



铸信文化系列丛书



主编 张祖德

亮剑

新高考

高三复习指导

二轮用书

2010年安徽自主
命题首选辅导教材

数学(理)

王彦升 主编

安徽大学出版社



铸信文化系列丛书

主编 张祖德

亮剑

新高考

高三复习指导

二轮用书

本册主编：王彦升

副主编：张劲松

编委：王彦升 张劲松 朱永 钟成圣 刘学禄 胡一品
姚勤勇 孙玉国 费继明 刘世凯 应春山

数学(理)

安徽大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

亮剑新高考·高三复习指导·理科数学二轮用书/张祖德主编;
王彦升分册主编—合肥:安徽大学出版社,2009.11

ISBN 978-7-81110-689-3

I. 亮... II. ①张... ②王... III. 数学课—高中—升学参
考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 199729 号

亮剑新高考·高三复习指导——理科数学(二轮用书)

王彦升 主编

出 版 安徽大学出版社(合肥市肥西路3号 邮编 230039)

联系电话 0551-5107716 5108871

发 行 安徽新华教育图书发行有限公司

发行电话 0551-5357535 5606881

电子信箱 zhouchj163@163.com

丛书策划 周传军

责任编辑 镜 子 千 里

特约编辑 赵小文

封面设计 陈 爽

印 刷 合肥远东印务有限公司

开 本 880×1230 1/16

印 张 8

字 数 237 千

版 次 2009 年 11 月第 1 版

印 次 2009 年 11 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-81110-689-3

定 价 22.00 元

如有影响阅读的印装质量问题,请与出版社发行部联系调换

亮劍新高考·高三复习指导

丛书 编委会

主任：张祖德

副主任：罗季重

委员：石玉 万潜 蒯世定

赵一红 张一书 方晴

张宝璐 柴珊敏 长春子

丛书 科目

● 数学(理科)

● 语文

● 物理

● 生物

● 历史

● 数学(文科)

● 英语

● 化学

● 政治

● 地理

读者反馈表

DUZHEFANKUIBIAO

尊敬的读者：

您好！感谢您使用《亮剑新高考·高三复习指导》辅导资料，感谢您对我们编辑部工作的支持与厚爱！

为了进一步提高图书质量，我们特向全国各地用户开展问卷调查，恳请您写下使用《亮剑新高考·高三复习指导》丛书的体会与感受，写下您对我们的批评与建议，我们将真诚吸纳您的每一言每一语，并努力改善我们的工作。

※姓名	_____	电话	_____	E-mail	_____
※所在学校	_____			职务	_____
※科目	_____	※班级	_____	※教材版本	_____
※通信地址	_____			※邮编	_____
※所用图书名称	_____				
.....					
※您对本书编写体制的评价					
对栏目数量的评价：过多 ☐ ；适中 ☐ ；过少 ☐ （请在 ☐ 内划“√”）					
较好的栏目 _____					
可有可无的栏目 _____					
应取消的栏目 _____					
需增设的栏目 _____					
.....					
※内在质量					
主要优点 _____					
主要不足 _____					
.....					
封面设计：					
主要优缺点 _____					
.....					
发现的错误（请标明页码、题号、错因请详细填写，可附页）					

备 注：将根据提供的错误类型及数量，进行不同级别的奖励					

联系方式：

地址：合肥市蜀山产业园区井岗路10号铸信大厦5楼 铸信文化丛书编辑部 蒋彬（收）
邮编：230031 咨询电话专线：0551-5357535 传真：0551-5357373

前言

2009年是安徽省实行新课改后高考的第一年,自2009年起安徽高考各科试卷全部由安徽省自主命题。高考命题思路、评价标准,乃至考试内容、试题形式等都将有所改变,且将有别于国内其他省份。新课改,新高考,安徽自主命题,这些呼唤着高三教学必须有新的导向。《亮剑新高考·高三复习指导》丛书就是在这样的背景下应运而生的。

比较各种高考辅导材料,《亮剑新高考》试图具备以下鲜明特色:

一、宗旨宏大

检阅安徽省各名校使用的教辅书,鲜有安徽出版者,更遑论安徽有教辅的名牌了。这可谓咄咄怪事。安徽教育人不服,不甘,不忍心再这样下去了,这就是编辑这套丛书的缘起。而与编辑缘起对应的,是编辑这套丛书的宗旨:服务安徽,服务高考,服务师生,铸造名牌。

二、质量一流

丛书编排科学、严谨、实用、高效。中国科学技术大学著名教授张祖德先生(安徽省化学学会会长、中国奥林匹克竞赛高级教练)出任丛书主编,丛书各分册主编由省内名师担任。撰稿人由一线特级教师、高级教师和新课改新高考研究者担任。省内合肥一中、六中、八中、一六八中学、科大附中,马鞍山二中,蚌埠二中、三中,淮南一中、二中,安庆一中,屯溪一中、徽州一等56所省级示范高中和中国科学技术大学、安徽大学、安徽师范大学、合肥学院等高校的百余位一线名师、高考命题研究专家和著名教授倾力效力这套丛书。在丛书成书之前,编撰者审读、质疑、推敲、修改、再审读,“精而益求其精,备而益求其备”。这一切确保了本丛书的一流质量。

三、训练科学

《亮剑新高考》安排两轮复习:第一轮系统全面,夯实基础点;第二轮综合创新,突破重难点。第一轮、第二轮各有侧重而互有关照。遴选的训练题全、新、经典。2009年全国20套高考试卷的试题完全融入书中。合肥市、黄山市、芜湖市、淮北市以及江南十校

等省内优质模拟题和重庆、山东、武汉、黄冈等省外优质检测题都入选书中。一批原创题也精练别致,可收到极佳的训练效果。

四、服务到位

编撰者从师生出发,为师生着想。学生用书在训练思路、训练方式、训练数量、训练程序上,体现学科特点,设计精心实用,循序渐进,不搞狂轰滥炸,重基础,重效率,能举一反三,能事半功倍,使学生得实惠,得实效。教师用书演绎考纲,厘清考点,精析例题,详解试题,提供拓展材料,让教师在材料整理上少花时间,少费精力,从而多在教法上用力,能在点拨、引领中指导学生获得理想的高考成绩。单元(专题)测试活页装订,方便师生使用。

我们申明:书中的疏漏处将及时修订,新课改的成功经验、新高考的研究成果,我们也将即时吸取。欢迎广大师生积极参与。

我们深信:《亮剑新高考·高三复习指导》丛书在广大师生的参与、帮助下,将以其“科学性、权威性、前瞻性、指导性、针对性和实用性”受到读者悦纳,并将逐步成为安徽教辅图书的名牌,成为安徽教育图书的品牌。

全套丛书按语文、数学(理)、数学(文)、物理、化学、生物、政治、历史和地理科目分为10卷,每卷分为一、二两轮用书2册。每轮单元(专题)测试题和模拟试题单行活页装订,方便师生使用。

本套丛书编写与出版,得到安徽大学出版社领导和编校、发行工作人员的大力支持和帮助,在此表示衷心的感谢。

由于编者水平和编写时间所限,本书还存在疏漏和不足之处,敬请读者不吝赐正。

丛书编委会

2009年11月

目 录

专题一 集合、常用逻辑用语与算法初步	(1)
第1讲 集合与常用逻辑用语	(1)
第2讲 算法初步	(5)
专题二 函数、导数与积分	(10)
第1讲 函数的性质与图像	(10)
第2讲 导数、积分及其应用	(14)
专题三 三角函数与平面向量	(20)
第1讲 三角函数性质与图像	(20)
第2讲 三角变换与解三角形	(24)
第3讲 平面向量	(28)
专题四 推理证明与数列	(31)
第1讲 推理与证明	(31)
第2讲 数列及其应用(一)	(35)
第3讲 数列及其应用(二)	(39)
专题五 空间几何	(42)
第1讲 空间几何体与位置关系	(42)
第2讲 立体几何中的向量方法	(45)
专题六 不等式	(50)

专题七 解析几何	(53)
第1讲 直线与圆	(53)
第2讲 圆锥曲线	(56)
专题八 概率与统计	(60)
第1讲 排列、组合与二项式定理	(60)
第2讲 概率与随机变量分布	(63)
第3讲 统计与统计案例	(67)
专题九 数学思想方法	(73)
第1讲 函数与方程的思想	(73)
第2讲 数形结合	(77)
第3讲 分类与整合	(80)
第4讲 转化与化归	(85)
专题十 解选择题与填空题的方法与策略	(89)
第1讲 选择题	(89)
第2讲 填空题	(94)
实战训练参考答案	(99)

专题一 集合、常用逻辑用语与算法初步

第1讲 集合与常用逻辑用语

考情分析

1. 考查的形式与特点

集合是中学数学最基本的概念之一. 基础问题往往体现集合的概念、运算、语言及简单的运用, 而集合经常作为工具广泛应用于函数、方程、不等式、三角及曲线、轨迹等知识中, 在高考中占有重要地位. 常用逻辑用语, 包括命题与量词, 基本逻辑连接词, 以及充分条件、必要条件与命题的四种形式.

高考对本部分的考查的形式以选择题、填空题为主, 考查的重点是对基本概念的理解.

2. 命题趋向与预测

在考查内容上本章的命题体现的要点是:

(1) 集合的概念与运算的常见题型是: 求两个集合的交集、并集、补集; 求集合子集的个数; 已知两个集合, 求参数的取值范围、求参数的值; 求运算表达式. 此类题常以客观题型出现.

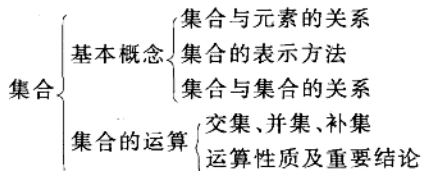
(2) 常用逻辑用语的常见题型是: 判断甲命题是乙命题的充要条件, 或充分非必要条件, 或必要非充分条件, 或既非充分又非必要条件; 表述命题 A 和命题 B 的等价性; 全称命题或特称命题的否定. 此类题常以客观题型出现.

(3) 集合与常用逻辑用语的综合题是常考的新题型, 其形式与函数、方程、不等式、数列、排列组合、立体几何与解析几何进行联系, 构成数学试题大花园中的绚丽花朵, 立意小巧, 富于思考.

专题整合

1. 知识回顾

(1) 集合



(2) 常用逻辑用语

① 判断一个语句是否是命题, 关键在于能否判断其真假.

② 一个命题要么是真, 要么是假, 但不能既真又假, 也不能模棱两可, 无法判断其真假.

③ 全称命题中常用的全称量词有“所有”、“任意一个”、“一切”、“每一个”、“任给”等; 要判定全称命题“ $\forall x \in M, p(x)$ ”是真命题, 需要对集合 M 中的每个元素 x, 证明 $p(x)$ 成立; 如果在集合 M 中找到一个元素 x_0 , 使得 $p(x_0)$ 不成立, 那么这个全称命题就是假命题.

④ 特称命题中的存在量词有“存在一个”、“至少有一个”、“有些”、“对某个”、“有的”等; 要判断特称命题“ $\exists x \in M, p(x)$ ”是真命题, 只需在集合 M 中找到一个元素 x_0 , 使得 $p(x_0)$ 成立即可; 如果在集合 M 中, 使 $p(x)$ 成立的元素 x 不存在, 那么这个特称命题是假命题.

⑤ 真值表见下表.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$
真	真	真	真
真	假	假	真
假	真	假	真
假	假	假	假

⑥ $\neg p$ 是对 p 的否定: $\neg p$ 与 p 的真假可以根据真值表判断. 显然 $\neg p$ 与 p 不能同真或同假, 其中一个为真, 另一个必定为假, 它们是互为否定的, 所以有 $\neg(\neg p) = p$.

全称命题的否定是特称命题, 特称命题的否定是全称命题.

⑦ 四种命题之间的关系, 见图 1-1.

⑧ 充要条件的概念及其判断.

2. 基本方法与数学思想

(1) 集合的有关概念应在理解的基础上牢固掌握, 这是解决各类有关集合问题的基础; 在处理有关集合的运算题时, 利用数轴及 Venn 图直观考虑是有效的解题方法; 集合问题多与函

数、方程、不等式有密切关系,要注意集合在这些方面的应用.

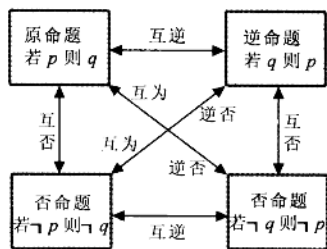


图 1-1

(2) 解答集合问题的一般步骤是:先认清集合元素的属性,然后依据元素的不同属性采用不同的方法求解.一般的规律表现为:若给定的集合是不等式的解集,用数轴求解;若给定的集合是点集,用数形结合法求解;若给定的集合是抽象集合,用图像法(Venn图)求解.

(3) 本专题体现的主要数学思想有数形结合思想、逻辑分化思想、函数方程思想、等价转化思想;而配方法、判别式法、图像法、反证法等数学方法也有广泛的应用.

例题导航

例 1 若 A, B, C 为三个集合, $A \cup B = B \cap C$, 则一定有().

- A. $A \subseteq C$ B. $C \subseteq A$
C. $A \neq C$ D. $A = \emptyset$

[解答] 当 $A = B = C \neq \emptyset$ 时,满足题于条件 $A \cup B = B \cap C$,故推不出 $A = \emptyset, A \neq C$,排除 C、D.

若 $x_0 \in A, \because A \subseteq A \cup B, \therefore x_0 \in A \cup B$.

$\because A \cup B = B \cap C, \therefore x_0 \in B \cap C$.

$\therefore (B \cap C) \subseteq C, \therefore x_0 \in C$. 故选 A.

[点拨] 利用数轴或 Venn 图是解集合问题的常用方法,但本题却不易画图,利用特例先排除 C、D,然后利用定义,抽象分析,思路便很清晰了,由此看来,抽象的方法并不总是难用的,应培养解题思维的灵活性.

例 2 设集合 $A = \{x \mid |x-2| < 1\}, B = \{x \mid |ax+1| \leq 1+a\}$, 若 $A \cup B = B$, 求实数 a 的取值范围.

[解答] 由 $|x-2| < 1$, 得 $-1 < x-2 < 1$, 即 $1 < x < 3, \therefore A = \{x \mid 1 < x < 3\}$.

当 $1+a < 0$, 即 $a < -1$ 时, 不等式 $|ax+1| \leq 1+a$ 无解. $\therefore B = \emptyset$.

当 $1+a = 0$, 即 $a = -1$ 时, 不等式 $|ax+1| \leq 1+a$ 的解为 $x = 1, \therefore B = \{1\}$.

显然以上两种情况都不满足 $A \cup B = B$, 所以必有 $a > -1$.

此时不等式 $|ax+1| \leq 1+a$
化为 $-(a+1) \leq ax+1 \leq a+1$,
即 $-2-a \leq ax \leq a$.

① 当 $a > 0$ 时, 其解为 $-\frac{2}{a}-1 \leq x \leq 1$,

$\therefore B = \{x \mid -\frac{2}{a}-1 \leq x \leq 1\}$;

② 当 $a = 0$ 时, 其解集为 $\mathbf{R}, \therefore B = \mathbf{R}$;

③ 当 $-1 < a < 0$ 时,

其解为 $1 \leq x \leq -1-\frac{2}{a}$,

$\therefore B = \{x \mid 1 \leq x \leq -1-\frac{2}{a}\}$.

又 $A \cup B = B, \therefore A \subseteq B$.

由上面的讨论可知, 只有 $a = 0$

或 $\begin{cases} -1 < a < 0, \\ -1-\frac{2}{a} \geq 3 \end{cases}$ 时, 才有 $A \subseteq B$.

解得实数 a 的取值范围为 $-\frac{1}{2} \leq a \leq 0$.

[点拨] 解答集合问题, 必须理解题意, 对集合关系式进行转化, 再对集合进行化简求解. 解答本题时, 也可直接用 $|ax+1| \leq 1+a \Leftrightarrow -(a+1) \leq ax+1 \leq a+1$ 转化求解.

例 3 设向量集合 $M = \{\vec{a} \mid \vec{a} = (1, 2) + \lambda(3, 4), \lambda \in \mathbf{R}\}, N = \{\vec{a} \mid \vec{a} = (2, 3) + \lambda(4, 5), \lambda \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N$ 等于().

- A. $\{(1, 1)\}$ B. $\{(1, 1), (-2, -2)\}$
C. $\{(-2, -2)\}$ D. $\emptyset$

[解答] 令 $\vec{a} = (x, y)$, 由 $\vec{a} = (1, 2) + \lambda(3, 4) = (1+3\lambda, 2+4\lambda)$, 得

$$\begin{cases} x = 1 + 3\lambda, \\ y = 2 + 4\lambda \end{cases} \Rightarrow 4x - 3y = -2.$$

$\therefore M = \{\vec{a} \mid \vec{a} = (x, y), 4x - 3y = -2\}$.

同理 $N = \{\vec{a} \mid \vec{a} = (x, y), 5x - 4y = -2\}$.

联立 $\begin{cases} 4x - 3y = -2, \\ 5x - 4y = -2 \end{cases} \Rightarrow x = y = -2.$

故 $M \cap N = \{\vec{a} \mid \vec{a} = (-2, -2)\} = \{(-2, -2)\}$, 故选 C.

[点拨] 解答集合问题, 必须弄清题目的要求, 正确理解各个集合的含义, 再对集合进行简化, 借助数轴或 Venn 图进而使问题得到解决.

本题以集合为载体考察向量、直线等知识,解答过程体现了消参数的方法(如消去 λ 得直线方程 $4x-3y=-2$),数学的转化思想(如①向量与坐标的转化,②直线的交点坐标与方程组解的转化).

例 4 已知由实数 $a^2-a+1, 3, a, -1$ 为对象组成的集合为 M ,且 M 中仅含有3个元素,则这样不同的实数 a 共有().

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

[解答] $\because M$ 中的元素仅有3个,

$\therefore$ 题中给出的四个数中有且仅有两个数是相等的.

$$\therefore a^2 - a + 1 = (a - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0,$$

$\therefore$ 两数相等的情况只有3种.

① 若 $a^2 - a + 1 = 3$,则 $a^2 - a - 2 = 0$,此时 $a = -1$ 或 $a = 2$.

由于 $a = -1$ 时,四个数的取值仅有 -1 和3两种,与已知矛盾, $\therefore a \neq -1$,

而 $a = 2$ 时, $M = \{-1, 2, 3\}$.

② 若 $a^2 - a + 1 = a$,则 $a = 1$,此时 $M = \{-1, 1, 3\}$.

③ 若 $a = 3$,则 $a^2 - a + 1 = 7$,此时 $M = \{-1, 3, 7\}$.

$\therefore a = 1, 2, 3$ 时符合题意.故选C.

[点拨] 此题解题过程中运用分类讨论的思想求出 a 的值,再由集合元素的互异性来确定 a 的值.分类讨论的思想方法在求解集合问题时常常用到的.

例 5 设命题 p :函数 $f(x) = \lg(ax^2 - x + \frac{1}{16}a)$ 的定义域是 $\mathbf{R}$;命题 q :不等式 $\sqrt{2x+1} < 1 + ax$ 对一切正实数 x 均成立.如果命题“ p 或 q ”为真命题,命题“ p 且 q ”为假命题,求实数 a 的取值范围.

[解答] 命题 p 为真命题 $\Leftrightarrow$ 函数 $f(x) = \lg(ax^2 - x + \frac{1}{16}a)$ 的定义域是 $\mathbf{R} \Leftrightarrow ax^2 - x + \frac{1}{16}a > 0$ 对任意实数 x 均成立.

当 $a = 0$ 时, $-x > 0$ 解集不为 $\mathbf{R}$, $\therefore a = 0$ 舍去.

$$\therefore \begin{cases} a > 0, \\ 1 - \frac{1}{4}a^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow a > 2.$$

$\therefore$ 命题 p 为真命题 $\Leftrightarrow a > 2$.

命题 q 为真命题

$$\Leftrightarrow \sqrt{2x+1} - 1 < ax \text{ 对一切正实数 } x \text{ 均成立.}$$

$$\Leftrightarrow a > \frac{\sqrt{2x+1} - 1}{x} = \frac{2x}{x(\sqrt{2x+1} + 1)} = \frac{2}{\sqrt{2x+1} + 1} \text{ 对一切正实数 } x \text{ 均成立.}$$

由于 $x > 0$,故 $\sqrt{2x+1} > 1$,即 $\sqrt{2x+1} + 1 > 2$,

$$\text{所以 } \frac{2}{\sqrt{2x+1} + 1} < 1.$$

所以命题 q 为真命题 $\Leftrightarrow a \geq 1$.

根据题意知,命题 p 与 q 中有且只有一个是真命题,当命题 p 为真命题且命题 q 为假命题时 a 不存在;当命题 p 为假命题且命题 q 为真命题时 a 的取值范围是 $[1, 2]$.

综上所述,命题“ p 或 q ”为真命题,命题“ p 且 q ”为假命题时,实数 a 的取值范围是 $[1, 2]$.

[点拨] “形式上”的二次不等式,应注意对二次项系数的讨论.命题 q 是一个不等式恒成立问题,上面用的方法是分离参数法,即把字母 a 与另一变量 x 置于不等式的两端,这是处理不等式恒成立问题的常用方法.

实战训练

1. 若 $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid 2 \leq 2^{2-x} < 8\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid |\log_2 x| > 1\}$,则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$ 的元素个数为().

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

2. 已知集合 $S = \{a, b, c\}$ 中的三个元素为 $\triangle ABC$ 的三边长,那么 $\triangle ABC$ 一定不是().

A. 锐角三角形 B. 直角三角形
C. 钝角三角形 D. 等腰三角形

3. 已知 p 是 r 的充分而不必要条件, q 是 r 的充分条件, s 是 r 的必要条件, q 是 s 的必要条件.现有下列命题:① r 是 q 的充要条件;② p 是 q 的充分而不必要条件;③ r 是 q 的必要而不充分条件;④ $\neg p$ 是 $\neg s$ 的必要而不充分条件;⑤ r 是 s 的充分而不必要条件;则正确命题的序号是().

A. ①④⑤ B. ①②④
C. ②③⑤ D. ②④⑤

4. ω 是正实数,设 $S_\omega = \{\theta \mid f(x) = \cos[\omega(x + \theta)] \text{ 是奇函数}\}$,若对每个实数 $a \cap S_\omega \cap (a, a+1)$ 的元素不超过2个,且有 a 使 $S_\omega \cap (a,$

$a+1$) 含 2 个元素, 则 ω 的取值范围是().

- A. $\pi < \omega \leq 2\pi$ B. $\pi \leq \omega < 2\pi$
 C. $\pi \leq \omega \leq 2\pi$ D. $\pi < \omega < 2\pi$

5. 非空集合 G 关于运算 $\oplus$ 满足: (1) 对任意 $a, b \in G$, 都有 $a \oplus b \in G$; (2) 存在 $e \in G$, 使得对一切 $a \in G$, 都有 $a \oplus e = e \oplus a = a$, 则称 G 关于运算 $\oplus$ 为“融洽集”. 现给出下列集合和运算: ① $G = \{\text{非负整数}\}$, $\oplus$ 为整数的加法.

② $G = \{\text{偶数}\}$, $\oplus$ 为整数的乘法. ③ $G = \{\text{平面向量}\}$, $\oplus$ 为平面向量的加法. ④ $G = \{\text{二次三项式}\}$, $\oplus$ 为多项式的加法. ⑤ $G = \{\text{虚数}\}$, $\oplus$ 为复数的乘法. 其中 G 关于运算 $\oplus$ 为“融洽集”的是 _____ (写出所有“融洽集”的序号).

6. 若集合 $A = \{x \mid 3\cos 2\pi x = 3^x, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y \mid y^2 = 1, y \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

7. 下列命题中, 是全称命题或存在性命题的是 _____.

- ① 正方形的四条边相等;
 ② 所有两个角是 45° 的三角形是等腰直角三角形;
 ③ 正数的平方根不是 0;
 ④ 至少有一个正整数是偶数;
 ⑤ 所有正数都是实数吗?

8. 已知全集 $I = \{1, 3, x^3 + 3x^2 + 2x\}$, $A = \{1, |2x-1|\}$, 如果 $\complement_I A = \{0\}$, 则这样的实数 x 是否存在? 若存在, 求出 x ; 若不存在, 请说明理由.

9. 已知: $p: \left|1 - \frac{x-1}{3}\right| \leq 2$; $q: x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 (m > 0)$. 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

10. 已知函数 $f(x) = 4x^2 - 2(p-2)x - 2p^2 - p + 1$ 在区间 $[-1, 1]$ 上至少存在一个实数 c , 使 $f(c) > 0$, 求实数 p 的取值范围.

第2讲 算法初步

考情分析

1. 考查的形式与特点

算法初步是新课程高考新增内容,近几年新课标高考试题对算法的考查,主要通过解决试题问题,考查考生有条理地表达问题的能力.以函数、数列、统计、不等式、方程等知识为载体考查程序框图.试题以选择题和填空题的形式出现在试卷中.

2. 命题趋向与预测

算法初步仍然会延续以前的考查形式,试题侧重考查算法思想,其中程序框图将是重点考查内容.考试的形式主要以填空题和选择题为主,同时注意在解答题中以程序框图形式,给出变量之间的关系和数列的递推关系等创新题.

专题整合

1. 知识回顾

算法通常是指解决某一类问题的程序或步骤,这些程序或步骤必须是明确和有效的,而且能够在有限步之内完成.算法有三种结构:顺序结构、条件结构、循环结构.

顺序结构是由若干个依次执行的步骤组成的,它是任何一个算法都离不开的一种基本算法结构.如图 1-2 中,A 框和 B 框是依次执行的,只有在执行完 A 框指定的操作后,才能接着执行 B 框所指定的操作.

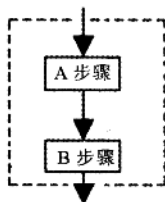


图 1-2

(1) 输入语句

输入语句的一般格式:

变量;INPUT“提示内容”

(2) 输出语句

输出语句的一般格式:

PRINT“提示内容”;表达式

(3) 赋值语句

① 赋值语句的一般格式:

变量=表达式

② 赋值语句的作用是将表达式所代表的值赋给变量;

③ 赋值语句中的“=”称作赋值号,与数学中的等号的意义是不同的.赋值号的左右两边不能对换,它将赋值号右边的表达式的值赋给赋值号左边的变量;

④ 赋值语句左边只能是变量名字,而不是表达式,右边表达式可以是一个数据、常量或算式;

⑤ 对于一个变量可以多次赋值.

(4) 条件结构与条件语句

条件结构的程序框图见图 1-3,对应条件语句为 IF—THEN—ELSE,其一般格式见图 1-4.

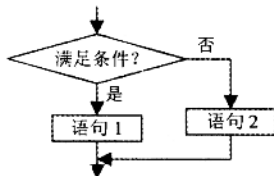


图 1-3

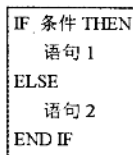


图 1-4

条件结构还有一种简单形式,程序框图见图 1-5,对应的条件语句为 IF—THEN 语句,一般格式见图 1-6.

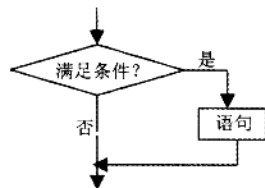


图 1-5

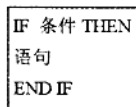


图 1-6

(5) 循环结构与循环语句

算法中的循环结构是由循环语句来实现的.对应于程序框图中的两种循环结构,一般程序设计语言中也有当型(WHILE 型)和直到型(UNTIL 型)两种语句结构,即 WHILE 语句和 UNTIL 语句.

① 当型循环结构与 WHILE 语句

当型循环结构的程序框图见图 1-7,对应的 WHILE 语句的一般格式见图 1-8.

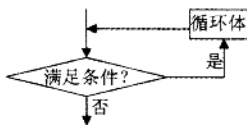


图 1-7

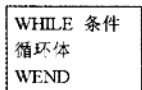


图 1-8

当计算机执行 WHILE 语句时,先判断条件的真假;如果条件符合,就执行 WHILE 与

WEND 之间的循环体;然后再检查上述条件,如果条件仍符合,再次执行循环体,这个过程反复进行,直到某一次条件不符合为止.这时,计算机将不执行循环体,直接跳到 WEND 语句后,接着执行 WEND 之后的语句.因此,当型循环有时也称为“前测试型”循环.

② 直到型循环结构与 UNTIL 语句

直到型循环结构程序框图见图 1-9,对应的 UNTIL 语句的一般格式见图 1-10.

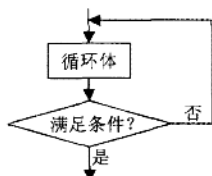


图 1-9

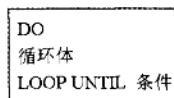


图 1-10

当计算机执行 UNTIL 语句时,先执行一次循环体,然后进行条件的判断.如果条件不满足,继续返回执行循环体,然后再进行条件的判断;这个过程反复进行,直到某一次条件满足时,不再执行循环体,跳到 LOOP UNTIL 语句后,接着执行 UNTIL 语句之后的语句.这是先执行循环体后进行条件判断的循环语句.

2. 基本方法与数学思想

算法思想是新课程强调的基本数学思想,在绘制程序框图时常运用分类整合、累加求和、迭乘、语言转换等方法.

例题导航

例 1 图 1-11 是一个算法步骤,根据要求解答问题.

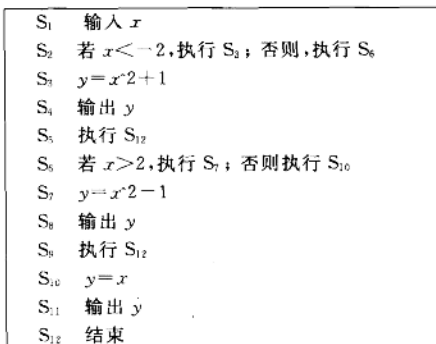


图 1-11

(1) 指出其功能(用算式表示);

(2) 结合该算法画出程序框图.

[解答] (1) 算法的功能是求下面函数的

函数值:

$$y = \begin{cases} x^2 + 1 & (x < -2), \\ x & (-2 \leq x \leq 2), \\ x^2 - 1 & (x > 2). \end{cases}$$

(2) 程序框图见图 1-12.

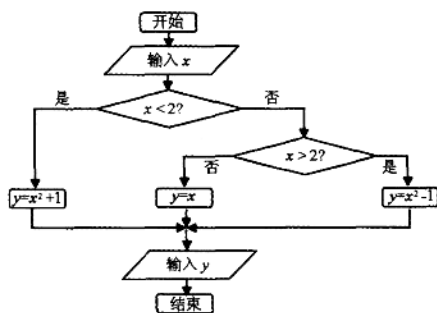


图 1-12

例 2 输入两个正整数 a 和 $b(a > b)$, 求它们的最大公约数.

[解答] 求两个正整数 a 和 $b(a > b)$ 的最大公约数, 可以归纳为求一数列:

$$a, b, r_1, r_2, \dots, r_{n-1}, r_n, 0$$

此数列的首项与第二项分别是 a 和 b , 从第三项开始的各项, 分别是前两项相除所得的余数, 如果余数为 0, 它的前项 r_n 即是 a 和 b 的最大公约数, 这种方法叫做欧几里得辗转相除法, 其算法如下:

S_1 : 输入 $a, b(a > b)$;

S_2 : 求 a/b 的余数 r ;

S_3 : 如果 $r \neq 0$, 则将 $a = b, b = r$, 转到 S_2 ;

S_4 : 输出最大公约数 b .

其程序框图见图 1-13.

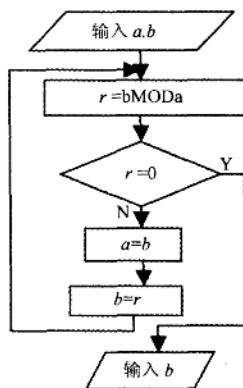


图 1-13

例 3 给出 30 个数: 1, 2, 4, 7, ..., 其规律

是:第1个数是1,第2个数比第1个数大1,第3个数比第2个数大2,第4个数比第3个数大3,以此类推,要计算这30个数的和,现已给出了该问题算法的程序框图(如图1-14所示).

(I)请在图中判断框内(1)处和执行框中的(2)处填上合适的语句,使之能完成该题算法功能;

(II)根据程序框图写出程序.

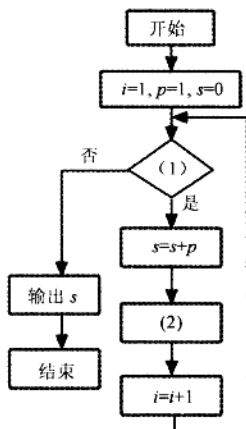


图 1-14

[解答] (I)该算法使用了当型循环结构,因为是求30个数的和,故循环体应执行30次,其中*i*是计数变量,因此判断框内的条件就是限制计数变量*i*的,故(1)处应为 $i \leq 30$.算法中的变量*p*实质是表示参与求和的各个数,由于它也是变化的,且满足第*i*个数比其前一个数大*i*-1,第*i*+1数比其前一个数大*i*,故(2)处应为 $p = p + i$.

(II)根据框图1-14,可设计程序(见图1-15.)

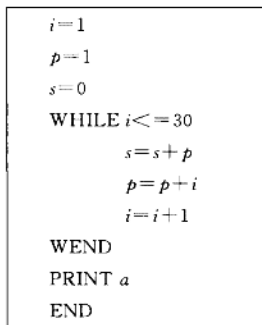


图 1-15

实战训练

1. 已知一个算法程序图如图1-16所示,当输入的*x*值为5时,输出的结果为().

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

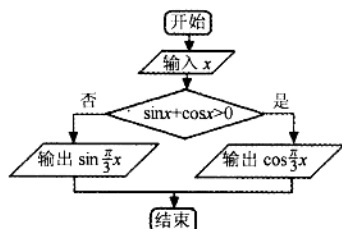


图 1-16

2. 程序框图如图1-17,如果输入三个实数*a*、*b*、*c*,要求输出这三个数中最大的数,那么在空白的判断框中,应该填入下面四个选项中的().

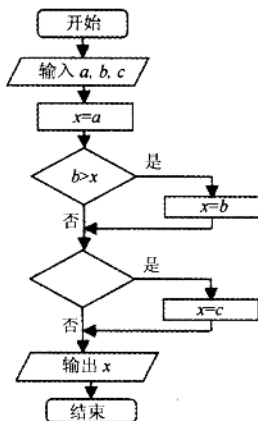


图 1-17

- A. $c > x$ B. $x > c$
C. $c > b$ D. $b > c$

3. (2009·浙江)某程序框图如图1-18所示,该程序运行后输出的*k*的值是().

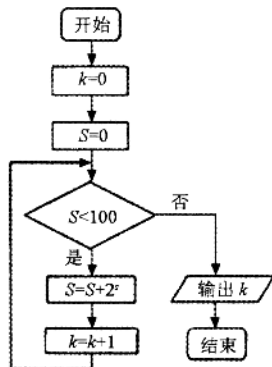


图 1-18

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

4. 图 1-19 给出的是计算 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{20}$ 的值的一个流程图, 其中判断框内应填入的条件是().

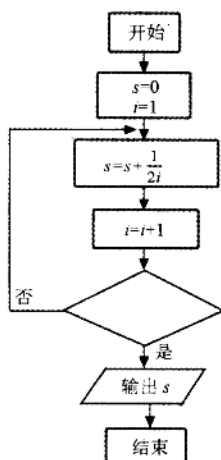


图 1-19

- A. $i \leq 21$ B. $i \leq 11$
C. $i \geq 21$ D. $i \geq 11$

5. (2009·上海)某算法的程序框如图 1-20 所示, 则输出量 y 与输入量 x 满足的关系式是_____.

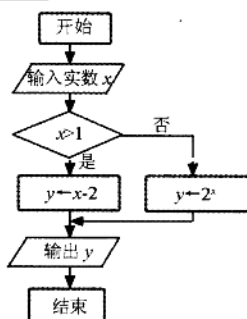


图 1-20

6. 某地区打的士收费办法如下: 不超过 2km 收 7 元, 超过 2km 时, 每车收燃油附加费 1 元, 并且超过的里程每 km 收 2.6 元(其他因素不考虑). 计算收费标准的框图如图 1-21 所示, 则①处应填_____.

7. 某篮球队 6 名主力队员在最近三场比赛中投进的三分球个数如下表所示:

队员 i	1	2	3	4	5	6
三分球个数	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6

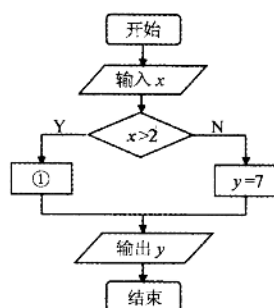


图 1-21

图 1-22 是统计该 6 名队员在最近三场比赛中投进的三分球总数的程序框图, 则图中判断框应填_____, 输出的 $s =$ _____ (注: 框图中的赋值符号“=”也可以写成“←”或“:=”).

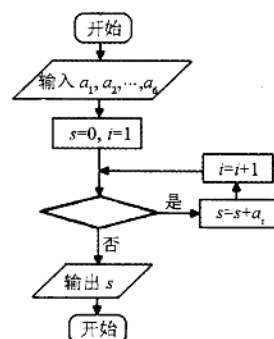


图 1-22

8. 程序流程图 1-23 是实现用二分法求函数 $f(x)$ 零点的近似值, 但步骤并没有全部给出, 请补上适当的条件, 以保证该程序能顺利运行并达到预期的目的.

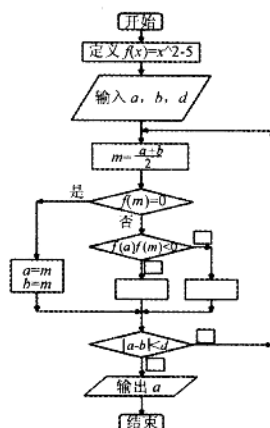


图 1-23

9. 给出 50 个数: 1, 2, 4, 7, 11, ..., 其规律