

部定大學用書

# 電 磁 學

國立編譯館大學用書編審委員會主編

周 達 如 編 著

國立編譯館出版  
正中書局印行

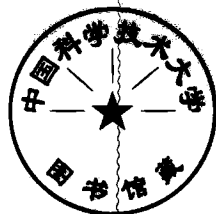
部 定 大 學 用 書

電 磁 學

(下冊)

國立編譯館大學用書編審委員會主編

周 達 如 編 者



國 立 編 譯 館 出 版  
正 中 書 局 印 行



版權所有

翻印必究

中華民國五十九年五月臺初版

中華民國六十五年三月臺三版

部定電磁學(全二冊)  
大學用書

下冊 基本定價 二元三角

(外埠酌加運費滙費)

|      |    |    |       |
|------|----|----|-------|
| 主編者  | 國立 | 編譯 | 館     |
|      | 大學 | 用書 | 編審委員會 |
| 編著者  | 周  | 達  | 如     |
| 出版者  | 國立 | 編譯 | 館     |
| 發行人  | 黎  | 元  | 譽     |
| 發行印刷 | 正  | 中  | 書局    |

(臺灣臺北市衡陽路二十號)

海外總經銷 集成圖書公司

(香港九龍油麻地北海街七號)

海風書店

(日本東京都千代田區神保町一丁目五六番地)

新聞局出版事業登記證 局版臺業字第〇一九九號 (6399) 志  
(1000)

# 電 磁 學

## 目 次

|                                   |     |
|-----------------------------------|-----|
| 第八章 穩定電流所生之磁場 .....               | 363 |
| 8-1. Biot-Savart 定律 .....         | 364 |
| 8-2. 螺管線圈之磁場 .....                | 368 |
| 8-3. 磁通與磁通密度 .....                | 374 |
| 8-4. 靜磁位 .....                    | 330 |
| 8-5. Ampère 迴路定律 .....            | 385 |
| 8-6. 圓環線圈 .....                   | 390 |
| 8-7. Stokes 定理於磁場之應用 .....        | 393 |
| 第九章 磁場內電荷之運動 .....                | 402 |
| 9-1. 作用於運動電荷之磁力 .....             | 402 |
| 9-2. Ampère 之磁力定律 .....           | 406 |
| 9-3. 磁雙極在磁場內之運動 .....             | 411 |
| 9-4. 永久磁鐵直流電錶 .....               | 416 |
| 9-5. Hall 效應 .....                | 423 |
| 9-6. 真空磁場內電荷之運動 .....             | 428 |
| 第十章 電磁感應 .....                    | 439 |
| 10-1. Faraday 電勢定律與 Lenz 定律 ..... | 439 |
| 10-2. 一般向量場之向量位及無向量位 .....        | 445 |

## 2 電 磁 學 (下)

|                      |     |
|----------------------|-----|
| 10-3. 場位方程式之低頻率解     | 449 |
| 10-4. 感體與電感          | 452 |
| 10-5. 若干特殊感體電感之計算    | 460 |
| 10-6. 穩定磁場內之能量關係     | 464 |
| 10-7. 單導體觀念與通鏈變化觀念   | 472 |
| 10-8. 通鏈變化時之功率變換     | 477 |
| 10-9. D'Arsonval 微流計 | 481 |

## 第十一章 磁質

|                  |     |
|------------------|-----|
| 11-1. 物質之磁性及磁極化  | 499 |
| 11-2. 強磁性理論      | 506 |
| 11-3. 強磁性物質之磁化   | 513 |
| 11-4. 永久磁鐵       | 521 |
| 11-5. 均勻磁場內之磁性物體 | 527 |
| 11-6. 磁化曲線及其測量   | 533 |
| 11-7. 靜磁位與等值電流   | 538 |
| 11-8. 發生磁場所需之功   | 545 |

## 第十二章 交變電流

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| 12-1. 交流串聯元件之解法            | 558 |
| 12-2. 交流串聯元件之穩態            | 564 |
| 12-3. Kirchhoff 定律在交流網路之應用 | 568 |
| 12-4. 交流網路問題之解析法與圖解法       | 573 |
| 12-5. 非 Ohm 電路元件           | 580 |
| 12-6. 交流電橋與其他交流儀器          | 585 |
| 12-7. 感應性耦合                | 590 |

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| 第十三章 電磁波與輻射 .....            | 606 |
| 13-1. Maxwell 方程式 .....      | 607 |
| 13-2. 非導電各向等性媒質內平面波之擴播 ..... | 610 |
| 13-3. 光學定律 .....             | 615 |
| 13-4. Poynting 向量 .....      | 621 |
| 13-5. 電位之遲延 .....            | 627 |
| 13-6. 振盪雙極之輻射 .....          | 630 |
| 13-7. 高頻率送電線 .....           | 639 |
| 13-8. 導波器 .....              | 643 |
| 附錄一 基本常數 .....               | 656 |
| 附錄二 化學週期表 .....              | 658 |
| 附錄三 附有星號習題之答案 .....          | 660 |
| 中英文索引 .....                  | 672 |

## 第八章 穩定電流所生之磁場

自1820年 Oersted 發現通有電流導體可對附近之磁針作用磁力之後，曾引起若干學者對於電流之磁效作熱烈研究；不久即有人發現此種磁效不但發生於導體外部，亦可存在導體之內部。Ampère 亦曾發現兩平行導體通有電流時，兩導體間有力作用存在。電流之方向相同時，兩導體將互相吸引；電流之方向相反時，兩導體將互相排斥。於1820年末葉，Arago 曾將通有電流之導線置入鐵屑內，發現鐵屑被吸着於導線表面之周圍；但於電流被拉斷時，鐵屑即停止互相吸引而自動由導線落下。Arago 與 Ampère 均曾用捲成螺旋 (helix) 通有電流之導線，將一插入螺旋內之鋼針磁化。Arago 並發現此種磁化 (magnetization) 對於軟鐵僅為暫時之性質，於激磁電流除去後，軟鐵即迅速喪失其獲得之磁性。但對鋼針之磁化則可獲得一永久之磁性。諸如上述，均顯示電流內之運動電荷應為一切磁力之來源。Ampère 當年亦曾主張永久磁鐵之磁性係由鋼鐵內之分子電流所發生。本章專對穩定電流所生之磁場有關之事項加以探討。

## 8-1. Biot-Savart 定律

吾人若將第一章所述 Ampère 磁場定律即 Biot-Savart 定律之微分形式(1-20)式書作向量式時,可得

$$d\mathbf{B} = \mu_0 \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{a}_r}{4\pi r^2}, \quad (8-1)$$

此處  $d\mathbf{B}$  爲一導體內任意取出一線元件  $d\mathbf{l}$  內通過電流  $I$  時, 於附近一點  $P$  所生之磁場, 例如, 圖 8-1(a) 所示, 由  $P$  點至  $d\mathbf{l}$  元件之

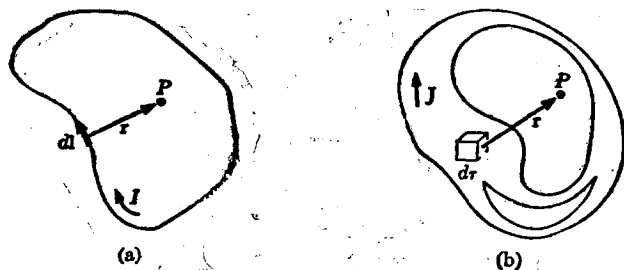


圖 8-1

距離爲  $r$ , 此距離用向量表示時可書作  $\mathbf{r} = r\mathbf{a}_r$ 。對於(8-1)式吾人無法由實驗證明, 蓋一穩定電流  $I$  必須通過一環路。因此, 一穩定電流於周圍任意一點  $P$  所生之磁通密度, 必須對環路內所含一切  $I d\mathbf{l}$  元件所生磁通密度之向量和加以計算。即

$$\mathbf{B} = \mu_0 \oint \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{a}_r}{4\pi r^2}. \quad (8-2)$$

(8-2)式必須於電流  $I$  通過一幾何線始能成爲一準確式; 若導線具有一定粗細或各段導線之粗細不同時, 則各  $I d\mathbf{l}$  元件至  $P$  點之距離  $r$  不能準確被決定, 而使由(8-2)式計算之磁場發生誤差。例如, 圖 8-1(b) 所示導體內通有電流  $I$  時, 即無法決定其各  $I d\mathbf{l}$  元件之

距離  $r$ 。爲獲得一準確計算起見，可將(8-2)式之線積分改爲體積分，此時可書作

$$\mathbf{B} = \mu_0 \int_{\tau} \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{a}_r d\tau}{4\pi r^2}, \quad (8-3)$$

此處  $\tau$  爲環路內整個導體之體積。對於導體內任意一物理點之電流密度  $\mathbf{J}$  及其至  $P$  點之距離  $r$  均可準確被決定，此不但可避免因積分所生之誤差；蓋積分係將整個環路之任何一點均計算在內，故可由實驗對於計算值加以校核。因電流爲電荷之單向運動所形成，且電流線不致互相交切，整個導體即可成爲一電流管 (tube of electric current)。於導體截面較大處之電流密度將較小；於截面較小處之密度將較大，此乃(8-3)式中之  $\mathbf{J}d\tau$  可用以代替(8-2)式中  $I d\mathbf{l}$  之理由。因此，於一截面均勻之長直導體內，其電流均可均勻分布於任何截面上，故於  $P$  點發生之磁場，可視爲電流係集中於導體中心之一心線上所形成。此時以導體中心至  $P$  點之距離爲  $r$ ，(8-2)式亦可成爲一準確公式。

吾人前於第一章所述 Ampère 之磁場定律，即係對一長直導線通有電流  $I$  於周圍所生磁場，而以導線中心至  $P$  點之距離爲  $r$  說明者，其情形如圖 8-2 所示。於長直導線內任意一  $d\mathbf{l}$  元件導體

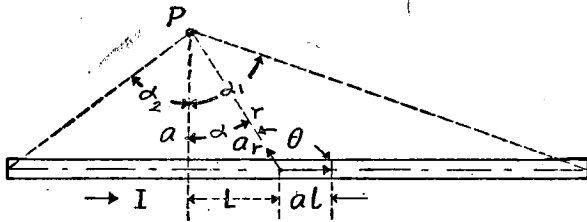


圖 8-2

之體積爲  $d\tau$ ，因電流均須垂直於截面  $A$ ，且須平行於導線之軸心，故  $Jd\tau = JAdl = Idl$ ，此可使(8-3)式變爲(8-2)式；對於導體內任意一  $Idl$  元件所生  $P$  點之磁通密度  $dB$ ，則可由(8-1)式表示。 $dB$  之方向可適用右手螺釘法則，由  $dl \times \mathbf{a}_r$  可知，若以  $dl$  正方向至  $\mathbf{a}_r$  正方向爲右手螺釘旋轉之方向，螺釘前進之方向應爲  $dB$  之正方，可知係垂直於紙面指向前方，如圖中  $P$  點之小點所示。今因  $dl \sin \theta = dl \cos \alpha$ ，且  $r = a \sec \alpha$ ， $l = a \tan \alpha$ ，及  $dl = a \sec^2 \alpha d\alpha$ ，將此代入(8-1)式並對  $\alpha$  由  $-\alpha_2$  至  $+\alpha_1$  積分時，吾人可得

$$B = \int_{-\alpha_2}^{+\alpha_1} \frac{\mu_0 I \cos \alpha d\alpha}{4\pi a} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2) \quad (8-4)$$

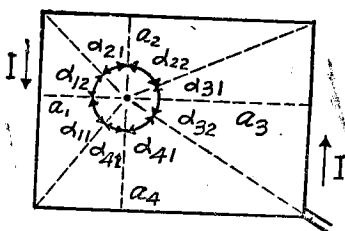


圖 8-3

對於一無限長直導線通有電流  $I$ ，則因  $\alpha_1 = \alpha_2 = 90^\circ$ ， $P$  點之磁通密度爲

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \quad (8-5)$$

至於圖 8-3 所示之直角形單匝線圈，若假定導體之截面均勻，

則於線圈周圍任意一點  $P$  之磁通密度可書作

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \sum_{n=1}^4 \frac{1}{a_n} (\sin \alpha_{n1} + \sin \alpha_{n2}) \quad (8-6)$$

此處  $a_n$  爲  $P$  點至線圈各邊導體中心之垂直距離； $\alpha_{n1}$  及  $\alpha_{n2}$  爲  $P$  點至各項點距離與  $a_n$  交成之角度。一正方形單匝線圈之邊長爲  $2a$  時，則其周長  $l = 8a$ ；同時  $\alpha_{n1} = \alpha_{n2} = 45^\circ$  及  $a_n = a$ ，線圈中心之磁通密度應爲

$$B = \sqrt{2} \frac{\mu_0 I}{\pi a} = 8 \sqrt{2} \frac{\mu_0 I}{\pi l} \quad (8-7)$$

綜合上述，此處有若干重要事項堪值吾人之注意，茲分別說明如下：

1. 一直角形單匝線圈通有一穩定電流  $I$  時，可於其周圍空間發生一穩定磁場，此種磁場應為一靜磁場。磁場內任意一點  $P$  之磁通密度  $B$  均可由 (8-6) 式決定。磁場之成因係基於電流內電荷之單向運動。因此，一穩定電流環路均可視為一磁源 (magnetic source)。此磁源可書作

$$\oint I dl = I \oint dl = Il, \quad (8-8)$$

此處  $l$  為環路之周長。若以此環路內之載流電荷為  $Q$ ，則  $I = Q/t$ ，此處  $t$  為各載流電荷環繞線圈運動一周所需之時間。將此代入 (8-8) 式時，吾人可得

$$Il = \left( \frac{Q}{t} \right) l = Q \left( \frac{l}{t} \right) = Qv \quad (8-9)$$

此處  $v$  為電流載體單向運動之平均速度。此示任何運動電荷之周圍均將具有一定之磁效應。

2. 如於圖 8-3 所示，單匝線圈電流所生之磁場，於線圈所圍面積上任何一點之磁通密度  $B$ ，係垂直於紙面指向前方，但於線圈以外之面積上，則  $B$  將垂直於紙面指向後方，蓋由 (8-6) 式計算之結果， $B$  於線圈外部均應有負值。若將磁通密度  $B$  對於線圈所圍之整個面積加以積分，即可求得由後方向前方通出此面積之磁通  $\phi$ 。但  $\phi$  將於線圈外部返回於紙面之後方，此示電流所生之磁通均須與其電流相鏈 (interlinking)。

3.  $Il$  所生磁通  $\phi$  之大小，除與  $I$  之大小及  $l$  之長短有關外，

尚與線圈之幾何形狀有關。例如一定周長  $l$  之線圈做成正方形時，可較一相同周長通有相等電流之長方形線圈內發生更多磁通；又於長方形之兩短邊愈短時，所生之磁通亦愈少，蓋兩平行導線通有相反方向之電流所生之磁通將互相對消一部分。若將  $II$  盡可能做成互相緊靠之來回兩線時，則長方形之兩短邊即接近於零，此時來回兩電流所生之磁通幾乎完全被對消， $\phi$  即接近於零。吾人常應用此種線圈製造無感阻體 (noninductive resistors)。

4. 一簡便方法可用以表示電流與磁通之方向關係，吾人若將右手之姆指伸直並與其他四指環繞姆指時，姆指所指之方向即可用以表示磁通  $\phi$  之方向，而其他四指之方向即為電流  $I$  之方向。

## 8-2. 螺管線圈之磁場

多匝導線均勻繞成之螺旋形線圈內通有電流時，可以發生

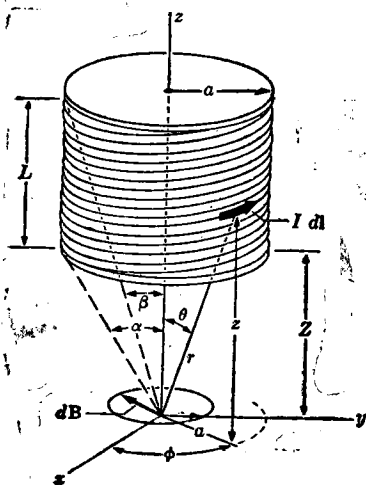


圖 8-4

強力磁場。Ampère 對於長度大於直徑之此種線圈，特名為螺管線圈 (solenoid coil)。圖 8-4 即示一單層螺管之情形。於其繞線內通有一穩定電流  $I$  時，可於螺管內發生一磁場與線圈相鏈。今以螺管之長度為  $L$  及其半徑為  $a$ ，並將螺管之長軸置於直角坐標之  $z$  軸上，其底面位於  $xy$  平面上部距離為  $Z$  處與  $xy$  平面平行。若螺管線圈內

通有一穩定電流  $I$ ，試對其在原點所生之磁場加以考察。今以繞線之起點爲  $(a, 0, Z)$  如圖中所示，線圈係沿角度  $\phi$  增大之方向纏繞，則電流  $I$  亦將指向  $\phi$  增大之方向。如此，則於繞線內任意取出  $-dl$  元件，使用球坐標時，此元件向量可書作

$$dl = a_\phi a d\phi. \quad (8-10)$$

一般，球坐標之單位向量  $a_r$  常係由原點指向  $r$  軸增大之方向，但於 Biot-Savart 定律 (8-1) 式之單位向量則係由來源指向運用點（目前爲原點）。因此，繞線內任意  $-Idl$  元件於原點所生之磁場，由 Biot-Savart 定律之微分形式應爲

$$dB = -\mu_0 \frac{Idl \times a_r}{4\pi r^2}. \quad (8-11)$$

將 (8-9) 式代入 (8-10) 式，吾人可得

$$dB = -\mu_0 \frac{I a a_\phi \times a_r}{4\pi r^2} d\phi = -a_\theta \frac{\mu_0 I a}{4\pi r^2} d\phi. \quad (8-12)$$

上式由  $\phi=0$  至  $\phi=2\pi N$  對繞線之全長積分時，即可求得線圈於原點所生之磁通密度  $B$ ，此處  $N$  爲螺管全長  $L$  內之總匝數。今以  $n=N/L$  爲螺管單位長度內所含之匝數，則此  $Idl$  元件於  $xy$  平面上部之垂直距離可書作

$$z = Z + \frac{\phi}{2\pi n} = a \cot \theta; \quad (8-13)$$

將上式就  $\theta$  加以微分時，可得

$$d\phi = -2\pi n a \csc^2 \theta d\theta. \quad (8-14)$$

今因  $r = a \csc \theta$ ，將此與 (8-14) 式代入 (8-12) 式，可得

$$dB = a_\theta \frac{\mu_0 n I}{2} d\theta \quad (8-15)$$

$$\text{或} \quad dB = (a_R \cos \theta - k \sin \theta) \frac{\mu_0 n I}{2} d\theta, \quad (8-16)$$

此處  $a_R$  爲磁場之徑向單位向量； $k$  爲磁場之軸向單位向量；上式右邊括弧內第一項爲磁場之徑向分量；其第二項則爲其軸向分量。今  $a_R$  位於  $xy$  平面內，由原點指向螺管半徑增大之方向，故可分解爲  $x, y$  方向之分量，即

$$a_R = i \cos \phi + j \sin \phi. \quad (8-17)$$

因此，將(8-12)式由  $\phi=0$  至  $\phi=2\pi N$  積分時，僅須  $N$  爲整數，其徑向之磁場分量應爲零；同時， $N=1, 2, 3, \dots$  之任何一整數，(8-12)式積分之徑向磁場亦均爲零。此示每匝導線內電流  $I$  於原點或螺管軸上任意一點所生磁場之徑向分量均應爲零。故於(8-16)式之積分不必考慮其右邊括弧內第一項之  $a_R \cos \theta$ 。不過因繞線不能每匝自成環路，相鄰兩匝間多少有若干傾斜，每匝首尾兩端間之距離謂之繞距 (winding pitch)。此傾斜使電流所生之磁場難免含有少許徑向分量，故於忽視  $a_R \cos \theta$  項時，即將發生些少誤差。若忽視此種誤差，則整個螺管軸上僅有一軸向磁場，可由(8-16)式右邊括弧內第二項之積分以求之。即

$$B = -k \frac{\mu_0 n I}{2} \int_{\alpha}^{\beta} \sin \theta d\theta = k \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \beta - \cos \alpha). \quad (8-18)$$

因此，於原點置於螺管長軸上任意一點時，即可由(8-18)式決定該點之軸向磁通密度  $B$ 。一無限長螺管線圈內，若將原點置於其長軸上任意一點  $O$ ，則  $O$  點之磁場可於(8-18)式以  $\alpha=\pi$  及  $\beta=0$  而得

$$B = k\mu_0 n I \quad \text{或} \quad B = \mu_0 n I, \quad (8-19)$$

此示一無限長螺管軸上任何一點之磁通密度均相同，僅含有一軸

向磁場，其大小係與螺管每單位長度內所含之安匝 (ampere turn) 成正比。

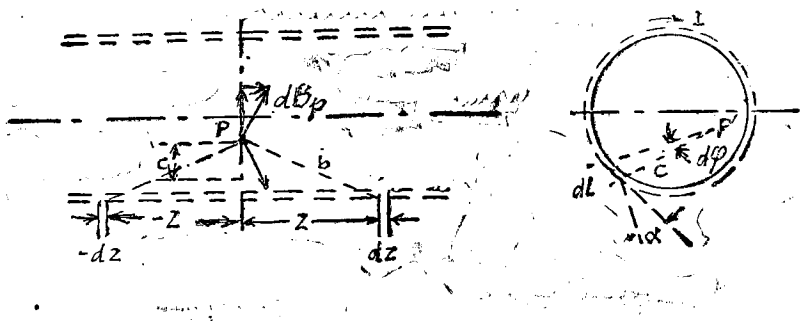


圖 8-5

其次，吾人試對  $xy$  平面上任意一點  $P$  之磁場加以考察。圖 8-5 示  $P$  點在  $xy$  平面上，此時若於  $xy$  平面上部距離為  $z$  處任意取出一厚度為  $dz$  之薄片，其所含之安匝為  $nIdz$ ，將此視為一磁源。然後於此磁源內取出一  $dl$  元件如圖中右邊所示，並以  $P$  點在此薄片上之投影為  $P'$ ， $P$  點至  $dl$  元件之距離為  $b$ ， $P'$  點至  $dl$  元件之距離為  $c$ ，則  $b^2 = c^2 + z^2$ 。此時  $dl$  元件可分解為互相直交之兩分量，其中一分量為  $dl \cos \alpha = c d\phi$ ，另一分量為  $dl \sin \alpha$ ，各如圖中右邊所示。前者在  $P$  點所生之磁通密度可書作

$$dB_P = \frac{\mu_0 c d\phi}{4\pi b^2} nIdz, \quad (8-20)$$

其方向係與距離  $b$  垂直，並含有一軸向分量及一垂直於軸向之分量位於  $xy$  平面上，如圖左邊所示。後者雖不能在  $P'$  點發生磁場，根據 Ampère 之磁場定律， $dl \sin \alpha$  於  $P$  點所生之磁通密度可書作

$$dB'_{P'} = \frac{\mu dl \sin \alpha \cos \beta}{4\pi b^2} nIdz, \quad (8-21)$$

其方向係垂直於  $PP'$ ；換言之，亦係垂直於軸向位於  $xy$  平面上（圖中未畫出）。此時若於  $-z$  處取出另一厚度為  $dz$  之磁源，並於此磁源內一相同之  $dl$  元件與  $+z$  處之  $dl$  元件互相對稱，則另一元件在  $P$  點所生磁場一切垂直於軸向之分量均將與  $+z$  處相同元件所生者，於  $xy$  平面內互相對消；但此兩對稱元件所生磁場之軸向分量，則係大小相等及方向相同。此軸向磁通密度可書作

$$dB_{d\varphi} = \frac{\mu_0 cd\varphi}{4\pi b^2} nI \cos \beta dz. \quad (8-22)$$

首先將上式就  $z$  由  $z = -\infty$  至  $z = +\infty$  積分，即

$$B_{d\varphi} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_0 nI \frac{cd\varphi}{4\pi b^2} \cos \beta dz, \quad (8-23)$$

此處因  $z = c \tan \beta$ ,  $dz = c \sec^2 \beta d\beta$ , 及  $b = c \sec \beta$ ; 且於積分極限  $z = -\infty$  至  $z = +\infty$  時,  $\beta$  即由  $-\pi/2$  至  $+\pi/2$ 。代入(8-23)式得

$$B_{d\varphi} = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{\mu_0 nI d\varphi}{4\pi} \cos \beta d\beta. \quad (8-24)$$

將上式之積分結果書作

$$dB_P = \frac{\mu_0 2nI}{4\pi} d\varphi = \frac{\mu_0 nI}{2\pi} d\varphi. \quad (8-25)$$

然後將上式就  $\varphi$  由 0 至  $2\pi$  積分，則  $P$  點之磁通密度為

$$B_P = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 nI}{2\pi} d\varphi = \mu_0 nI, \quad (8-26)$$

此與(8-19)式所示者完全相同。可知於螺管內整個  $xy$  平面上磁通之分布均勻，此示一無限長螺管內任意一點之磁通密度均為  $\mu_0 nI$ 。所有磁通均係與一切安匝相鏈，此種情形被稱為全通鏈(total flux linkage)。

至於有限長螺管之磁通分布則不能成為全通鏈，例如，一有限長螺管之長度為  $L$ ，半徑為  $a$  時，若原點係置於其中央截面之中心，則因  $-\cos\alpha = \cos\beta = (L/2)/\sqrt{a^2 + (L/2)^2}$ ，可知原點之磁通密度亦僅為一軸向分量，吾人可書作

$$B = \mu_0 nI \frac{L}{\sqrt{(2a)^2 + L^2}} \quad (8-27)$$

於  $L \gg 2a$  之假設下，上式根號內  $(2a)^2$  對於  $L^2$  可以忽視，而得  $B = \mu_0 nI$ ；與無限長螺管時所述同一理由，其中央截面上之磁通分布均勻，均近似為  $\mu_0 nI$ 。不過於原點置於  $Z=0$  處時，則於底平面上因  $\alpha = \pi/2$ ， $\cos\alpha = 0$  及  $\cos\beta = L/\sqrt{a^2 + L^2}$ ，故

$$B = \mu_0 nI \frac{L}{\sqrt{(2a)^2 + (2L)^2}} \quad (8-28)$$

於  $L \gg 2a$  之假設下，上式根號內  $(2a)^2$  對於  $(2L)^2$  仍可忽視，而

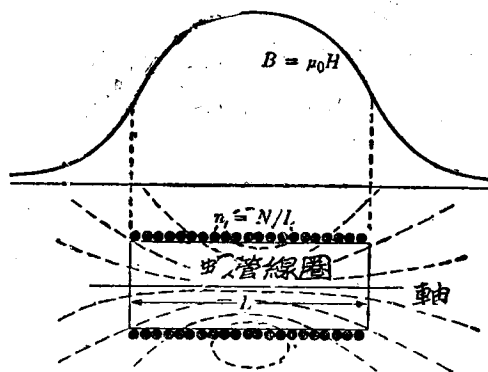


圖 8-6

得  $B = \mu_0 nI/2$ 。同樣，於原點置於  $Z=L$  處時，則於頂平面上之磁通密度仍為  $B = \mu_0 nI/2$ 。因此，螺管兩端面上之磁通密度均應為

$$B = \frac{\mu_0 nI}{2}, \quad (8-29)$$