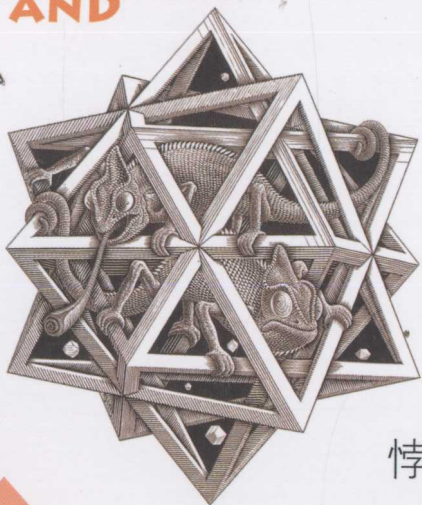


THE FIRST
SCIENTIFIC
AMERICAN
BOOK OF

**MATHEMATICAL
PUZZLES AND
GAMES**

加德纳趣味数学系列

MARTIN GARDNER

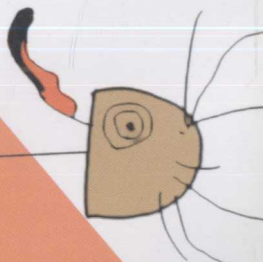
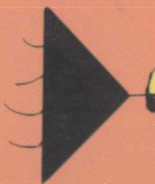
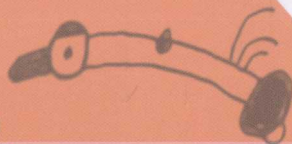


[美] 马丁·加德纳 著
封宗信 译

科学美国人
**趣味数学
集锦之一**

悖论、谬误、多联骨牌
及其他

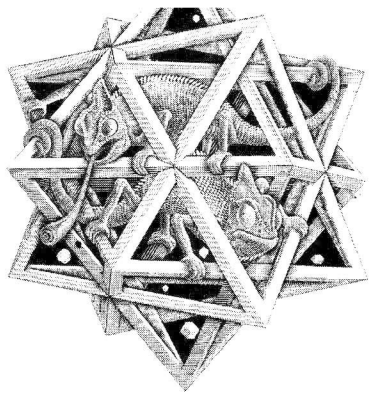
上海科技教育出版社



THE FIRST
SCIENTIFIC
AMERICAN
BOOK OF
MATHEMATICAL
PUZZLES AND
GAMES

加德纳趣味数学系列

MARTIN GARDNER



科学美国人
趣味数学集锦之一

悖论、谬误、多联骨牌及其他

[美] 马丁·加德纳 著
封宗信 译

上海科技教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

《科学美国人》趣味数学集锦之一——悖论、谬误、
多联骨牌及其他/(美)加德纳(Gardner, M.)著;封宗信
译. —上海:上海科技教育出版社,2009.6

(加德纳趣味数学系列)

ISBN 978-7-5428-4832-1

I. 科… II. ①加…②封… III. 数学—普及读物
IV. 01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 058041 号

Hexaflexagons and Other Mathematical Diversions:

The First **Scientific American** Book of

Mathematical Puzzles and Games

Martin Gardner

Copyright © 1959, 1988 by Martin Gardner

Simplified Chinese edition Copyright:

2009 Shanghai Scientific & Technological Education Publishing House

This edition arranged with Peter Renz through Big Apple Tuttle-Mori Agency,
Labuan, Malaysia.

ALL RIGHTS RESERVED

责任编辑 卢 源

装帧设计 童郁喜

· 加德纳趣味数学系列 ·

《科学美国人》趣味数学集锦之一

——悖论、谬误、多联骨牌及其他

[美] 马丁·加德纳 著

封宗信 译

上海世纪出版股份有限公司

出版发行

上海科技教育出版社

(上海市冠生园路 393 号 邮政编码 200235)

www.ewen.cc www.sste.com

各地新华书店经销 常熟市兴达印刷有限公司印刷

开本 850×1168 1/32 印张 6.875 字数 178 000

2009 年 6 月第 1 版 2009 年 6 月第 1 次印刷

印数 1 - 4 400

ISBN 978 - 7 - 5428 - 4832 - 1/O · 609

图字 09-2008-075 号

定价: 17.00 元



本书原名为 *The First Scientific American Book of Mathematical Puzzles and Diversions*, 是马丁·加德纳在《科学美国人》杂志上发表的“数学游戏”专栏文章的第一本集子。作者引用大量翔实的资料,将知识性和趣味性融为一体,大多以娱乐和游戏为线索,以严密的科学思维和推理为基础,引导、启迪读者去思考和重新思考。作者对传统数学中那些似乎高深莫测的难题给出了简单得令人难以置信的解答,对魔术戏法进行了深入浅出的分析,对赌场上的鬼把戏作了科学的剖析和透视……既有娱乐功能,又有教育功能。

本书的出版可谓好事多磨。十多年前我在北京大学,与潘涛兄同住现已不复存在的 39 楼。潘兄师从何祚麻教授,研读的外文书大都是有关伪科学(pseudo-science)和灵学(parapsychology)的。隔行如隔山,茶余饭后阅读《中华读书报》是我们唯一的共同兴趣,很快几年时间就过去了。北大百年校庆后不久,潘博士决定去上海科技教育出版社发展。我这才想起该社曾出版过马丁·加德纳的书。潘兄显然没料到英语语言文学系会有人知道这位数学大师。当我把自己曾翻译过加德纳的趣味数学以及好几家出版社因无法解决版权问题而一直搁浅的故事讲给他,并从我的书架底层尘封的文件袋里翻出手稿时,我们两人都“相见恨晚”。

本书稿的“起死回生”,偶然中有必然。后来,潘博士从上海科技教育出版社版权部来电说,版权问题需要等机会。我也渐渐把书稿放到了脑后,一心忙自己的正业——“毁”人不倦。直到前

些时候潘博士电告,版权终于解决。虽属意料之中,但仍不由得感到惊喜。

再看十多年前为中译本写的《译者前言》,深感“此一时,彼一时”。虽说在汗牛充栋的趣味数学读物中,马丁·加德纳渊博的学识、独到的见解、传奇般的经历、惊人的洞察力和独树一帜的讲解与叙事风格值得大力推介,但在已出版了“加德纳趣味数学系列”的上海科技教育出版社出版该书,则无需再介绍这位趣味数学大师了。因此,原来那份为之感到有些得意的《译者前言》只好自动进入垃圾箱。

本书稿能最终面世,我要衷心感谢潘涛博士和上海科技教育出版社。这也算是继我和同事合作翻译《美国在线》之后我与上海科技教育出版社的又一次合作。特别要感谢本书责任编辑卢源先生为此付出的辛劳。

由于译者知识水平有限,译文中谬误之处在所难免,请广大读者不吝指正。

封宗信

2007年夏 清华园



本书是我在过去25年里给《科学美国人》杂志“数学游戏”专栏撰写的第一本文章合集的新版。其中第一章“变脸六边形折纸”是发表在该刊1956年12月上的一篇文章。该杂志的出版商皮尔(Gerard Piel)提议出一个趣味数学的定期专栏，本书第二章就是始于1957年1月的这个专栏的第一篇文章。

自从本书1959年问世以来，其中涉及的题目已有很多新的发现和论述，不重新排版并修订文字是不可能的了。因而，我写了一个很长的后记，把最有意义的新成果作了简要的总结。除了讨论短小问题的那两章没有参考文献外，其余各章的参考文献都已作了更新。

马丁·加德纳

1988年

作者简介

20 世纪下半叶,美国科普界叱咤风云数十年的三位大师级人物是艾萨克·阿西莫夫、卡尔·萨根与马丁·加德纳。时至今日,前面两人均已逝世,唯有加德纳先生依然健在,老当益壮,在数学传播领域继续发挥着他无可替代的作用。任何数学题材到了他手,都能写成雅俗共赏、妙不可言、让人爱不忍释的文章。

马丁·加德纳(Martin Gardner)1914 年 10 月 21 日出生于美国俄克拉何马州,1936 年以 ΦBK 联谊会(美国大学优秀生的荣誉组织)会员身份毕业于芝加哥大学哲学专业。先在《塔尔萨论坛》(Tulsa Tribune)任记者,后在芝加哥大学出版社关系部工作。第二次世界大战爆发后在海军服役,战后成为一名自由撰稿人。

而他作为一位世界级的著名人物,还是 1956 年在《科学美国人》(Scientific American)杂志上主持“数学游戏”专栏之后的事。从那时起直到 1986 年,整整 30 年,美国以及全世界的数学爱好者无不被他生动活泼的数学普及文章所倾倒。据说《科学美国人》本因销量上不去而面临绝境,是加德纳的这个专栏救了这本杂志。职业数学家们原来对加德纳的专栏并不怎样看重,认为只不过是大众消遣一类的东西。但是他们不久就改变了看法。在现代数学日益抽象化的时代,伴随着这种抽象化的,不但是数学的空前发展,而且还有数学将难以为现实社会所理解的危机,因此,马丁·加德纳的工作不是一种难登数学这个“大雅之堂”的日常娱乐,而是联系数学与社会大众的一条金色纽带。这条纽带对于数学来说,虽非生死攸关,但肯定至关重要。

用“著作等身”一词形容加德纳这几十年来成果,不但不过分,或许还有所贬低。加德纳多年来发表的作品如果叠起来,

肯定比他的身高还要高。据不完全统计,他迄今已写了 50 多本书。在这个“加德纳趣味数学系列”中,已收入了他的《矩阵博士的魔法数》、《引人入胜的数学趣题》、《萨姆·劳埃德的数学趣题》、《萨姆·劳埃德的数学趣题续编》、《〈科学美国人〉趣味数学集锦之一》和《〈科学美国人〉趣味数学集锦之二》。



CONTENTS

I 中译本前言

III 序言

1 第一章 变脸六边形折纸



14 第二章 矩阵的魔法

21 第三章 九个问题

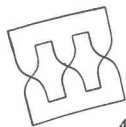
38 第四章 “连城” 游戏



1 	2	3
4 	5 	6
7 	8 	9



1



4



63

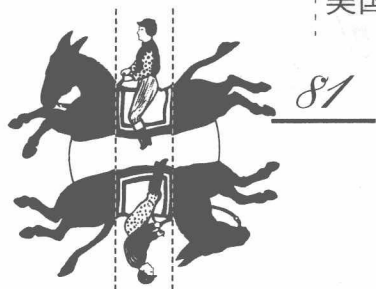
48 第五章 概率悖论

56 第六章 廿点游戏与河内塔

63 第七章 古怪的拓扑模型

72 第八章 六边形游戏

81 第九章 萨姆·劳埃德：伟大的
美国趣味数学家

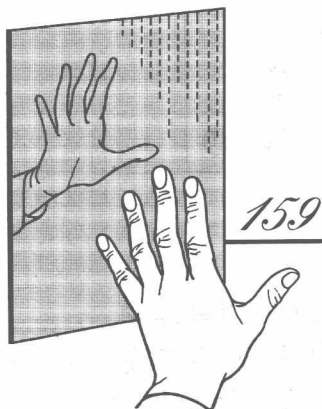
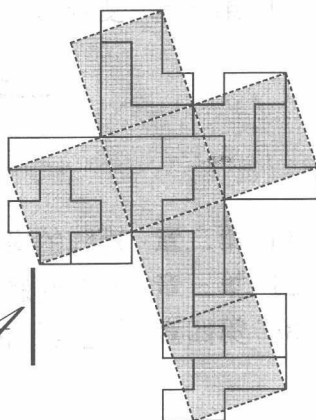


93 第十章 数学扑克戏法

98 第十一章 记数

108 第十二章 又是九个问题

124 第十三章 多联骨牌



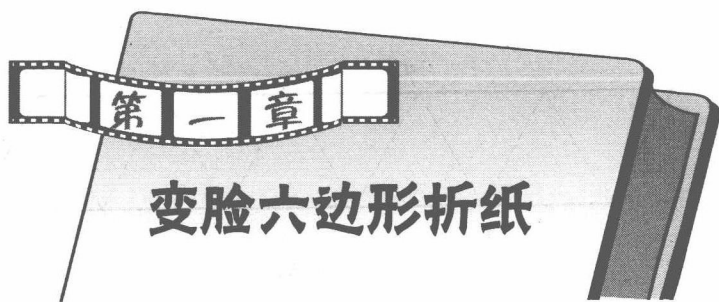
139 第十四章 谬误

148 第十五章 尼姆游戏与十六子棋

159 第十六章 左还是右?

174 1988年版后记

188 进阶读物



变脸折纸是纸制的多边形,用直的或弯的纸条折叠而成,特点是折曲时能变换面孔。要不是英国人和美国人用的笔记本纸张大小有所不同,变脸折纸也许仍未被发现,而大批一流的数学家也就无法享受分析这种玩意儿的结构给他们带来的乐趣。

这一切都始于 1939 年秋天。普林斯顿大学数学专业一位来自英国的 23 岁研究生斯通(Arthur H. Stone),刚刚把从美式笔记本里取下下来的纸裁掉一英寸,以便装在他自己的英式笔记本夹子里。他把裁剪下的纸条折来折去弄着玩,突然发现折出来的形状里有一个特别好玩。他在三处把纸条斜对角折叠,并把两端接起来,做成了一个六边形(见图 1)。当他把相邻三角形两两捏在一起,并把六边形的不相邻的顶角往中间集中,该六边形就会像盛放的花儿一样再次打开,并展现出一张新脸。假如把原来的六边形之顶面和底面涂成不同颜色,新翻出来的脸会是空白的,而涂过颜色的一张脸却不见了!

这个即将被发现的第一个变脸折纸结构共有三张脸。斯通想了一夜,第二天(通过纯粹的思考)证实了自己的想法,那就是能用一个更为复杂的六边形模型折叠出六张脸,而不仅仅是三张脸。这时候,斯通发现这个结构很有意思,就把他的纸模型展示给研究生院的同学看。很快,“变脸折纸”在午餐和晚餐的桌子上大量出现。成立了“变脸折纸委员会”来进一步研究变脸折纸的秘密,成员除斯通外,还有数学专业研究生塔克曼(Bryant Tuckerman)、物理专业研究生范曼(Richard P. Feynman)和青年



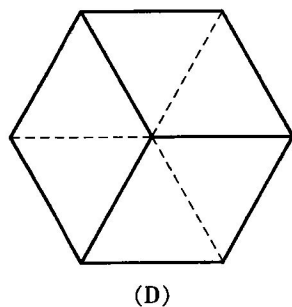
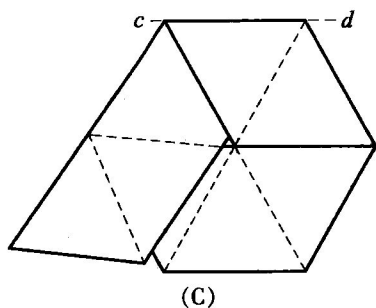
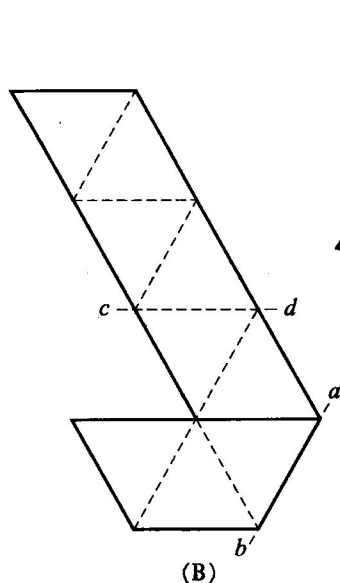
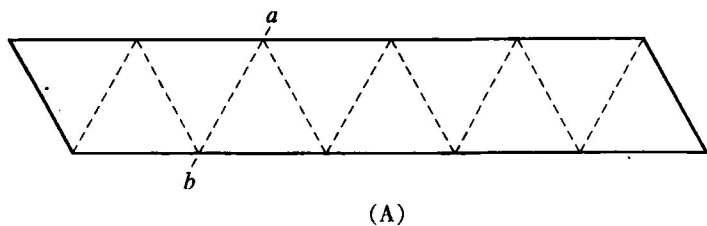


图1 三面变脸六边形折纸的制作方法,裁出一个纸条,使它上面能标记出10个等边三角形(A)。沿虚线 ab 往后折叠,并翻过来(B)。再沿虚线 cd 往后折叠,并把倒数第二个三角形放在第一个三角形上方(C)。最后一个三角形向后折叠,粘贴在第一个三角形的背面(D)。整个形状就可以折曲变化,如图3上图所示。你不需要进行裁剪。用稍硬点的至少一英寸半宽的纸张折叠效果会较好。



数学讲师图基(John W. Tukey)。

这些模型被命名为“变脸六边形折纸”，六边形指的是它们的形状，变脸折纸指的是它们的功能。斯通的第一个模型是个三面变脸六边形折纸，即能看到三张不同的脸。他的第二个精巧结构是个六面变脸六边形折纸，即能看到六张不同的脸。

制作六面变脸六边形折纸，可以从一个能分成 19 个等边三角形的纸条开始(最好是加法机上用的那种纸带子，见图 2)。如图 2(A)所示，对纸条一面上的三角形用 1,2,3 标号，让第 19 个三角形空着，再对纸条反面的三角形用 4,5,6 标号。现在折叠纸条，让反面的相同数字面贴面，4 贴 4,5 贴 5,6 贴 6，以此类推。折叠出的纸条如图 2(B)所示，然后沿虚线 ab 和(图 2(C)中)虚线 cd 往后折叠，就成了一个六边形(图 2(D))。最后把那个空白三角形折下去，与纸条背面与之对应的空白三角形粘贴在一起。

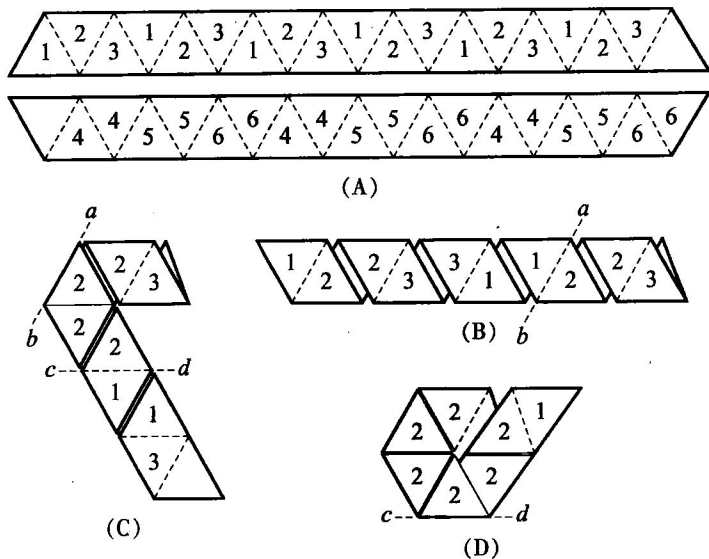


图 2 六面变脸六边形折纸的制作方法是，裁出一个纸条，使它上面能标记出 19 个等边三角形(A)。对纸条一面上的三角形标号为 1,2,3;对另一面上的三角形标号为 4,5,6。也可以使用彩色图案或几何图形以示区别。照图所示折叠出该六边形。这个模型可以翻折出六张不同的脸。



整个过程用带标号的纸条来做,要比在这里描述起来简单得多。

如果你折叠的方法正确,这个六边形一个可见的脸上的三角形标注的都是1,另一个脸上的三角形标注的都是2。现在你的六面变脸六边形折纸就可以翻折了。把相邻两个三角形捏在一起(见图3),沿它们之间的线把纸弯曲,朝相反的角推去,展现出来的可能是标注3或5的脸。随意翻折,应该能顺利地翻出其他那些脸来。翻出标注4,5,6的脸要比翻出标注1,2,3的脸稍微难一点。有时候你会发现自己掉进了一个恼人的怪圈,一遍遍翻出的是同样的三张脸。

塔克曼很快发现,最简单的能把任何变脸折纸的所有脸翻出来的方法是,在同一个角上不停地翻折,直到打不开为止,然后在下一个邻近的角上继续翻折。这个过程被称做“塔克曼穿

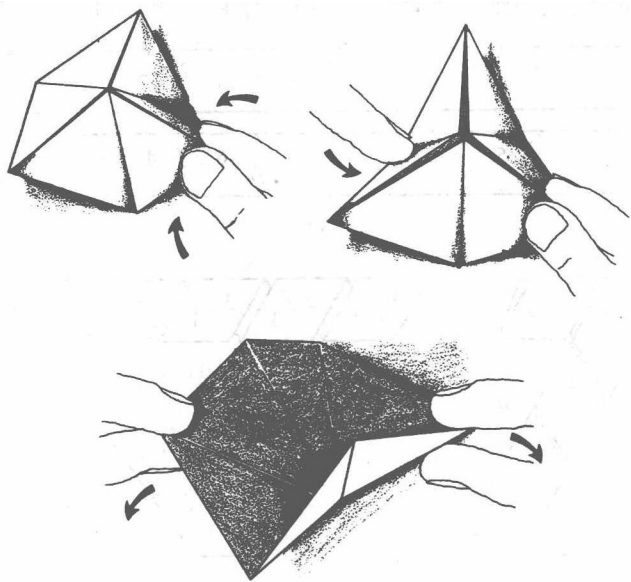


图3 三面变脸六边形折纸是通过把两个三角形捏在一起进行折曲的(上图)。两个相对的三角形的内边可用两只手打开(下图)。如果打不开,那就是相邻一对三角形被连在一起了。如果能打开,就可以翻个里朝外,把原来看不见的一面亮出来。



越”，它可以通过 12 次翻折，把变脸折纸模型的六张脸全翻出来，但 1,2,3 翻出来的次数是 4,5,6 的三倍。塔克曼穿越的示意图见图 4，箭头表示各张脸被翻出来的顺序。这类示意图可用来解释所有类型的折纸变脸过程。当把模型翻过去时，塔克曼穿越的过程不变，只不过顺序刚好相反。

通过延长三角形组成的链条，委员会发现可以做出 9 张、12 张、15 张甚至更多脸的变脸折纸。塔克曼设法做出了可以变出 48 张脸的模型！他还发现，用裁剪成锯齿形的纸条（即边不是直的）可以做出四面变脸六边形折纸和五面变脸六边形折纸。六面变脸六边形折纸有三种不同的形式，一种是用直的纸条做成，一种是用六边形的一个链带做成，最后一种是用类似于三叶草叶子形状的纸条做成的。十面变脸六边形折纸有 82 种不同的变化，都是用奇形怪状的弯曲纸条做成的。变脸折纸可以做成有任

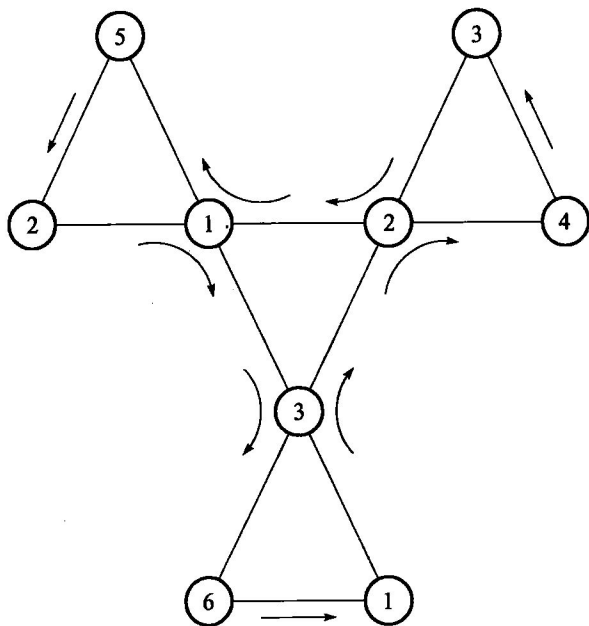


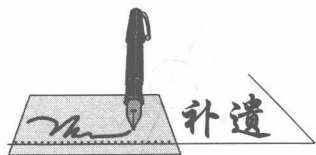
图 4 六面变脸六边形折纸的塔克曼穿越

意张脸,但是超过 10 张脸以后,每一种的不同变化数以惊人的速率增长。顺便说一句,所有偶数张脸的变脸折纸都是由带有两个面的纸条做成的,但那些奇数张脸的变脸折纸却只有一个面,就像默比乌斯带^①。

变脸折纸的完整数学理论是由图基和范曼在 1940 年创立的。该理论说明了设计出任意大小和种类的变脸折纸的准确方法,以及其他一些问题。这个理论从来没有发表,尽管其中一些部分后来被其他数学家重新发现。致力于变脸折纸术的人中包括曾在国家标准局工作的塔克曼的父亲——著名物理学家路易斯·塔克曼(Louis B. Tuckerman)。老塔克曼为这个理论设计出了一个简单而有效的树形图。

珍珠港事件使该委员会的变脸折纸项目停了下来,战事很快让这四位发起人各奔东西。斯通去英国曼彻斯特大学当了数学讲师,现在在纽约的罗彻斯特大学。范曼是加州理工学院的著名理论物理学家。图基在普林斯顿大学当数学教授,因在拓扑学和统计理论领域作出了杰出贡献而蜚声海内外。塔克曼是纽约州约克敦海茨市的 IBM 研究中心的一位数学家。

近年来,该委员会希望召集人马写出一两篇论文,对变脸折纸理论作出权威性的阐释。在权威性理论出台之前,我们可以尽量折腾,看我们自己能对该理论作出多少发现。



用纸条制作变脸折纸模型的时候,在折叠前最好把所有折

^① 默比乌斯带是将一张纸条扭转 180°后再将两端接在一起做成的,它只有一个面。——译者注