第 4 章是散斑计量技术,主要介绍散斑现象及其形成、散斑计量原理、数字散斑计量原理和数字散斑计量技术的应用,系统地阐述了散斑照相、散斑干涉和散斑剪切干涉技术及其在面内位移测量、离面位移测量、位移导数测量和无损检测等方面的应用。第 5 章与云纹测试技术有关,主要介绍云纹法和云纹干涉法,重点论述应变测量的几何云纹法和位移导数法以及进行位移测量的实时云纹干涉法和差载云纹干涉法,另外还讨论了影像云纹法和反射云纹法。第 6 章是光测弹性技术,主要介绍光测弹性法和全息光弹法,包括线偏振光场法和圆偏振光场法,等差线条纹级数确定、等倾线条纹确定和平面光弹应力计算。第 7 章是光纤传感技术,主要介绍光纤传感原理和光纤传感技术的应用,重点讨论光纤强度调制和光纤相位调制及其在位移测量中的应用。第 8 章是图像相关技术,主要介绍图像相关原理、图像相关搜索算法和亚像素位移定位法,重点讨论了双参数法、粗细搜索法、牛顿迭代法和梯度搜索法等图像相关搜索方法以及灰度插值法和相关系数搜索法等亚像素位移定位方法。第 9 章是粒子图像技术,主要介绍粒子图像测速原理、粒子图像测速系统和粒子图像处理方法,重点阐述自相关

方法和互相关方法等图像处理方法。附录 I 为现代光测力学实验,主要包括相位检测实验、图像处理实验、全息干涉实验、散斑计量实验、云纹测试实验、光测弹性实验、光纤传感实验、图像相关实验和粒子图像实验等。附录 II 和附录 III 分别为相似理论和误差分析。

本书是“十一五”国防特色规划教材,本书不仅是作者多年教学和科研成果的总结,而且反映了国内外现代光测力学技术的最新研究成果和工程应用。

本书可作为高等院校航空宇航科学与技术、船舶与海洋工程、兵器科学与技术、核科学与技术、动力工程及工程热物理、控制科学与工程、仪器科学与技术、信息与通信技术、电子科学与技术、材料科学与工程、化学工程与技术、力学、机械工程、土木工程、电器工程和光学工程等学科和专业本科生和研究生教材,也可供相关专业的研究人员和技术人员参考。

本书由王开福、高明慧和周克印等编著,参加本书编写工作的还有王高健勇、燕新久、王敏、常奇峰和顾国庆等。

本书由清华大学范钦珊教授和南京邮电大学徐荣青教授审阅,并提出了宝贵的修改意见。作者在此表示最诚挚的感谢。

由于作者水平有限和编写时间仓促,不周及不当之处在所难免,敬请广大读者批评指正。

作者

2009 年 6 月

于南京航空航天大学

目 录

第 1 章 相位检测技术	1
1.1 相移干涉法	1
1.1.1 时间相移干涉法	2
1.1.2 空间相移干涉法	9
1.2 傅里叶变换法	12
1.2.1 无载波傅里叶变换法	12
1.2.2 有载波傅里叶变换法	13
1.3 相位展开技术	14
习题	15
第 2 章 图像处理技术	16
2.1 图像变换	16
2.1.1 离散傅里叶变换	16
2.1.2 离散余弦变换	20
2.2 图像增强	22
2.2.1 空域平滑滤波	22
2.2.2 频域低通滤波	26
习题	31
第 3 章 全息干涉技术	32
3.1 全息照相术	32
3.1.1 全息照相原理	32
3.1.2 全息图的分类	34
3.2 全息干涉法	37
3.2.1 全息干涉原理	37
3.2.2 全息干涉技术的应用	48
3.3 数字全息技术	51
3.3.1 数字全息原理	53

3.3.2 数字全息干涉法	56
习题	57
第4章 散斑计量技术	58
4.1 激光散斑现象	58
4.1.1 散斑分布	58
4.1.2 散斑尺寸	59
4.1.3 散斑图的叠加	61
4.2 散斑计量原理	62
4.2.1 散斑照相法	62
4.2.2 散斑干涉法	66
4.2.3 散斑剪切干涉法	71
4.3 数字散斑计量原理	73
4.3.1 数字散斑照相法	73
4.3.2 数字散斑干涉法	74
4.3.3 数字散斑剪切干涉法	77
4.4 数字散斑计量技术的应用	79
4.4.1 散斑干涉变形测量	79
4.4.2 散斑剪切干涉位移导数测量	80
4.4.3 散斑剪切干涉无损检测	80
习题	81
第5章 云纹测试技术	82
5.1 云纹法	82
5.1.1 云纹的形成	82
5.1.2 几何云纹法应变测量	83
5.1.3 位移导数法应变测量	88
5.1.4 影像云纹法离面位移测量	91
5.1.5 反射云纹法斜率测量	94
5.2 云纹干涉法	95
5.2.1 衍射光栅	96
5.2.2 云纹干涉位移测量	97
5.2.3 云纹干涉应变测量	100
习题	103

第 6 章 光测弹性技术	104
6.1 光测弹性法	104
6.1.1 平面光弹基本原理	104
6.1.2 等差线条纹级数确定	112
6.1.3 等倾线条纹确定	114
6.1.4 平面光弹应力计算	115
6.2 全息光弹法	118
6.2.1 单曝光全息光弹法	119
6.2.2 双曝光全息光弹法	121
6.2.3 实时全息光弹法	124
习题	126
第 7 章 光纤传感技术	127
7.1 光纤	127
7.1.1 光纤分类	127
7.1.2 光纤波导原理	128
7.2 光纤传感原理	129
7.2.1 光纤强度调制	130
7.2.2 光纤相位调制	135
7.2.3 光纤频率调制	141
7.2.4 光纤波长调制	143
7.2.5 光纤偏振调制	143
7.3 光纤传感技术的应用	144
7.3.1 光纤位移测量	144
7.3.2 光纤粗糙度测量	146
习题	146
第 8 章 图像相关技术	148
8.1 图像相关原理	148
8.1.1 面内位移表征	149
8.1.2 相关系数表示	150
8.1.3 图像相关系统	151
8.2 图像相关搜索算法	151

8.2.1 双参数法	152
8.2.2 粗细搜索法	152
8.2.3 牛顿迭代法	152
8.2.4 梯度搜索法	153
8.3 亚像素位移定位法	154
8.3.1 灰度插值法	154
8.3.2 相关系数拟合法	155
习题	156
第9章 粒子图像技术	157
9.1 粒子图像测速原理	157
9.2 粒子图像测速系统	158
9.2.1 示踪粒子	158
9.2.2 激光光源	160
9.2.3 图像采集	160
9.2.4 同步控制	160
9.2.5 图像处理	161
9.3 粒子图像相关算法	162
9.3.1 自相关方法	162
9.3.2 互相关方法	163
习题	163
附录 I 现代光测力学实验	164
I.1 相位检测实验	164
实验1 时间相移实验	164
实验2 相位展开实验	164
I.2 图像处理实验	165
实验1 图像变换实验	165
实验2 空域低通滤波实验	166
实验3 频域低通滤波实验	166
I.3 全息干涉实验	167
实验1 全息干涉变形测量实验	167
实验2 全息干涉振动分析实验	167
I.4 散斑计量实验	168

实验 1 散斑照相变形测量实验	168
实验 2 数字散斑干涉变形测量实验	169
实验 3 数字散斑剪切干涉斜率测量实验	169
I .5 云纹测试实验	170
实验 1 几何云纹平面应变测量实验	170
实验 2 云纹干涉位移测量实验	170
I .6 光测弹性实验	171
实验 1 光测弹性应力分析实验	171
实验 2 全息光弹应力分析实验	171
I .7 光纤传感实验	172
实验 光纤传感应变测量实验	172
I .8 图像相关实验	172
实验 图像相关位移测量实验	172
I .9 粒子图像实验	173
实验 粒子图像流速测量实验	173
附录 II 相似理论	174
II .1 相似定理	174
II .1.1 相似的概念	174
II .1.2 相似定理	175
II .2 相似判据分析方法	177
II .2.1 方程分析法	177
II .2.2 量纲分析法	178
附录 III 误差分析	181
III .1 基本概念	181
III .1.1 真实值	181
III .1.2 测量值	181
III .1.3 误差的来源	183
III .1.4 误差的分类	184
III .1.5 误差的表示	185
III .1.6 数据精度	187
III .2 随机误差	187
III .2.1 统计特性	188

Ⅲ.2.2 正态分布	188
Ⅲ.2.3 标准误差	188
Ⅲ.2.4 极限误差	189
Ⅲ.3 系统误差	190
Ⅲ.3.1 系统误差分类	190
Ⅲ.3.2 系统误差消除	191
Ⅲ.4 误差合成	192
Ⅲ.4.1 系统误差合成	192
Ⅲ.4.2 随机误差合成	192
Ⅲ.4.3 系统误差和随机误差合成	193
Ⅲ.5 误差传递	193
Ⅲ.6 测量结果的表示	194
Ⅲ.6.1 单次测量结果的表示	194
Ⅲ.6.2 多次测量结果的表示	194
Ⅲ.6.3 间接测量结果的表示	195
参考文献	196

第 1 章 相位检测技术

干涉条纹图所记录的是两束相干光波相互干涉而形成的光强分布,相位分布信息则是通过干涉效应而编码在光强分布信息当中,因此通过干涉条纹图所记录的光强分布信息的解码可以得到相位分布信息。干涉条纹表示相位等值线,即同一条纹中心线上各点具有相同的相位值,相邻条纹中心线之间具有相同的相位差。在全息干涉、散斑干涉和云纹干涉等现代光测力学技术中,待测量与干涉条纹图的相位分布信息直接相关,因此从干涉条纹图提取相位分布信息就显得极其重要。

在现代光测力学技术中,传统相位检测(Phase Measurement/Phase Evaluation)方法需要进行条纹中心定位和条纹级数确定(如条纹骨架(Fringe Skeletonizing)法),以便得到干涉条纹图上条纹中心所在位置各点的相位值。传统相位检测方法往往会引起较大的测量误差,原因有二:一是光强极值位置未必就处在条纹中心线上;二是通过插值才能确定相邻条纹之间各点的相位值。

为了弥补传统相位检测方法的不足之处,近年来人们对相位检测技术进行了广泛研究,提出了多种相位检测方法。在现代光测力学技术中,最常用的相位检测方法主要包括相移干涉法(Phase-Shifting Interferometry)和傅里叶变换法(Fourier-Transform Method)等。这些相位检测方法不需要进行条纹中心定位和条纹级数确定,即可直接得到干涉条纹图上所有各点的相位分布信息。

1.1 相移干涉法

相移干涉法对相位信息直接进行测量,它使两束相干光波中的一列光波(如参考光波)的相位作步进式或连续式变化,通过分析和处理所采集的干涉条纹图,即可获取被测物体的相位信息。

以相移干涉法为代表的相位检测技术可以克服传统相位检测方法的缺点。相移干涉法所具有的主要优点包括:

- ①能够精确获取干涉条纹图上任意一点的相位;
- ②低对比度的干涉条纹图仍可得到有效测量结果;
- ③条纹少于一组仍可采用相移干涉法进行测量。

按引入相移方式的不同,相移干涉法分为时间相移干涉法(Temporal Phase-Shifting Interferometry)和空间相移干涉法(Spatial Phase-Shifting Interferometry)。时间相移干涉法是指在时间序列上采集图像,在各帧图像之间形成固定的相位差。空间相移干涉法是指在空间序列

上采集图像,在不同空间位置之间形成固定的相位差。

1.1.1 时间相移干涉法

时间相移干涉法最早由 Carré 于 1966 年提出,当时是用来确定两个电信号的相位差。Carré 提出的算法目前仍然是现代光测力学技术中最常用的算法之一。1974 年 Bruning 将时间相移干涉法用于透镜质量的检验,并详细描述了时间相移干涉法的基本原理。Bruning 采用压电陶瓷(PZT)作为相移驱动元件,推动平面反射镜移动,以改变参考光波的光程。目前在现代光测力学技术中,压电陶瓷是实现相移的最常用元件。

1. 时间相移装置

在时间相移干涉技术中,需要通过相移来实现两束相干光波之间的相位差值的改变。相移装置主要有移动反射镜、倾斜玻璃板、移动衍射光栅和旋转波片等,如图 1.1 所示。

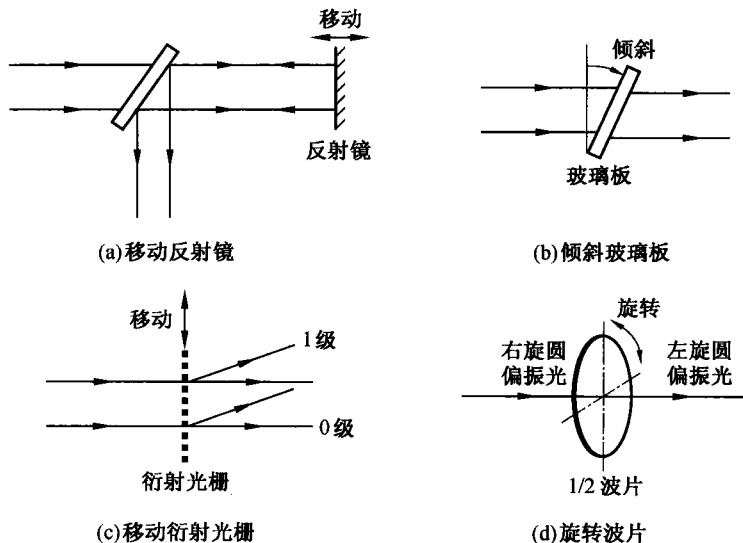


图 1.1 时间相移装置

相比之下,通过压电陶瓷推动反射镜产生相移的技术非常成熟,操作灵活方便,移动精度高,位移范围大,可嵌入能力强等,因此,在现代光测力学中常常选用由压电陶瓷推动的反射镜作为相移装置。

2. 时间相移原理

在全息干涉、散斑干涉和云纹干涉等现代光测力学技术中,两束相干光波相互干涉而在记

录面上形成的光强分布可表示为

$$I(x, y) = I_0(x, y)[1 + V(x, y)\cos \delta(x, y)] \quad (1.1)$$

式中, $I_0(x, y)$ 为干涉条纹图的背景光强; $V(x, y)$ 为干涉条纹的对比度(或调制度); $\delta(x, y)$ 为待测相位。

当通过 CCD 采样干涉条纹图并量化为数字图像时, 电子噪声和散斑噪声等都会影响干涉条纹图的光强分布, 因此综合考虑这些影响因素之后, 干涉条纹图的光强分布可表示为

$$I(x, y) = A(x, y) + B(x, y)\cos \delta(x, y) \quad (1.2)$$

式中, $A(x, y)$ 和 $B(x, y)$ 分别为干涉条纹图的背景光强和调制光强。

式(1.2)中的 $I(x, y)$ 是已知量, 但 $A(x, y)$ 、 $B(x, y)$ 和 $\delta(x, y)$ 均为未知量, 即方程中含有 3 个未知量, 因此若方程可解至少要有 3 个独立方程, 此时才能确定待测相位 $\delta(x, y)$ 。时间相移干涉法在时间序列上采集图像, 在各幅图像之间形成已知相位差, 通过采集至少 3 幅图像, 即可联解方程组而得到待测相位分布。

时间相移干涉法分为步进相移法和连续相移法两种。前者的相移量是步进式的, 在干涉条纹图采集过程中保持不变; 后者的相移量在干涉条纹图采集过程中是连续变化的。

(1) 步进相移法

对于步进相移法, 每采集一幅干涉条纹图后, 都需要进行精确的相移, 然后再进行下一幅干涉条纹图的采集。设第 n 幅干涉条纹图的相移量为 α_n , 则 CCD 采集的干涉条纹图的光强分布为

$$I_n(x, y) = A(x, y) + B(x, y)\cos[\delta(x, y) + \alpha_n] \quad (n = 1, 2, \dots, N; N \geq 3) \quad (1.3)$$

式中, $I_n(x, y)$ 和 α_n 为已知量, 只有 $A(x, y)$ 、 $B(x, y)$ 和 $\delta(x, y)$ 为未知量, 当通过引进不同的相移量 α_n , 至少构造 3 个方程, 才可确定待测相位 $\delta(x, y)$ 。

(2) 连续相移法

在相移连续变化的同时, CCD 连续记录干涉条纹图。设每一幅干涉条纹图在记录时间内的相位变化为 $\Delta\alpha$, 则第 n 幅干涉条纹图记录到的平均光强分布为

$$I_n(x, y) = \frac{1}{\Delta\alpha} \int_{\alpha_n - \frac{\Delta\alpha}{2}}^{\alpha_n + \frac{\Delta\alpha}{2}} \{A(x, y) + B(x, y)\cos[\delta(x, y) + \alpha(t)]\} d\alpha(t) =$$

$$A(x, y) + \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right) B(x, y)\cos[\delta(x, y) + \alpha_n] \quad (1.4)$$

式中

$$\operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right) = \frac{\sin \frac{\Delta\alpha}{2}}{\frac{\Delta\alpha}{2}}$$

比较式(1.4)和式(1.3)可知, 连续相移法与步进相移法相比, 仅干涉光强表达式中的条纹对比度不同而已。连续相移法降低了条纹对比度, 但随之带来的好处是抑制了随机噪声。

3. 时间相移算法

在时间相移干涉法中,根据相移次数的不同,分为三步算法、四步算法和五步算法等。目前,三步算法和四步算法在现代光测力学技术中应用最为广泛。

(1) 三步算法

设三次相移量依次为 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 时,则三幅干涉条纹图的光强分布为

$$\left. \begin{aligned} I_1(x, y) &= A(x, y) + B(x, y)\cos[\delta(x, y) + \alpha_1] \\ I_2(x, y) &= A(x, y) + B(x, y)\cos[\delta(x, y) + \alpha_2] \\ I_3(x, y) &= A(x, y) + B(x, y)\cos[\delta(x, y) + \alpha_3] \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

联立求解,得干涉条纹图的相位分布为

$$\begin{aligned} & \frac{(\cos \alpha_2 - \cos \alpha_3) - (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_3)\tan \delta(x, y)}{(2\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2 - \cos \alpha_3) - (2\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2 - \sin \alpha_3)\tan \delta(x, y)} = \\ & \frac{I_2(x, y) - I_3(x, y)}{2I_1(x, y) - I_2(x, y) - I_3(x, y)} \end{aligned} \quad (1.6)$$

式(1.6)是三步算法的一般表达式,下面考虑特殊情况。

① 如果三次相移量依次为 $0, \frac{\pi}{3}$ 和 $\frac{2\pi}{3}$ (相移增量为 $\frac{\pi}{3}$),则干涉条纹图的相位分布为

$$\delta(x, y) = \arctan \frac{2I_1(x, y) - 3I_2(x, y) + I_3(x, y)}{\sqrt{3}[I_2(x, y) - I_3(x, y)]} \quad (1.7)$$

② 如果三次相移量依次为 $0, \frac{\pi}{2}$ 和 π (相移增量为 $\frac{\pi}{2}$),则干涉条纹图的相位分布为

$$\delta(x, y) = \arctan \frac{I_1(x, y) - 2I_2(x, y) + I_3(x, y)}{I_1(x, y) - I_3(x, y)} \quad (1.8)$$

③ 如果三次相移量依次为 $0, \frac{2\pi}{3}$ 和 $\frac{4\pi}{3}$ (相移增量为 $\frac{2\pi}{3}$),则干涉条纹图的相位分布为

$$\delta(x, y) = \arctan \frac{\sqrt{3}[I_3(x, y) - I_2(x, y)]}{2I_1(x, y) - I_2(x, y) - I_3(x, y)} \quad (1.9)$$

【例 1.1】 如果三次相移量依次为 $-\frac{\pi}{2}, 0$ 和 $\frac{\pi}{2}$,试推导相位分布公式。

解 当三次相移量依次为 $-\frac{\pi}{2}, 0$ 和 $\frac{\pi}{2}$ 时,则三幅干涉条纹图的光强分布为

$$\begin{aligned} I_1(x, y) &= A(x, y) + B(x, y)\cos[\delta(x, y) - \frac{\pi}{2}] \\ I_2(x, y) &= A(x, y) + B(x, y)\cos \delta(x, y) \\ I_3(x, y) &= A(x, y) + B(x, y)\cos[\delta(x, y) + \frac{\pi}{2}] \end{aligned}$$

利用三角函数性质,得

$$I_1(x, y) = A(x, y) + B(x, y)\sin \delta(x, y)$$

$$I_2(x, y) = A(x, y) + B(x, y)\cos \delta(x, y)$$

$$I_3(x, y) = A(x, y) - B(x, y)\sin \delta(x, y)$$

显然,由上式可得

$$I_1(x, y) - I_3(x, y) = 2B(x, y)\sin \delta(x, y)$$

$$2I_2(x, y) - [I_1(x, y) + I_3(x, y)] = 2B(x, y)\cos \delta(x, y)$$

将上两式两边分别相除,得相移量依次为 $-\frac{\pi}{2}$ 、0 和 $\frac{\pi}{2}$ 时的相位分布公式为

$$\delta(x, y) = \arctan \frac{I_1(x, y) - I_3(x, y)}{2I_2(x, y) - [I_1(x, y) + I_3(x, y)]}$$

(2) 四步算法

① 如果四次相移量依次为 $\frac{\pi}{4}$ 、 $\frac{3\pi}{4}$ 、 $\frac{5\pi}{4}$ 和 $\frac{7\pi}{4}$ (相移增量为 $\frac{\pi}{2}$), 则四幅干涉条纹图的光强分布为

$$\left. \begin{aligned} I_1(x, y) &= A(x, y) + B(x, y)\cos\left[\delta(x, y) + \frac{\pi}{4}\right] \\ I_2(x, y) &= A(x, y) + B(x, y)\cos\left[\delta(x, y) + \frac{3\pi}{4}\right] \\ I_3(x, y) &= A(x, y) + B(x, y)\cos\left[\delta(x, y) + \frac{5\pi}{4}\right] \\ I_4(x, y) &= A(x, y) + B(x, y)\cos\left[\delta(x, y) + \frac{7\pi}{4}\right] \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

联立求解,得干涉条纹图的相位分布为

$$\delta(x, y) = \arctan \frac{[I_2(x, y) - I_4(x, y)] + [I_1(x, y) - I_3(x, y)]}{[I_2(x, y) - I_4(x, y)] - [I_1(x, y) - I_3(x, y)]} \quad (1.11)$$

② 如果四次相移量依次为 0、 $\frac{\pi}{3}$ 、 $\frac{2\pi}{3}$ 和 π (相移增量为 $\frac{\pi}{3}$), 则四幅干涉条纹图的光强分布为

$$\left. \begin{aligned} I_1(x, y) &= A(x, y) + B(x, y)\cos \delta(x, y) \\ I_2(x, y) &= A(x, y) + B(x, y)\cos\left[\delta(x, y) + \frac{\pi}{3}\right] \\ I_3(x, y) &= A(x, y) + B(x, y)\cos\left[\delta(x, y) + \frac{2\pi}{3}\right] \\ I_4(x, y) &= A(x, y) + B(x, y)\cos[\delta(x, y) + \pi] \end{aligned} \right\} \quad (1.12)$$

联立求解,得干涉条纹图的相位分布为

$$\delta(x, y) = \arctan \frac{I_1(x, y) - I_2(x, y) - I_3(x, y) + I_4(x, y)}{\sqrt{3}[I_2(x, y) - I_3(x, y)]} \quad (1.13)$$

③ 如果四次相移量依次为 $0, \frac{\pi}{2}, \pi$ 和 $\frac{3\pi}{2}$ (相移增量为 $\frac{\pi}{2}$)，则四幅干涉条纹图的光强分布为

$$\left. \begin{aligned} I_1(x, y) &= A(x, y) + B(x, y) \cos \delta(x, y) \\ I_2(x, y) &= A(x, y) + B(x, y) \cos \left[\delta(x, y) + \frac{\pi}{2} \right] \\ I_3(x, y) &= A(x, y) + B(x, y) \cos [\delta(x, y) + \pi] \\ I_4(x, y) &= A(x, y) + B(x, y) \cos \left[\delta(x, y) + \frac{3\pi}{2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (1.14)$$

联立求解, 得干涉条纹图的相位分布为

$$\delta(x, y) = \arctan \frac{I_4(x, y) - I_2(x, y)}{I_1(x, y) - I_3(x, y)} \quad (1.15)$$

④ 如果四次相移量依次为 $-\frac{\pi}{2}, 0, \delta(x, y)$ 和 $\delta(x, y) + \frac{\pi}{2}$, 其中 $\delta(x, y)$ 是因物体变形而产生的相位变化, 则四幅干涉条纹图的光强分布为

$$\left. \begin{aligned} I_1(x, y) &= A(x, y) + B(x, y) \cos \left[\varphi(x, y) - \frac{\pi}{2} \right] \\ I_2(x, y) &= A(x, y) + B(x, y) \cos \varphi(x, y) \\ I_3(x, y) &= A(x, y) + B(x, y) \cos [\varphi(x, y) + \delta(x, y)] \\ I_4(x, y) &= A(x, y) + B(x, y) \cos \left[\varphi(x, y) + \delta(x, y) + \frac{\pi}{2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (1.16)$$

式中, $\varphi(x, y)$ 为随机相位差。

联立求解, 由上述方程得到与物体变形有关的相位变化为

$$\delta(x, y) = 2 \arctan \frac{I_3(x, y) - I_2(x, y)}{I_4(x, y) - I_1(x, y)} \quad (1.17)$$

以上四步算法特别适合进行散斑干涉条纹图的相位提取。

【例 1.2】 如果四次相移量依次为 $-\frac{3\pi}{2}, -\pi, -\frac{\pi}{2}$ 和 0 , 试推导相位分布公式。

解 当四次相移量依次为 $-\frac{3\pi}{2}, -\pi, -\frac{\pi}{2}$ 和 0 时, 则四幅干涉条纹图的光强分布为

$$\begin{aligned} I_1(x, y) &= A(x, y) + B(x, y) \cos \left[\delta(x, y) - \frac{3\pi}{2} \right] \\ I_2(x, y) &= A(x, y) + B(x, y) \cos [\delta(x, y) - \pi] \\ I_3(x, y) &= A(x, y) + B(x, y) \cos \left[\delta(x, y) - \frac{\pi}{2} \right] \\ I_4(x, y) &= A(x, y) + B(x, y) \cos \delta(x, y) \end{aligned}$$